

В.А. ГРИДЧИН,
В.П. ДРАГУНОВ

ФИЗИКА МИКРОСИСТЕМ

Часть 1

*Рекомендовано УМО по образованию в области радиотехники,
электроники, биомедицинской техники и автоматизации
в качестве учебного пособия для студентов высших учебных
заведений, обучающихся по специальностям
200100 «Микроэлектроника и твердотельная электроника»
и 201900 «Микросистемная техника»*

НОВОСИБИРСК
2004

УДК 621.382:53(075.8)
Г 836

Рецензент доктор технических наук *В.В. Лучинин*

Под редакцией члена-корреспондента РАН *И.Г. Неизвестного*

Гридчин В.А., Драгунов В.П.

Г 836 Физика микросистем: Учеб. пособие в 2 ч. Ч. 1. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2004. – 416 с. – (Серия «Учебники НГТУ»).

ISBN 5-7782-0446-9

Книга посвящена физическим основам микросистем – новому направлению техники, которое интенсивно развивается в последние два десятилетия.

В данном томе рассмотрены главным образом сенсоры давления и актуаторы с электростатическим управлением, что обусловлено широтой их практического применения.

Предлагаемая книга ориентирована на лиц, специализирующихся в создании микросистемной техники, для которых важно количественное описание и наличие эффективных численных моделей.

Учебное пособие может быть полезно студентам старших курсов, обучающимся по специальностям «Микроэлектроника и твердотельная электроника» и «Микросистемная техника», а также аспирантам, инженерам и научным работникам.

УДК 621.382:53(075.8)

ISBN 5-7782-0446-9

© В.А. Гридчин, В.П. Драгунов, 2004
© Новосибирский государственный
технический университет, 2004

ПРЕДИСЛОВИЕ

Микросистемная техника является новой, активно развивающейся областью техники, первоначально возникшей на стыке микроэлектроники, микромеханики и микрооптики. Ее роль в экономике высокоразвитых стран непрерывно возрастает, а уровень и масштаб исследований служат безошибочным показателем развития страны. Стремительно увеличиваются мировой объем научных публикаций и число монографий и учебников по микросистемной технике.

Междисциплинарный характер микросистемной техники делает принципиально важным подробное описание физических процессов, происходящих в ее элементах, с корректным учетом особенностей технологии изготовления. Именно эти процессы определяют метрологические характеристики и служат основой для проектирования микросистем. Между тем большинство написанных в Европе и США монографий и учебников, например [1–7], акцентируют внимание на общем описании элементов конструкции микросистем и особенностях технологии изготовления. Отчасти это связано с новизной технического направления и, как следствие, необходимостью разъяснять потребителям само понятие микросистемной техники.

Настоящая книга предназначена для лиц, специализирующихся в создании микросистемной техники, для которых важны количественное описание характеристик и наличие эффективных численных моделей. Основное внимание в ней уделено количественному описанию физических процессов в элементах микросистем. В первом томе книги рассмотрены сенсоры давления на тензорезистивном и емкостном эффекте, а также актюаторы с электростатическим управлением. Выбор обусловлен прежде всего широтой их практического применения.

В первой главе рассмотрены особенности технологии микросистем и ее связь с микроэлектронной технологией.

Во второй главе даны основные понятия и приведены важнейшие уравнения теории упругости анизотропного твердого тела, необходимые для описания напряжений и деформаций в микромеханических системах.

В третьей главе анализируются с применением вариационного подхода механические напряжения и деформации упругих элементов сенсоров давления и актюаторов с электростатическим управлением.

В четвертой главе рассмотрен тензорезистивный эффект в кремнии *n*- и *p*-типов. Особое внимание уделено влиянию температуры и степени легирования на электропроводность кремния. Описаны гальвано- и термоэлектрические эффекты в деформированном кремнии *p*-типа.

Пятая глава посвящена физическим вопросам проектирования сенсоров давления на тензорезистивном эффекте как монокристаллического, так и поликристаллического кремния. Особое внимание уделено вопросам проектирования сенсоров на сдвиговом тензорезистивном эффекте.

В шестой главе даны примеры типичных элементов микросистемной техники и приведены некоторые характеристики.

Представленный том является первым в серии учебных пособий «Физика микросистем». Второй том посвящен физике сенсоров излучения, специальным вопросам теории сенсоров механических величин и тепловым сенсорам.

Книга может быть полезна научным работникам, инженерам, аспирантам и студентам старших курсов, занимающимся микросистемной техникой.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Buttenbach S.* Mikromechanik, Teubner Studien Bucher. – Stuttgart, 1994. – 239 S.
2. *Gerlach G., Doetzel W.* Grundlagen der Mikrosystemtechnik. – Munchen: C. Hanser Verlag, 1997. – 217 S.
3. *Heuberger A.* Mikromechanik. – В.: Springer-Verlag, 1991. – 501 S.
4. *Kovacs G. T.A.* Micromachined Transducers Sourcebook. – McGraw-Hill, 1998. – 899 p.
5. *Mescheder U.* Mikrosystemtechnik. – Leipzig: Teubner Stuttgart, 2000. – 321 S.
6. *Middelhoek S., Audet S.A.* Silicon Sensors. – L.: Acad. Press, 1989. – 896 p.
7. *Sze S.M.* Semiconductor Sensors. – N.-Y., 1994. – 550 p.

ВВЕДЕНИЕ

Список выдающихся достижений XX века будет неполным, если в него не внести новое направление техники, которое получило в американской литературе название «микроэлектромеханические системы» (MEMS), в европейской – «микросистемные технологии» (MST), а в японской – «микромашин». У истоков нового направления находились технология интегральных микросхем и материаловедение полупроводниковых, металлических и диэлектрических структур, а первоначальные исследования проводились еще в 50-е годы прошлого столетия. Именно тогда исследователи стали осознавать, что из кремния могут быть изготовлены не только диоды и транзисторы, но и качественно иные приборы, которые могут воспринимать и обрабатывать информацию и осуществлять функции управления. При этом характеристические размеры структур будут составлять десятки или сотни микрон, а технология изготовления – иметь групповой характер, т. е. допускать одновременное изготовление многих структур, что значительно уменьшает их стоимость. С течением времени перечень новых типов приборов и области их применения неуклонно расширялись, и сегодня в него входят разнообразные сенсоры, оптические ключи, проекционные дисплеи, устройства для контроля состояния среды, медицинской диагностики и мониторинга, микромашины и микророботы и многое другое.

В американской литературе аббревиатура MEMS обозначает микроструктуры, полученные с применением технологии интегральных схем (микротехнологий), но которые не являются ни чисто электронными, ни оптоэлектронными. Одно из определений характеризует MEMS как «способ производства устройств» [1]. Здесь ясно подчеркнута ведущая роль технологии изготовления в создании микромеханических структур. Однако это название, на наш взгляд, не совсем удачное, поскольку многие микросистемы не являются механическими в обычном смысле. В данной книге

мы будем пользоваться термином «микросистемные технологии» (МСТ) как более общим и точным, учитывая, что для изготовления микросистем (МС) в настоящее время применяют не только технологии интегральных схем, но и другие технологии, созданные специально для микросистемной техники.

Микросистемные технологии имеют, по крайней мере, три главные особенности.

Это технологии массового производства все более сложных приборов и устройств, обеспечивающие повышение надежности и относительное снижение стоимости.

Это междисциплинарные технологии, которые позволяют объединить в одном приборе ранее не связанные технологии, относящиеся, например, к микроэлектронике и механике или микроэлектронике и химии и т.д.

И, наконец, это технологии, которые обеспечивают производство систем и структур с характеристическими размерами порядка микрона и которые никакими другими существовавшими до сих пор методами не сделаешь.

Понятия «микросистемные технологии» и «микросистемы» иногда объединяют общим выражением «микросистемная техника» (микросистемотехника). Согласно [2], микросистемотехника охватывает проектирование, изготовление и применение миниатюрных технических систем, элементы и компоненты которых имеют характеристические размеры, лежащие в микро- или нанометровом диапазоне. В микросистемах можно выделить ряд компонентов, которые, в свою очередь, состоят из элементов, отличающихся функциональным назначением или формой.

В качестве примеров реализации микросистем можно привести системы управления воздушными мешками безопасности автомобилей, микромоторы, световые модуляторы, микроанализаторы химического состава. Указанные системы включают различные компоненты – сенсоры, актуаторы, процессоры, электронные цепи. В компонентах микросистем можно выделить элементы, отличающиеся формой (упругие элементы балочного или мембранного типа, микроканалы для протекания жидкости или газа, микросопла и др.) или функциональным назначением (тензорезисторы, нагревательные резисторы, металлическая разводка и т.д.). Элементы микросистем имеют характеристические размеры от десятков микрон до единиц миллиметров. Существует ярко выраженная тенденция дальнейшего уменьшения размеров и перехода в субмикронный и нанометровый диапазон.

1. ГЛАВНЫЕ ЭТАПЫ РАЗВИТИЯ МИКРОСИСТЕМНОЙ ТЕХНИКИ И ТЕНДЕНЦИИ РЫНКА

Начало работ по микросистемам обычно относят к 1948 году, когда был изобретен транзистор. Этим подчеркивается выдающаяся роль полупроводникового материаловедения и приборостроения в развитии техники. Реально начало эры микросистем и микросистемных технологий следует отнести к 1954 году, когда С.С. Smith открыл гигантский эффект пьезосопротивления в германии и кремнии, что послужило толчком к созданию сенсоров механических величин с применением полупроводниковых материалов. В табл. 0.1 приведены важнейшие этапы истории развития микросистем [2].

Таблица 0.1

Главные этапы развития микросистемной техники

Год	Основные результаты
1948	Изобретение транзистора (J. Berdeen, W.H. Brattain, W. Shockley)
1954	Открытие пьезорезистивного эффекта в германии и кремнии (C.S. Smith)
1958	Изготовление первой интегральной схемы (J.S. Kilby)
1962	Кремниевый интегральный тензопреобразователь (O.N. Tufte, P.W. Chapmen, D. Long)
1965	Изобретение поверхностной микромеханики: резонансный полевой транзистор, чувствительный к ускорению (H.C. Natanson, R.A. Wickstrom)
1976	Глубокое анизотропное травление в кремнии (H.A. Waggener et al., K.M. Finne, D.L. Klein)
1968	Открытие электростатического соединения (D.I. Pomerantz)
1973	Объединение интегрального тензопреобразователя и транзисторного усилителя на одном кристалле (Fa. Integrated Transducer)
1977	Первый емкостной акселерометр (Stanford University)
1979	Первая микросистема на кремниевой шайбе: газовый хроматограф (S.C. Terry, J.H. Germon, J.B. Angell)
1985	Развитие LIGA-технологии (W.Ehrfeld et al.)
1986	Метод прямого соединения кремниевых пластин (M.Shimbo et al.)
1992	Поверхностная микромеханика SCREAM-Prozess (N.C. Mac-Donald, Cornell University)
1993	Проекционный дисплей (Fa. Texas Instruments)
1994	Запатентовано глубокое реактивное ионное травление
1995	Быстрое развитие Bio-MEMS
2000	Широкое применение оптических MEMS

В истории развития микросистем можно выделить несколько периодов, которые отличаются применяемой технологией изготовления. Первый период (до 1962 года) характеризовался широким применением стандартных механических операций для формообразования полупроводниковых структур и индивидуальной работой с последними. Типичное изделие этого периода – приклеиваемый кремниевый тензорезистор.

Второй период (с 1962 по 1970-е годы) отличается применением технологии интегральных схем для формирования элементов электрических схем сенсоров давления или ускорений. Отсчет времени ведется с публикации O.N. Tufte, P.W. Chapmen, D. Long (см. табл. 0.1) о создании сенсора давления с интегральными тензорезисторами и упругим элементом в виде плоской круглой кремниевой диафрагмы.

Для третьего периода (с 1970-х по 1980-е годы) характерно применение технологии анизотропного травления кремния для создания трехмерных структур, в первую очередь упругих элементов сенсоров давления. Эта технология допускала групповое изготовление структур, что приводило к уменьшению стоимости сенсоров.

Четвертый период (с 1980 года и по настоящее время) определяется интенсивным использованием разнообразных технологий формирования трехмерных структур, размещением электронных схем обработки сигнала на одном чипе с сенсорными или управляющими элементами, созданием реальных микросистем.

Из данных, приведенных в табл. 0.1, видна главная особенность развития микросистем – постоянное расширение областей их применения. До 2000 года основной объем продаж приходился на сенсоры давления, инерциальные сенсоры (акселерометры) и микроинжекторы принтеров. Вначале двадцать первого столетия наиболее динамично развивающиеся секторы рынка связаны с телекоммуникациями, оптическими микросистемами и дисплеями высокого разрешения.

Состояние рынка микросистем и тенденции его развития являются предметом анализа ряда исследовательских центров. Их прогнозы хорошо согласуются с общей оценкой перспектив развития микросистемной техники, но заметно расходятся в количественной оценке. По большей части это связано с различным смыслом, вкладываемым в понятие «микросистема». На рис. 0.1 представлены результаты исследований NEXUS (the Network of Excellence in Multifunctional Microsystem) по оценке рынка микросистем до 2005 года [3]. Ожидается, что общий объем продаж микросистем в

2005 году составит 65 млрд долларов, а к 2010 году – 200 млрд долларов. В период с 1996 по 2002 годы среднегодовой прирост продаж микросистем составил 18 % в год, а по микросистемным компонентам еще больше – 25 % в год.

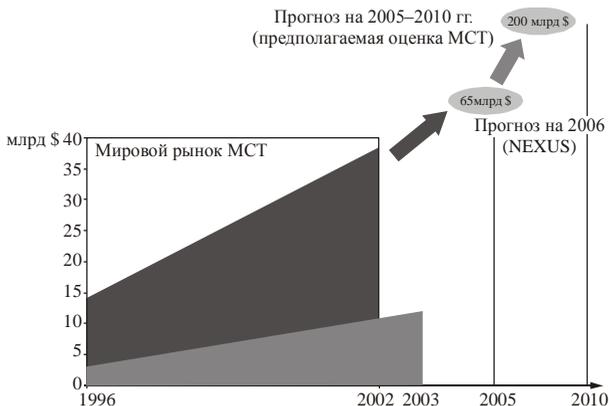


Рис. 0.1. Мировой рынок микросистемных технологий

Расширение активности в области создания микросистем подтверждается и стремительным ростом числа патентов. Патенты являются чувствительным барометром научной активности в деле создания новых видов продукции, осваиваемых промышленностью. На рис. 0.2 приведены данные, отражающие динамику патентной активности на современном этапе развития микросистемной техники [4].

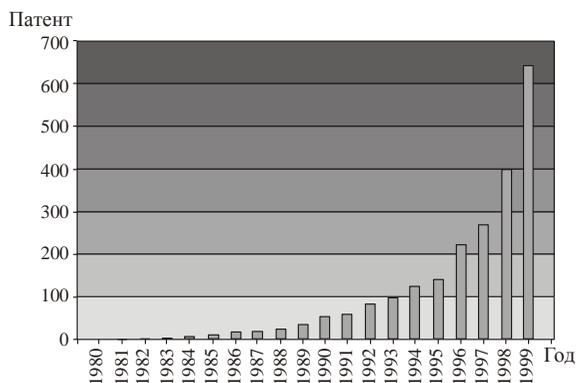


Рис. 0.2. Мировая патентная активность в области микросистемных технологий

Приведем некоторые примеры настоящих и будущих применений микросистем:

- системы, обеспечивающие навигацию транспортных средств, управляемое шасси автомобилей, противоударные системы;
- контроль работы двигателей внутреннего сгорания;
- инвазивные и неинвазивные биомедицинские сенсоры;
- медицинский мониторинг состояния пациента;
- системы дозированного введения лекарств (инсулин, анальгетики);
- компоненты оптики в телекоммуникациях;
- системы электромеханической обработки сигналов;
- проекционные дисплеи, системы с адаптивной оптикой;
- системы управления активными (перестраиваемыми) поверхностями аэродинамических аппаратов;
- инерциальные системы персональной навигации;
- дисплейные системы ночного видения;
- микроминиатюрные системы для обнаружения биологической, химической или ядерной опасности;
- системы хранения данных;
- квантовые компьютеры.

В табл. 0.2 приведены данные по объемам выпуска и продаж компонентов микросистемной техники на 1996 и 2002 годы.

Таблица 0.2

Мировой рынок изделий микросистемной техники, млн долларов США

Тип изделий	1996 год Число изделий, млн шт.	Стоимость, \$	2002 год Число изделий, млн шт.	Стоимость, \$
Системы введения лекарств	1	10	1000	1000
Оптические ключи	1	50	40	1000
Лаборатория на чипе	0	0	100	1000
Магнитооптические головки	0.01	1	100	500
Проекционные микросзеркала	0.1	10	1	300
Индуктивности на чипе	20	10	600	100
Микромоторы	0.1	5	2	80
Сенсоры противоударных систем автомобилей	0.01	0.5	2	20
Интжекционные сопла	10	10	30	30
Электронные «носсы»	0.001	0.1	0.05	5

Представленные в табл. 0.2 данные демонстрируют широкие возможности применения микросистемной техники. Учитывая высокие темпы развития, можно ожидать, что в ближайшем будущем микросистемная техника будет оказывать все большее влияние на повседневную жизнь человека.

2. ОСОБЕННОСТИ МИКРОСИСТЕМНОЙ ТЕХНИКИ

На первый взгляд кажется, что движущая сила в развитии микросистемной техники та же, как и для интегральных схем: возможность применения групповых процессов при изготовлении МС. Это позволяет производить микросистемы в больших количествах при относительно небольшой стоимости и высокой надежности. В действительности аналогия между интегральными схемами и компонентами микросистемной техники или микросистемами весьма неполная и имеются существенные отличия между традиционной микроэлектроникой и микросистемами (табл. 0.3) [2]. Поэтому в качестве движущих мотивов разработки и применения микросистем также выступают: а) сложность или невозможность решить поставленную задачу другими методами; б) возможность получения новых свойств в структурах, имеющих качественно меньшие характеристические размеры и созданных на основе новых материалов и технологий.

Реальная причина отличий между микроэлектроникой и микросистемной техникой кроется в гораздо большем разнообразии последней. И хотя микросистемная технология базируется на кремниевой интегральной технологии, большое разнообразие компонентов микросистем делает технологию их изготовления и более сложной, и более разнообразной, что приводит к не столь простой,

Таблица 0.3

Характеристики элементов микроэлектроники и микросистемной техники

Критерий	Микроэлектроника	Микросистемная техника
Компоненты	Стандартизованы	Чрезвычайно разнообразны
Степень интеграции	$10^5 \dots 10^7$	$10^2 \dots 10^5$
Применение	Электроника	Механика, оптика, гидродинамика и т.д.
Размерность структур	Двумерные	Трехмерные
Методы проектирования	Автоматизированы	Низкая степень автоматизации

как в микроэлектронике, структуре ценообразования. Для большинства микросенсоров сборка и испытания являются наиболее ответственными этапами изготовления, которые составляют до 75 % окончательной стоимости приборов. В обычной (интегральной) электронике также присутствуют операции сборки и испытаний, но они просты, коротки и дешевы. Относительно быстро можно произвести испытания акселерометров, используя, например, технику ударного воздействия. Однако для сенсоров давления, химических сенсоров или расходомеров быстрые измерения выполнить сложно или невозможно. Для сенсоров процедура испытаний должна обеспечивать метрологическую аттестацию на класс точности, что является значительно более трудоемким делом, чем разбраковка интегральных схем по требованиям технических условий.

Уменьшение размеров элементов интегральных схем является генеральной линией их развития, обеспечивающей в конечном итоге снижение стоимости. В микросистемной технике переход к микронным, а далее – к субмикронным и наноэлектронным размерам влияет по-разному на характеристики систем: иногда их улучшает, а иногда и ухудшает. Кроме того, размеры некоторых компонентов микросистем плохо поддаются уменьшению (например, источников питания, газовых систем, обеспечивающих вакуум, отдельных элементов общей конструкции и т.д.). В результате некоторые микросистемы имеют характеристические размеры порядка сантиметра, в то время как их компоненты – сотни микрон.

Перечисленные особенности микросистем приводят к тому, что еще на этапе формирования проекта необходимо ответить на несколько принципиальных вопросов и решить ряд задач [5]:

1. Является предполагаемая разработка коммерческой или научно-исследовательской?
2. Определиться с физическими принципами действия МС, включая рациональный выбор геометрических размеров компонентов и системы.
3. Сравнить достоинства и недостатки макроскопического и микросистемного вариантов изготовления системы.
4. Получить хорошее представление о имеющемся опыте применения МСТ для решения аналогичной задачи.
5. Выяснить потенциальную необходимость помещения обрабатывающей электроники на чип сенсора или актюатора.
6. Спроектировать разумный, не слишком сложный и не слишком дорогой, процесс изготовления.

7. Выбрать рациональный способ сборки микросистемы.
8. Выбрать, учитывая потребности рынка, метод тестирования, которому могут подвергаться все 100 % изделий.
9. Оценить итоговую стоимость прибора.
10. Рассмотреть возможности дальнейшего улучшения характеристик прибора, его стоимости, конструктивного оформления.
11. После этого принять решение: стоит ли игра свеч?

В этом стандартном перечне вопросов для разработчика важнейшую роль играют особенности рынка, для которого создается микросистема. Успешное применение методов микросистемной технологии будет в первую очередь там, где объем рынка велик. Сейчас это автомобильная промышленность и телекоммуникации. Успешность применения микросистемной техники в этих секторах рынка определяется уникальными свойствами созданных компонентов МС и возможностями снижения их стоимости.

В последнее десятилетие оказался чрезвычайно перспективен быстро растущий сектор рынка, связанный с контролем за состоянием окружающей среды и обеспечением жизнедеятельности человека. Здесь применение микросистемных технологий приводит к особенно впечатляющим результатам и, кроме того, имеет мало конкурентов. Создаваемые для этого сектора рынка компоненты дороги, но их появление, по существу, сформировало рынок, который активно развивается.

3. О СТРУКТУРЕ КНИГИ

Данная книга является первой частью серии изданий, посвященных физическим процессам в компонентах и элементах микросистем. Перечень вопросов, которые предполагается рассмотреть, соответствует стандартной структуре микросистемы, представленной на рис. 0.3.

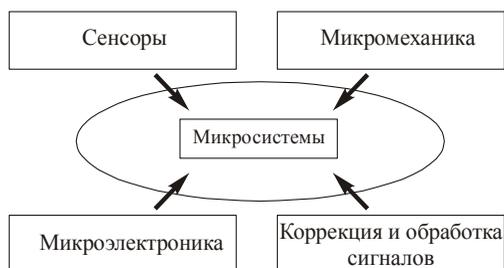


Рис. 0.3. Структура микросистемы

Для сохранения разумного объема издания основное внимание в данном томе уделено элементам микросистем.

Главы 1 и 6 носят обзорный характер и знакомят читателя с элементами технологии микроэлектроники и микромеханики, а также компонентами микросистемной техники. Тем, кого интересует количественная сторона описания процессов в элементах микросистем, эти главы можно опустить и начинать чтение с главы 2, являющейся введением в теорию упругости анизотропных сред.

Главы 3–5 образуют ядро книги, в котором глава 3 целиком посвящена микромеханике, а 4–5 – сенсорам на тензорезистивном эффекте.

Применение численных методов при анализе элементов микросистем описано во втором томе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Defense Advanced Research Projects Agency (DARPA). Режим доступа: <http://www.darpa.mil/MTO>.
2. *Gerlach G., Doetzel W.* Gruudfagen der Mikrosystemtechnik. – Munchen: C. Hansel Verlag, 1997. – 217 S.
3. *Berger J., Botthof A.* Technology Developments and Market Exploitation in the Context of Microsystems // MST News. – 2002. – № 4/02 – P. 4.
4. *Mehelso R.* The Microsystems Road in the USA // MST News. – 2002. – № 4/02. – P. 6.
5. *Maluf N.* An Introduction to Microelectromechanical System Engineering. – Boston, 2000. – 237 p.



ГЛАВА 1

ОСНОВНЫЕ ЭТАПЫ ТЕХНОЛОГИИ СОЗДАНИЯ КРЕМНИЕВЫХ МИКРОСИСТЕМ

В микросистемной технике технология создания кремниевых интегральных схем играет роль фундамента. Разнообразие областей применения и требований к микросистемам добавило в эту технологию много нового, имеющего зачастую принципиальный характер. В результате сформировалась особая микросистемная технология, ориентированная на создание изделий, удовлетворяющих таким требованиям, которые никогда не ставились при изготовлении интегральных схем. В микросистемной технологии, например, повышенное внимание уделяется трехмерному формированию различных компонентов, вопросам сборки сенсоров, актюаторов или микросистем, контролю геометрических размеров, положения и т.д. Обширность и разнообразие применения микросистем и их компонентов привели к широкому использованию при их производстве разнообразных материалов помимо традиционного кремния и алюминия. Сформировалась LIGA-технология, которая позволяет создавать микрокомпоненты без использования кремния. И все-таки кремний является основным технологическим и конструктивным материалом микросистемной техники.

Микросистемная технология накладывает свой отпечаток на особенности конструкций компонентов и протекающие в них процессы и в конечном итоге на все характеристики. Поэтому анализ физических явлений в микросистемах, проектирование микросистем, их математическое моделирование должны учитывать особенности технологии изготовления.

В настоящей главе рассматриваются основные этапы микросистемных технологий. В первой части описаны те, которые имеют

много общего со стандартными технологическими процессами, применяемыми для производства интегральных схем.

Во второй части этой главы анализируются некоторые проблемы технологии изготовления, которые не типичны либо вообще не применяются в стандартной микроэлектронной технологии при производстве интегральных схем. Области применения микросистемной технологии весьма широка, и иллюстрацию отдельных технологических этапов изготовления проведем на примере сенсоров давления. Именно по таким сенсорам к настоящему времени накоплен большой опыт применения микросистемных технологий.

1.1. ПРИМЕНЕНИЕ КРЕМНИЯ В МИКРОСИСТЕМНОЙ ТЕХНИКЕ

В течение многих лет конструирование и производство сенсоров базировались на технологиях машиностроения и точной механики. Эти технологии, будучи достаточно гибкими и отработанными, давали разработчикам аппаратуры большую свободу в выборе принципов действия и вариантов конструкции сенсоров. Книги, описывающие принципы действия, устройства и характеристики сенсоров, стали напоминать энциклопедии. Как правило, каждой конструкции соответствовала своя технология изготовления сенсора, причем довольно часто отдельные этапы технологического маршрута изготовления были производственным секретом. Все это привело к тому, что стоимость сенсоров резко возросла по сравнению со стоимостью компонентов электронных схем. Эта разница становилась все заметнее по мере ужесточения требований к точности измерений.

Между тем в микроэлектронике – этом важнейшем секторе электроники, определяющем в значительной мере прогресс техники в целом, – ситуация оказалась противоположной. При возрастающей сложности электрических схем их относительная стоимость неуклонно падала. Это произошло благодаря применению кремния как основного материала для производства электронных схем и использованию специальной микроэлектронной технологии.

В середине 60-х годов стала ясна перспективность микроэлектронной технологии и для производства сенсоров. Впервые новые технологии производства были успешно применены при создании сенсоров давлений и ускорений. В 1974 году появился каталог фирмы National Semiconductor (USA), в котором описывались характеристики выпускаемых промышленных сенсоров [1]. Постепенно новые технологии производства, основанные на достижен-

ях микроэлектроники, нашли применение при создании магнитных, термических и химических сенсоров.

В 80-х годах появились первые сообщения о разработке микроэлектронных сенсоров радиоактивного излучения [2]. В 1982 году вышла большая обзорная статья К. Петерсона [3], которая обобщила применение микроэлектронной технологии в производстве сенсоров и наметила перспективы ее дальнейшего развития.

В настоящее время темпы роста объемов производства сенсоров, изготавливаемых по микроэлектронной технологии, превосходят темпы роста производства обычных интегральных схем. В значительной мере это явилось следствием существенного сокращения трудозатрат на производство одного сенсора и уменьшения его стоимости.

Появление новых технологий изготовления сенсоров оказало решающее влияние на их конструкции и выбор материалов. Эти конструкции и материалы должны быть прежде всего совместимы с микроэлектронной технологией производства чувствительных кремниевых элементов. В технологии производства сенсоров различных физических величин оказалось много общих операций и приемов, что, хотя и не привело к созданию универсальной технологии изготовления, значительно уменьшило трудоемкость изготовления и стоимость сенсоров.

Учитывая исключительную роль кремния как материала для микросистем, необходимо остановиться на его свойствах и характеристиках подробнее.

В настоящее время и в обозримом будущем кремний останется основным материалом микроэлектроники. Это объясняется рядом его уникальных физических и химических свойств [3].

Кремний как исходный материал доступен и дешев, а технология получения, очистки, обработки и легирования хорошо разработана, что обеспечивает высокую степень кристаллографического совершенства изготавливаемых структур. Необходимо специально подчеркнуть, что по этому показателю кремний намного превосходит сталь.

Кремний обладает хорошими механическими свойствами. По значению модуля Юнга кремний приближается к нержавеющей стали и намного превосходит кварц и различные стекла. По твердости кремний близок к кварцу и почти вдвое превосходит железо. Монокристаллы кремния имеют предел текучести, который в три раза больше, чем у нержавеющей стали. Однако при деформации он разрушается без видимых изменений размеров, тогда как металлы обычно претерпевают пластическую деформацию. Причины

разрушения кремния связаны со структурными дефектами кристаллической решетки, в основном расположенными на поверхности монокристаллов кремния. Полупроводниковая промышленность успешно решает проблему высококачественной обработки поверхности кремния, так что зачастую кремниевые механические компоненты (например, упругие элементы в сенсорах давления) превосходят по прочности сталь. В табл. 1.1 указаны некоторые механические характеристики кремния и других материалов, применяющихся в микросистемах.

Таблица 1.1

Характеристики основных материалов электроники

Материал	Предел текучести, 10^9 Па	Твердость, кг/мм^2	Модуль Юнга, 10^{11} Па	Плотность, г/см^3	Теплопроводность, $\text{Вт/см}^2 \cdot ^\circ\text{C}$	Коэффициент теплового расширения, $10^{-6}^\circ\text{C}^{-1}$
Si	7.0	850	1.9	2.3	1.57	2.33
Сталь (высшей прочности)	4.2	1500	2.1	7.9	0.97	12
Нержавеющая сталь	2.1	660	2.0	7.9	0.329	17.3
Al	0.17	130	0.7	2.7	2.36	25

Микроэлектронная технология изготовления кремниевых приборов основана на применении тонких слоев, создаваемых ионной имплантацией или термической диффузией атомов легирующей примеси, что в сочетании с методами вакуумного осаждения металлов на кремниевую поверхность оказалось весьма удобно для целей миниатюризации изделий.

Для воспроизведения размеров и форм структур кремниевых приборов используется метод фотолитографии, обеспечивающий высокую точность изготовления.

Кремниевые микроэлектронные приборы изготавливаются по групповой технологии. Это означает, что все производственные процессы осуществляются для целой кремниевой пластины, которая содержит несколько сотен отдельных кристаллов – чипов. И только на последнем этапе изготовления пластина разделяется на кристаллы, которые далее используются при сборке отдельных приборов, что в итоге резко снижает их себестоимость.

Для производства сенсоров особенно важна способность кремния реагировать на различные виды воздействий: механические,

тепловые, магнитные, химические и электрические. Универсальность применения кремния способствует снижению стоимости сенсоров и унификации технологии их изготовления.

Особо следует отметить высокие механические свойства кремния. В отличие от поликристаллических металлов, кремний может многократно подвергаться воздействию механических напряжений, не проявляя эффекта усталости. Кремниевые структуры могут выдерживать давление свыше 350 МПа и ускорение до $10^6 \text{ м}^2/\text{с}^2$ [4].

Однако в сознании большинства людей сложилось представление о кремнии как о весьма хрупком материале. Причина здесь в том, что под нагрузкой при комнатной температуре кремний ломается, в то время как металлы претерпевают пластическую деформацию. За поломку кремниевых структур отвечают дефекты на краях или поверхности пластин. Полирование полупроводниковых пластин и химическая обработка резко повышают их прочность. Деформации, которые уверенно выдерживают кремниевые кристаллы, лежат в пределах $2 \cdot 10^{-3} \dots 4 \cdot 10^{-3}$. Специальная обработка поверхности дает возможность повысить деформацию в 2-2.5 раза.

Модуль Юнга и твердость у кремния близки к стали при меньшей (примерно в три раза) плотности. Открытие возможности прецизионного профилирования с помощью химического травления привело к созданию микромеханики – направления микросистемной техники, в котором кремний как конструкционный материал вытеснил сталь. При этом сохранены микроминиатюризация и возможность простого сопряжения с внешними электронными устройствами. Существенно, что создание трехмерных структур из кремния происходит без возникновения нарушенных слоев и понижения его прочности.

1.2. ОСНОВНЫЕ ЭТАПЫ КРЕМНИЕВОЙ МИКРОСИСТЕМНОЙ ТЕХНОЛОГИИ

Рассмотрим этапы технологии, общие для производства интегральных схем и микросистем.

Для производства интегральных схем и компонентов кремниевых микросистем необходимы пластины монокристаллического кремния. Применение таких пластин является принципиальной особенностью микроэлектронной технологии, во многом предопределившей ее дальнейшие успехи. В настоящее время полупроводниковая промышленность выпускает кремниевые пластины

диаметром от 76 до 300 мм, которым придана круглая форма. Имеется четко выраженная тенденция использования в производстве пластин все большего диаметра, что связано с возможностью получения на них большого числа интегральных схем или компонентов микросистем.

Для получения кремния исходным сырьем служит чистый песок (кварцит). Песок вместе с углеродом в виде угля, кокса и древесных опилок загружается в электродуговую печь. При пропускании сильного тока в смеси происходят химические реакции, в результате которых образуется металлургический кремний со степенью чистоты 98 %. Этот процесс весьма энергоемок, а образовавшийся кремний содержит много примесей и требует очистки, которая производится химическими методами. После нескольких этапов очистки получают поликристаллические кремниевые слитки с необходимой для дальнейшего производства степенью чистоты. Поликристаллический кремний состоит из большого числа небольших кристаллов, имеющих хаотическую угловую ориентацию.

Для производства интегральных схем и микросистем необходим монокристаллический кремний, т. е. такой, где атомы расположены строго периодически на больших расстояниях в пределах целого слитка, высота которого может достигать двух метров. Кроме того, монокристаллы кремния должны содержать малое количество примеси – не более одного атома примеси на 10^9 атомов кремния. Поскольку исходным сырьем для монокристаллического кремния является кремний поликристаллический, получение последнего с требуемой степенью чистоты – самостоятельная серьезная техническая проблема.

Обычно монокристаллический кремний в виде слитков больших размеров получают по методу Чохральского [5]. В этом методе на первом этапе поликристаллический кремний расплавляется с помощью высокочастотного разогрева в инертном химическом тигле. В специальном держателе укрепляется затравка – небольшой монокристалл кремния заданной кристаллографической ориентации. На втором этапе кристалл-затравку приводят в соприкосновение с расплавом и затем медленно вытягивают. Атомы кремния из расплава начинают кристаллизоваться на вытягиваемом кристалле-затравке, повторяя его кристаллографическую структуру. Для улучшения качества выращиваемого монокристалла держатель с затравкой вращается со скоростью несколько оборотов в минуту.

В качестве легирующей примеси для создания кремния с проводимостью *p*-типа обычно применяют бор, а если необходимо по-

лучить проводимость n -типа, то добавляют фосфор. Примеси вводятся в расплав в виде порошка.

В некоторых случаях, например для сенсоров ядерного излучения, необходим особо чистый кремний. Для его получения используют метод зонной плавки. Слиток поликристаллического кремния устанавливают вертикально в специальном держателе, и тигель не требуется. С помощью высокочастотного разогрева в поликремниевом кристалле формируется зона расплава длиной около 1.5 см, которая первоначально соединяет низ кристалла-затравки и поликремниевый слиток. Конструкция установки предусматривает управляемое перемещение жидкой зоны от кристалла-затравки к противоположному краю слитка. В процессе движения зоны происходят рост монокристалла и одновременно его очистка, так как растворимость большинства примесей в жидкой зоне больше, чем в твердом теле. Жидкую зону, содержащую примеси, выводят на край слитка, после затвердевания эту часть слитка отрезают. Для повышения качества очистки жидкую зону можно провести через монокристаллы несколько раз.

После выращивания слитка боковую поверхность монокристаллического кремния обрабатывают механически, так чтобы диаметр слитков соответствовал установленному стандарту (например, 100 мм). Обязательный этап подготовки слитка – шлифовка вдоль его образующей одного или нескольких базовых срезов. Базовые срезы указывают определенные кристаллографические направления на пластинах кремния, относительно которых ориентируют фотошаблоны интегральных схем в процессе их производства. На пластинах кремния небольшого диаметра изготавливается один базовый срез, пластины большего диаметра имеют два среза (основной и дополнительный) для повышения точности размещения фотошаблонов. Для получения полупроводниковых пластин слиток кремния разрезают перпендикулярно к длинной оси. Пластины шлифуют и полируют до 14-го класса чистоты. При производстве интегральных схем полируется только одна сторона пластины, а для производства компонентов микросистемной техники зачастую необходимы двусторонне полированные пластины. К пластинам кремния предъявляются жесткие требования по точности их кристаллографической ориентации. Обе поверхности пластины должны быть параллельны определенной плоскости элементарной ячейки кристалла кремния. На рис. 1.1 схематически показаны элементарная ячейка и обозначения важнейших кристаллографических плоскостей и направлений в кремнии, а в табл. 1.2 приведены характерные размеры кремниевых пластин.

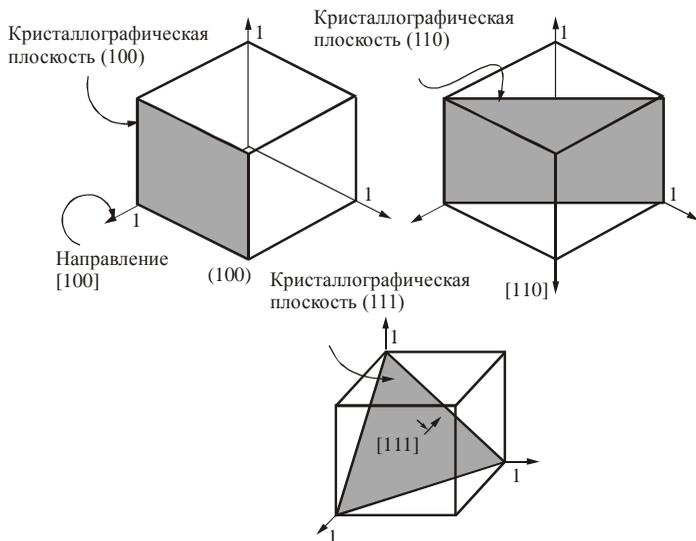


Рис. 1.1. Схематическое представление кристаллографических плоскостей и важнейших направлений в кубической элементарной ячейке

На рис. 1.2 приведены важнейшие кристаллографические направления базовых срезов пластин кремния, выпускаемых промышленностью. (Ориентация срезов зависит от типа проводимости пластины и ее кристаллографической ориентации.)

Таблица 1.2

Геометрические параметры кремниевых пластин диаметром 100 и 125 мм

Диаметр подложки, мм	100 ± 1	125 ± 0,5
Основной базовый срез, мм	30 ± 35	40 ± 45
Дополнительный базовый срез, мм	16 ± 20	25 ± 30
Толщина подложки, мм	0.5 ± 0.55	0.6 ± 0.65
Неплоскостность, мкм	50	60
Ориентация поверхности	(100) ± 1° (111) ± 2°	(100) ± 1° (111) ± 2°

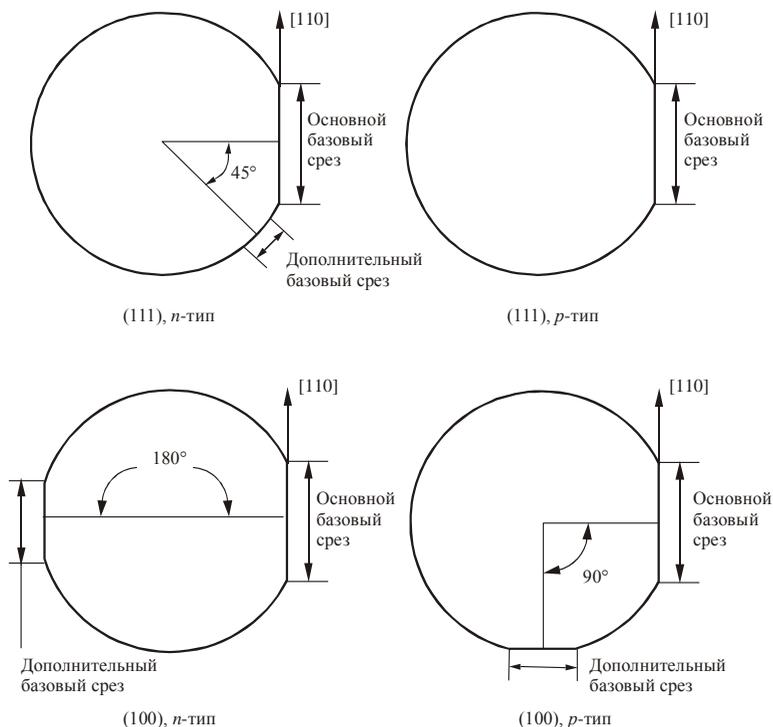


Рис. 1.2. Маркировка кремниевых пластин с помощью базовых срезов

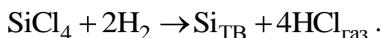
1.2.1. КРЕМНИЕВЫЕ ПЛАСТИНЫ С ЭПИТАКСИАЛЬНЫМ СЛОЕМ

В производстве интегральных схем и компонентов микросистем широко применяются пластины с эпитаксиальными слоями, благодаря чему удается оптимизировать параметры элементов интегральных схем. В производстве чувствительных элементов сенсоров механических величин сильнолегированные эпитаксиальные слои используются в качестве стоп-слоев для автоматической остановки процессов травления при глубоком профилировании исходных кремниевых пластин.

Термин «эпитаксия» применяют для описания процессов выращивания тонких монокристаллических слоев вещества на монокристаллической подложке. Подложка играет ту же роль, что и затравочный кристалл в методе Чохральского. Эпитаксиальные процессы проводятся при температурах ниже, чем температура

плавления кремния (1415 °С), что удобно в техническом отношении. В настоящее время применяют два метода получения эпитаксиальных слоев. Основной метод использует технологию осаждения слоев кремния из парогазовой смеси. Другой метод, применение которого в последнее время интенсивно расширяется, – метод молекулярно-лучевой эпитаксии (МЛЭ). В этом методе эпитаксиальный слой формируется конденсацией в вакууме напыляемых на подложку молекулярных пучков.

Для выращивания эпитаксиального кремния из парогазовой смеси чаще всего применяется газообразный тетрахлорид кремния SiCl_4 . Тетрахлорид кремния в потоке газа-носителя (обычно это водород) доставляется в зону реактора, где находятся кремниевые подложки. Процесс проводится при температурах 900...1200 °С, когда происходит химическая реакция



Кремний, получающийся в результате этой реакции, $\text{Si}_{\text{ТВ}}$, оседает на подложку и создает эпитаксиальный монокристаллический слой. Добавление к потоку водорода небольших количеств газообразных примесей, содержащих легирующие элементы, например арсина AsH_3 или диборана B_2H_6 , позволяет одновременно с ростом эпитаксиальной пленки проводить и ее легирование, создавая слои *n*- или *p*-типа проводимости. Типичные скорости роста эпитаксиальных пленок из парогазовой смеси составляют от 0.5 до 1.5 мкм/мин для диапазона температур 900...1250 °С. Обычно уровень легирования эпитаксиальных слоев не превышает $1 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$. Это соответствует уровню концентрации примеси в коллекторе транзистора при изготовлении его по биполярной технологии. Толщина эпитаксиальных слоев, как правило, обычно составляет 2...5 мкм, хотя в отдельных случаях может достигать и 20 мкм.

Основное преимущество метода молекулярно-лучевой эпитаксии перед эпитаксией из парогазовой смеси заключается в том, что процесс проводится при более низкой температуре. Температурный диапазон МЛЭ лежит в пределах 400...800 °С. Снижение температуры процесса уменьшает диффузию примеси из подложки в растущий слой и позволяет создавать резкие границы между слоями. Другое преимущество метода молекулярно-лучевой эпитаксии состоит в высокой точности управления молекулярными пучками и процессом легирования в целом, что позволяет создавать сложные профили легирования в выращиваемых пленках.

Основными недостатками метода МЛЭ, которые пока сдерживают его применение, являются низкая скорость роста эпитакси-

ального слоя (от 0.01 до 0.3 мкм/мин) и высокая стоимость установки эпитаксии. Тем не менее самые уникальные пленки и структуры на этих пленках в настоящее время создаются методом МЛЭ, что, в частности, обуславливает интерес к этому методу и при производстве компонентов микросистемной техники.

Кремниевые пластины с эпитаксиальными слоями или без них являются исходными технологическими единицами при производстве интегральных схем и в микросистемной технологии. Дальнейший технологический процесс изготовления необходимых структур можно проводить двумя различными путями.

1.2.2. ОСНОВНЫЕ ВАРИАНТЫ КРЕМНИЕВОЙ МИКРОЭЛЕКТРОННОЙ ТЕХНОЛОГИИ

В настоящее время существуют два основных варианта технологии кремниевых микроэлектронных приборов: биполярная и МДП (металл – диэлектрик – полупроводник). Названия технологий соответствуют двум различным схемам построения микроэлектронных транзисторов.

Поперечное сечение биполярного транзистора показано на рис. 1.3. Транзистор, представленный на этом рисунке, имеет эмиттер (вывод E) и коллектор n -типа проводимости (вывод C) и базу p -типа проводимости (контакт D). Два p - n -перехода эмиттер – база и коллектор – база в нормальном режиме включены: первый – в прямом направлении, а второй – в обратном. В результате электроны инжектируются из сильно легированного эмиттера (символ n^+) в базу транзистора. Инжектированные из эмиттера электроны в

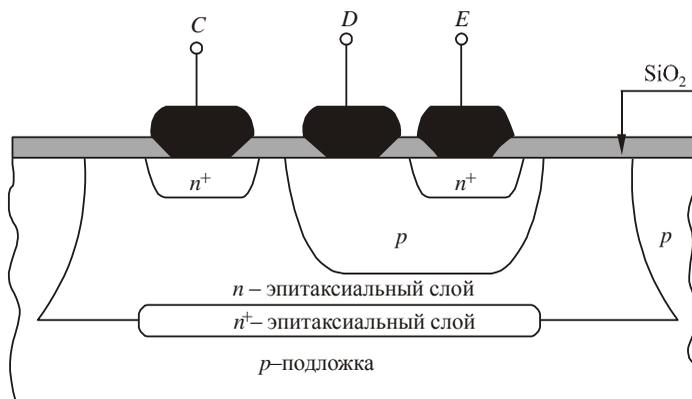


Рис. 1.3. Поперечное сечение биполярного n - p - n транзистора

базе не являются основными носителями и движутся благодаря диффузии по направлению к коллектору.

Поскольку переход коллектор – база включен в обратном направлении, неосновные носители-электроны затягиваются полем p - n -перехода в коллектор и определяют его ток $I_{св}$.

В процессе диффузионного движения через базу электрон может повстречаться с дыркой и рекомбинировать, в результате чего исчезнут один электрон и одна дырка. Поскольку база транзистора электрически нейтральна, исчезновение дырки в результате рекомбинации должно быть компенсировано током через базовый контакт, что создает одну из составляющих базового тока. Две другие составляющие этого тока связаны с возможным переходом дырок в область эмиттера и инжекцией дырок из коллектора в базу. В хорошо сконструированном транзисторе базовый ток составляет не более 1 % от тока эмиттера. Для обеспечения этого базу приходится делать достаточно тонкой, чтобы вероятность рекомбинации была возможно меньшей. Процессы диффузии электронов характеризуются диффузионной длиной – расстоянием, на котором концентрация инжектированных электронов в результате рекомбинации уменьшается в e раз. Диффузионная длина L связана с коэффициентом D и временем диффузии t соотношением

$$L = \sqrt{Dt} .$$

Для уменьшения рекомбинационных потерь размеры базы W должны удовлетворять соотношению

$$W \ll L .$$

Исходные пластины для изготовления n - p - n транзисторов имеют подложку p -типа, на которой выращен эпитаксиальный слой слаболегированного n -кремния. Коллекторный p - n -переход образуется термической диффузией примеси p -типа, в качестве которой обычно используется бор. Эмиттерный переход формируется диффузией примеси n -типа (обычно фосфор) в базовую область транзистора. Для создания эффективно работающего эмиттера уровень легирования должен быть достаточно высок. В качестве легирующей примеси иногда применяется мышьяк.

Области $p+$ (рис. 1.3) предназначены для изоляции транзисторов друг от друга, а скрытый $n+$ -слой – для улучшения частотных характеристик. Обычная область применения биполярной технологии – транзисторы высокоскоростной памяти и логические приборы. В настоящее время в чувствительных элементах сенсоров применяется в основном биполярная технология.

Первые биполярные транзисторы с использованием термической диффузии легирующей примеси были произведены в 1959 году. Спустя год был создан вариант принципиально нового транзистора, получившего название МДП-транзистор. Схема такого транзистора показана на рис. 1.4. В подложке, например p -типа, ионным легированием или термической диффузией примеси создаются две области n -типа – сток и исток (контакты A и C). На тонком слое окисла между стоком и истоком располагается металлический электрод-затвор (контакт B). Области стока и истока образуют с подложкой два встречно включенных p - n -перехода.

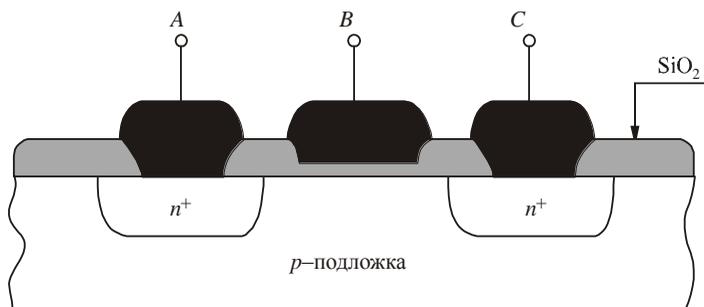


Рис. 1.4. Поперечное сечение n -канального МДП-транзистора

Работа МДП-транзистора зависит от соотношения между напряжениями на его электродах. Когда на затвор не подается напряжение, ток между истоком и стоком будет мал и равен обратному току одного из двух p - n -переходов. Подача на электрод B положительного относительно подложки потенциала приводит к тому, что неосновные носители в подложке – электроны – будут аккумулироваться под затвором.

Если положительное напряжение превосходит некоторую характеристическую величину, называемую пороговым напряжением, под затвором электронов собирается больше, чем средняя концентрация дырок в подложке p -типа, и возникает канал n -типа, который соединяет области истока и стока транзистора. На границе канала n -типа и подложки p -типа возникает p - n -переход, который существует до тех пор, пока на затворе имеется необходимый положительный потенциал.

По аналогичной схеме можно построить транзисторы с каналом p -типа. В этом случае подложка должна иметь n -тип проводимости, а области истока и стока формируются термической диффузией

ей или ионной имплантацией примеси p -типа. На затворный электрод должен подаваться отрицательный потенциал.

Изменяя напряжение на затворе, можно эффективно управлять током, текущим в канале от истока к стоку. Описанная структура действует как твердотельный аналог вакуумного триода.

Приведенные схемы построения транзисторов, несмотря на их отличие, имеют сходные технологические операции изготовления. Различаются только число этих операций, требования к уровню легирования и качеству используемых слоев. Технология изготовления МДП-транзисторов проще и дешевле, чем биполярных. Однако в МДП-технологии важнейшую роль играют качество подзатворного диэлектрика и состояние поверхности полупроводника. На границе диэлектрик – полупроводник может накапливаться неподвижный заряд, прямо влияющий на характеристики транзисторов. Эти проблемы являются предметом пристального внимания технологов при массовом производстве приборов.

В последующих разделах будут описаны основные этапы маршрута изготовления приборов с применением кремниевой интегральной технологии.

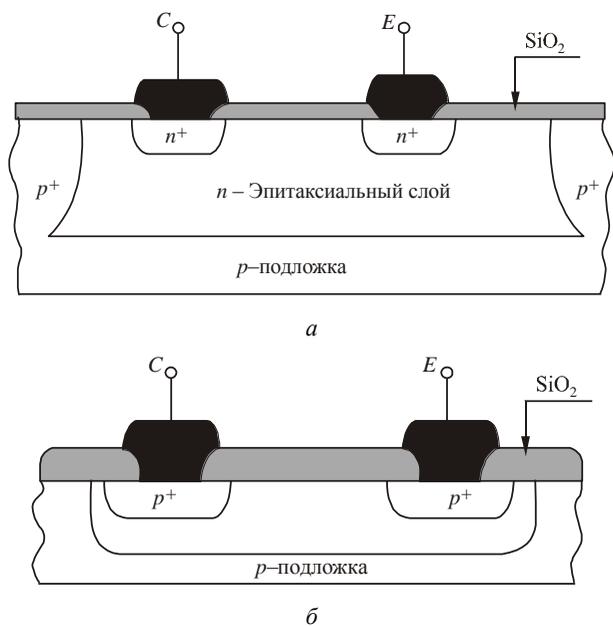


Рис. 1.5. Поперечное сечение эпитаксиального (а) и диффузионного (б) резисторов

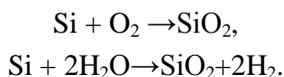
При производстве микроэлектронных сенсоров по биполярной технологии особое значение имеют резисторы. Это связано с их широким применением в сенсорах механических и термических величин. Наибольшее распространение получили две схемы построения резисторов, показанные на рис. 1.5. В первом варианте резистор формируется в эпитаксиальной пленке, где C и E – контакты к резистору, и p^+ -области обеспечивают изоляцию резистора от других элементов электрической схемы. Во втором варианте резистор формируется с помощью термической диффузии или ионной имплантацией примеси прямо в исходной кремниевой пластине. Возникающий при этом p - n -переход служит для изоляции резистора от других элементов электрической схемы.

1.2.3. ТЕРМИЧЕСКОЕ ОКИСЛЕНИЕ КРЕМНИЯ

Двуокись кремния SiO_2 в силу уникального сочетания физико-химических свойств во многом предопределила широкое применение кремния как материала для микроэлектроники и для производства компонентов микросистемной техники.

Пленки двуокиси кремния служат маской при процессах диффузионного или ионного легирования, могут использоваться как подзатворный диэлектрик в полевых транзисторах (см. рис. 1.4), а также и как пассивирующий слой, защищающий элементы электрической схемы от влияния поверхностных загрязнений. Как диэлектрик, двуокись кремния обладает отличными изолирующими свойствами благодаря высокому удельному сопротивлению.

Двуокись кремния образуется на поверхности кремния в естественных условиях при комнатной температуре. Толщина такого окисла обычно составляет 20...30 Å и редко превосходит 40 Å. Однако в микроэлектронной технологии окисление кремния проводят при температуре 700...1200 °С в специальных кварцевых реакторах в атмосфере кислорода (сухое окисление) или паров воды (влажное окисление). Это позволяет создать однородные бездефектные пленки с различной степенью плотности. Окисление кремния начинается с его поверхности. В дальнейшем атомы кислорода диффундируют через слой выросшего окисла. При сухом и влажном окислении кремния происходят химические реакции типа



На ранних стадиях окисления, когда толщина окисного слоя мала и процессами диффузии кислорода можно пренебречь, тол-

щина слоя окисла x пропорциональна времени окисления t и плотности атомов кремния на поверхности N :

$$x = CNt,$$

где C – некоторая постоянная.

Так как плотность атомов на кристаллографической плоскости (111) выше, чем на плоскости (100), плотности окисла оказываются разными при одинаковом времени окисления.

При большой толщине слоя окисла ($x > 0.01$ мкм) скорость окисления определяется процессом диффузии кислорода через окисел. В этом случае толщина окисла x и время окисления связаны нелинейным соотношением

$$x \sim \sqrt{Dt},$$

где D – коэффициент диффузии.

Температурные коэффициенты линейного расширения кремния и двуокиси кремния различаются довольно заметно: $2.5 \cdot 10^{-6}$ град⁻¹ и $0.5 \cdot 10^{-6}$ град⁻¹. Поскольку процессы окисления проводятся при высоких температурах (обычно $T_{\text{ок}} > 900$ °С), вблизи границы Si–SiO₂ возникают термомеханические напряжения. Измерения, проведенные при комнатной температуре после термического окисления кремния, показывают, что SiO₂ находится в состоянии сжатия, при этом упругие напряжения примерно равны $3 \cdot 10^8$ Н/м². Термомеханические напряжения на границе Si–SiO₂ могут привести к короблению кремниевых пластин, разрыву окисла и появлению дефектов в приповерхностном слое кремния. Эти термомеханические напряжения деформируют упругие элементы сенсоров.

1.2.4. ЛИТОГРАФИЯ

Важнейшей частью технологического процесса изготовления интегральных схем и компонентов микросистемной техники является литография. Идея этого метода восходит к концу восемнадцатого века, однако практическое применение в полупроводниковой промышленности литография нашла только в 60-х годах XX столетия. К настоящему времени существует несколько вариантов литографии: фотолитография, рентгеновская литография, электронно-лучевая литография. Из них наибольшее применение в силу простоты получила фотолитография.

В методе фотолитографии исходной структурой является пластина кремния, покрытая слоем двуокиси кремния, нанесенным с

одной или с двух сторон. В обычной микроэлектронике все элементы электрической схемы размещаются только на одной стороне кремниевой пластины, поэтому используется односторонняя литография. При производстве компонентов микросистемной техники в связи с необходимостью трехмерного профилирования широко применяется двусторонняя фотолитография.

Двуокись кремния благодаря уникальным физико-химическим свойствам играет роль защитной маски на всех ступенях технологического процесса создания полупроводниковых структур.

На кремниевую пластину наносят тонкий однородный слой полимера, называемого фоторезистом, который обладает способностью изменять свои свойства под действием ультрафиолетового излучения. Фоторезисты делятся на два типа: позитивные и негативные. В негативном фоторезисте под действием излучения между молекулами полимера возникают дополнительные связи, в результате чего он становится более устойчив к действию органических растворителей. В таких растворителях неэкспонированные участки фоторезиста удаляются, а экспонированные остаются на поверхности двуокиси кремния.

В позитивных фоторезистах под действием ультрафиолетового облучения связи между молекулами ослабляются, поэтому облученные участки фоторезиста удаляются в органических растворителях. На необлученных участках пластины фоторезист остается, защищая нижележащие слои.

Для формирования необходимого рисунка на фоторезисте и кремниевой пластине применяются фотошаблоны. Фотошаблоны представляют собой стеклянные пластины с хорошо обработанными поверхностями, на одну из которых напылением металла нанесен необходимый рисунок, соответствующий технологической операции. Чередование светлых и темных областей на фотошаблоне после засветки и обработки растворителями оставляет на поверхности кремниевой пластины места, защищенные фоторезистом и свободные от него.

Оптическая литография обеспечивает создание структур с размерами порядка длины волны применяемого излучения – около 1 мкм и высокую производительность – до нескольких десятков экспозиций в час. Необходимость миниатюризации отдельных элементов интегральных схем привела к возникновению вариантов литографии, где используется облучение с более короткой длиной волны.

Для увеличения разрешающей способности литографии в настоящее время стали применять рентгено- и электронно-лучевую

литографию. Принцип действия рентгенолитографии аналогичен фотолитографии, только вместо ультрафиолетовой засветки используется рентгеновское облучение. Уменьшение длины волны облучения требует специальных рентгеношаблонов и рентгенорезистов. Рентгеновская литография обеспечивает разрешение на уровне 0.5 мкм.

Электронно-лучевая литография проводится с помощью потока электронов, движением которых управляет с высокой точностью электромагнитная отклоняющая система. В этом виде литографии не требуется применять специальные шаблоны и управление электронным пучком ведется с помощью ЭВМ. Разрешение электронной литографии лежит в диапазоне 0.3...0.5 мкм. Процесс электронной литографии по производительности значительно уступает и фото- и рентгенолитографии, поскольку здесь электронный луч должен просканировать всю поверхность пластины. Рентгеновская и электронная литографии в микросистемной технике пока широкого применения не получили.

Помимо переноса изображения в процессе фотолитографии важную роль играет травление экспонированных участков фоторезиста и защитных пленок, находящихся под фоторезистом на поверхности кремния. Методы травления, применяемые в микроэлектронной технологии, могут быть разделены на две категории – жидкостные и сухие (плазмохимическое травление).

Любой процесс травления характеризуется скоростью травления и степенью анизотропии. Скорость травления – это глубина травления (по вертикали), деленная на время травления. Скорости травления различных веществ одним и тем же травителем могут сильно различаться. Отношение скоростей травления двух разных материалов позволяет оценить селективность травителя. В микроэлектронной технологии стремятся применять травители с возможно более высокой селективностью, чтобы обеспечить резкие границы раздела между различными материалами.

Степень анизотропии процесса травления определяют сравнением вертикальной и горизонтальной (латеральной) скоростей травления. Если вертикальная скорость значительно больше латеральной, то процесс травления обладает высокой степенью анизотропии. При этом в процессе травления минимально искажаются размеры структуры относительно изображения на поверхности фоторезиста, сформированного фотошаблоном. Стенки углублений в фоторезисте или в защитной маске, сформированные в таком процессе травления, как правило, являются вертикальными. В изотропных травителях скорости травления в вертикальном и лате-

ральном направлении сравнимы между собой или даже равны. В результате существуют сильное боковое подтравливание и искажение размеров структуры на кремниевой пластине относительно фотошаблона.

Процесс жидкостного травления представляет собой многоступенчатую химическую реакцию, в которой можно выделить три этапа:

- доставка компонентов реакции к поверхности, на которой проходит химическое взаимодействие;
- химическая реакция;
- удаление продуктов реакции от поверхности.

Жидкостное травление имеет высокую производительность и применяется очень широко. Его основные недостатки – это невысокая степень чистоты травителей, в результате чего поверхность полупроводниковой пластины может загрязняться, и сложность утилизации отходов травления.

В настоящее время интенсивно развиваются методы плазмохимического (сухого) травления, свободные от указанных недостатков. В этом методе травления в реакции участвуют ионы плазмы, которая создается воздействием высокочастотного электромагнитного поля на газовую смесь определенного состава. Упомянутые выше три этапа химической реакции в жидкости существуют и при плазмохимическом травлении. На процесс плазмохимического травления влияют много факторов: состав смеси газов, температура, мощность электромагнитного поля, подводимая к плазме, величина и распределение электрического поля в экспериментальной установке. Несмотря на сравнительно большое количество влияющих факторов, область применения сухого травления постепенно расширяется, в том числе и в производстве компонентов микросистемной техники.

1.2.5. ТЕРМИЧЕСКАЯ ДИФфуЗИЯ

В конце 50-х и начале 60-х годов были проведены исследования по введению легирующей примеси в кремний с помощью термической диффузии. Эти исследования непосредственно привели к появлению интегральных схем. Практически одновременно с интегральными схемами появились первые полупроводниковые сенсоры механических величин на основе интегральных тензорезисторов.

Основная причина успешного применения метода термической диффузии в микроэлектронной технологии заключается в обеспе-

чении контролируемого изменения электропроводности кремния путем введения заданного количества примеси.

Исходными структурами для проведения процессов термической диффузии являются кремниевые пластины, покрытые защитной маской из двуокиси кремния. В этой маске предварительно с помощью фотолитографии вскрываются окна в тех частях пластины, где необходимо создать определенный тип проводимости и задать нужную концентрацию легирующей примеси в области базы, эмиттера или коллектора интегрального транзистора.

Примесями, которые обычно вводят в кремний для создания проводимости n -типа, являются фосфор и мышьяк, а для получения проводимости p -типа – бор. Легирующие атомы могут быть введены в кремниевые подложки путем диффузии:

- 1) из химического источника, находящегося в парообразной или жидкой фазе;
- 2) из легированных окислов;
- 3) из ионно-имплантированных слоев.

Процесс диффузии проводится в два этапа. На первом этапе диффузии в области кремниевой пластины, свободные от защитной маски, вводят некоторое количество примеси Q . Процесс проводится при тщательном контроле за температурой и временем диффузии t_1 . В ходе второго этапа легирующая примесь перераспределяется. Этот этап проходит при иной температуре, чем первый, и имеет другую продолжительность t_2 . Как правило, температура второго этапа выше, а продолжительность больше, чем первого, так что $t_2 \gg t_1$.

Легирующая примесь, диффундируя от поверхности кремния в глубину, распределяется по толщине кристалла по закону

$$N(x,t) = \frac{Q}{\sqrt{\pi D_2 t_2}} \exp\left(-\frac{x^2}{4 D_2 t_2}\right),$$

где D_2 – коэффициент диффузии на втором этапе.

Процесс диффузии осуществляется в специальных диффузионных печах в чистых кварцевых реакторах, где температура поддерживается с погрешностью, не превышающей 1 °С. Обычно температура диффузии лежит в диапазоне 900...1150 °С. В зависимости от необходимой степени легирования время диффузии составляет от нескольких минут до нескольких часов.

Ионное легирование – один из самых распространенных способов введения легирующей примеси в кристалл. В этом способе из

ионов легирующей примеси бора или фосфора формируется ионный пучок, который направляется на кремниевую пластину. Система электромагнитного управления позволяет изменять направление движения ионов и обеспечивать сканирование пучком всей поверхности кремниевой пластины. Ионы ускоряются до энергии 50...200 кэВ и, сталкиваясь с поверхностью кремния и его атомами в его объеме, теряют свою энергию на глубине 100...10 000 Å. Процесс столкновения внедренных ионов с атомами кристаллической решетки носит случайный характер. Расстояние, которое проходит ион в направлении перпендикулярно к поверхности кристалла до остановки, называют проецированной длиной пробега R_p . Поскольку R_p – случайная величина, для характеристики положения ионов обычно указывают флуктуацию или рассеяние проецированной длины ΔR_p .

Распределение внедренных ионов по глубине кристалла приближенно описывается выражением

$$N(x) = \frac{Q}{\sqrt{4\pi} \Delta R_p} \exp \left[-\frac{1}{2} \frac{(x - R_p)^2}{(\Delta R_p)^2} \right],$$

где Q – количество ионов примеси, перенесенных к пластине ионным пучком, которое хорошо контролируется по току ионов.

Столкновение ионов пучка с атомами кремниевой подложки вызывает многочисленные нарушения кристаллической структуры. Для их устранения применяется специальный высокотемпературный отжиг при температурах 600...900 °С.

Метод введения легирующей примеси с помощью ионной имплантации в настоящее время наиболее распространен в промышленности благодаря высокой производительности и хорошей воспроизводимости процесса.

1.2.6. ОСАЖДЕНИЕ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПЛЕНОК И ПОЛИКРИСТАЛЛИЧЕСКОГО КРЕМНИЯ

Техника осаждения пленок широко применяется в микроэлектронном производстве. С течением времени роль пленочных технологий непрерывно возрастает и в микросистемной технике. Это связано с широкими функциональными возможностями пленок, с помощью которых можно формировать проводники интегральной схемы, осуществлять диэлектрическую изоляцию между элементами структур, а также защищать поверхности от влияния окру-

жающей среды. Осаждаемые пленки должны удовлетворять ряду требований, из которых самыми важными являются: воспроизводимость состава, однородность по толщине, безопасность производства и дешевизна.

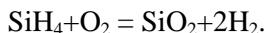
В настоящее время в качестве материалов для пленок широко используют поликристаллический кремний, нитрид кремния и двуокись кремния. Обычно эти пленки получают в специальных химических реакторах осаждением из парогазовых смесей при атмосферном или пониженном давлении.

Поликристаллический кремний формируется путем термического разложения газа силана – SiH_4 при температурах 600...650 °С. При этом происходит химическая реакция



Кремний осаждается, как правило, на диэлектрическую подложку, в результате чего растет поликристаллическая пленка. Поликремний может быть легирован путем диффузии, ионной имплантации или введением добавок в газовую смесь в ходе осаждения пленки. Таким путем формируются проводящие дорожки электрической разводки интегральных схем или затворы для МДП-транзисторов. При производстве сенсоров сильнолегированные поликремниевые слои служат для формирования тензорезисторов на диэлектрическом основании. Для этих целей в настоящее время применяют только поликремниевые слои *p*-типа проводимости. Типичная толщина осажденных поликремниевых пленок лежит в диапазоне 0.4...0.6 мкм.

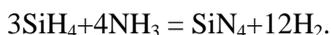
Пленки двуокиси кремния могут осаждаться как с легирующими добавками, так и без них. Наиболее распространены нелегированные пленки, которые можно использовать либо в качестве изолятора, либо как защитную маску в процессах диффузии или ионной имплантации. В настоящее время применяют несколько методов осаждения. Один из них основан на использовании химической реакции между газом силаном SiH_4 и кислородом:



Реакция протекает при температуре 300...450 °С. Сравнительно низкая температура осаждения позволяет использовать слой двуокиси кремния для защиты поверхности полупроводниковых приборов от влияния окружающей среды на последнем технологическом этапе изготовления, когда электрическая разводка внутри прибора уже нанесена. Толщина окисных пленок обычно лежит в диапазоне 0.01...0.4 мкм.

Другой метод основан на создании пленок нитрида кремния Si_3N_4 . Кроме того, что пленки нитрида кремния имеют высокие электроизоляционные свойства, они представляют собой надежный барьер для диффузии молекул воды или ионов щелочных металлов, которые вызывают коррозию электрической разводки интегральных схем и нестабильность электрических характеристик полупроводниковых приборов.

Пленки нитрида кремния чаще всего получают за счет реакции между силаном и аммиаком NH_3 при температурах 700...900 °С:



Тонкие слои нитрида кремния являются эффективной защитной маской в процессах анизотропного травления, широко применяемых в микросистемной технологии для формирования трехмерных кремниевых структур.

1.2.7. МЕТАЛЛИЗАЦИЯ И ВНУТРЕННИЕ СОЕДИНЕНИЯ

Металлические пленки служат для создания проводников, объединяющих различные элементы интегральной схемы или элементов микросистем, а также для обеспечения контакта между кремнием и внешними выводными проводниками прибора. К этим пленкам предъявляются высокие требования однородности по толщине, стабильности электрических характеристик, хорошей проводимости и устойчивости против коррозии.

В подавляющем большинстве интегральных схем и микросистемных устройств используются алюминиевые пленки или пленки на основе сплавов алюминия. Эти пленки обладают хорошей адгезией к подложкам из двуокиси кремния и имеют низкое значение удельного сопротивления $\rho = 2,7 \cdot 10^{-6} \text{ Ом} \cdot \text{см}$.

Существует несколько технологий осаждения алюминиевых пленок:

- 1) испарение с использованием резистивного нагрева;
- 2) электронно-лучевое испарение;
- 3) магнетронное распыление.

Каждый из методов имеет свои достоинства и недостатки и применяется в зависимости от конкретных требований к приборам.

Самый простой метод – нанесение алюминиевой пленки путем термического испарения. В этом методе на спираль из тугоплавкого металла, например вольфрама, навешивают небольшие кусочки проволоки (навески) из алюминия. Процесс испарения происходит

в вакууме, а необходимая температура процесса задается нагревом вольфрамовой спирали. Преимуществами метода являются его простота и дешевизна, недостатком – возможность загрязнения осаждаемой пленки материалом нагревателя. Этот недостаток термического распыления устраняют в других методах получения металлических пленок с помощью направленного движения электронного луча по распыляемой мишени. Электронным лучом можно эффективно управлять с помощью электрического или магнитного поля.

Наряду с алюминием для создания проводников и соединений в микросистемной технологии применяют и другие металлы, например титан, вольфрам, молибден, а также соединения кремния с молибденом и танталом. Основной интерес к применению других металлов связан с возможностью повышения надежности работы приборов и расширением температурного диапазона работы.

1.3. СПЕЦИАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ТЕХНОЛОГИИ МИКРОЭЛЕКТРОННЫХ СЕНСОРОВ

Замечательные достижения микроэлектроники последних 20-25 лет получены, в сущности, благодаря развитию кремниевой технологии. В результате этого стоимость кремниевых интегральных схем снижалась год от года, а уровень интеграции (число транзисторов на единицу площади кристалла) неуклонно повышался.

Эти достижения микроэлектроники не могли не оказать сильного воздействия на технологию микросистем. Применение микроэлектронной технологии в производстве компонентов микросистем позволило снизить их стоимость при сохранении или повышении точности. Однако простой перенос микроэлектронной технологии производства интегральных схем в область микросистем оказался затрудненным. Отчасти это связано с необходимостью некоторой модификации биполярной или МДП-технологий для обеспечения заданных метрологических характеристик компонентов микросистем (например, уровня легирования полупроводниковых слоев или применения особо чистых полупроводниковых материалов). Более существенными являются конструктивные требования, которые привели к созданию специальных технологических операций, нетипичных либо просто отсутствующих в производстве интегральных схем. К ним относятся операции трехмерного профилирования кристаллов кремния и бесклеевое присоединение кристалла к подложке.

Особая роль конструкции компонентов микросистемной техники в технологическом процессе их изготовления по сравнению с обычными интегральными схемами связана с разнообразием, а зачастую и с более жесткими условиями работы микросистем. Наконец, спектр материалов для производства микросистем весьма широк. Сейчас применяют пьезоэлектрические и магнитные пленки, которые не используются в традиционной микроэлектронике.

В следующем разделе рассмотрены специальные вопросы технологии производства микросистем, которые имеют фундаментальное значение: трехмерное профилирование кремния и бесклеевые методы соединения элементов конструкции.

1.3.1. ТРЕХМЕРНОЕ ПРОФИЛИРОВАНИЕ КРЕМНИЯ

Современные компоненты микросистемной техники имеют конструкции, которые существенно отличаются от конструкций интегральных схем стандартной микроэлектроники. На рис. 1.6 показана типичная конструкция тензорезистивного сенсора давления. Под действием разности давлений $\Delta P = P - P_0$ упругий элемент

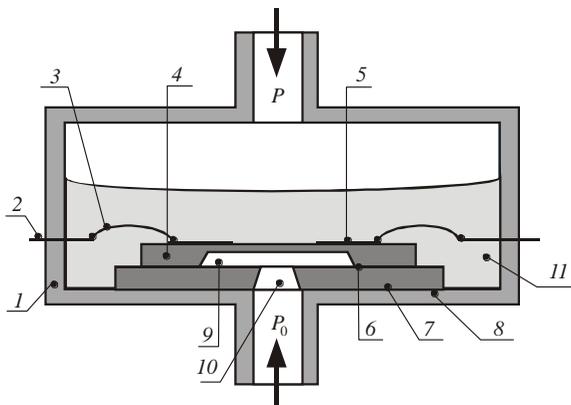


Рис. 1.6. Кремниевый сенсор давления:

1 – корпус; 2 – электрические выводы, 3 – контактные проводники; 4 – кремниевый чувствительный элемент; 5 – тензорезисторы; 6 – область соединения кристалла и подложки; 7 – термокомпенсирующая подложка; 8 – область соединения подложки и корпуса; 9 – подмембранная полость; 10 – отверстие в подложке; 11 – защитный гель; P – измеряемое давление; P_0 – опорное давление

сенсора деформируется, что приводит к изменению сопротивлений тензорезисторов.

Корпус сенсора давления должен выдерживать давление измеряемой среды, которое может достигать до нескольких сотен атмосфер. Тензорезисторы сенсора сформированы в силу особенностей микроэлектронной технологии на одной стороне кремниевой пластины. Упругий элемент сенсора представляет собой, как правило, профилированную кремниевую пластину. Толщина ее тонкой части (мембраны) определяет диапазон измеряемых давлений, а толстая часть кристалла является, по существу, кремниевой рамкой и обеспечивает выполнение условия жесткого заземления мембраны по контуру.

В технологии производства микросхем иногда встречается мелкое (1 ...5 мкм) профилирование со стороны, где расположена электронная схема. Однако при изготовлении сенсоров давления глубины профилирования составляют около 150...300 мкм и травить необходимо со стороны, противоположной той, на которой находится электронная схема.

Толстая часть кристалла вместе с термокомпенсирующей подложкой играют важную роль в улучшении метрологических характеристик сенсора. Они компенсируют термомеханические напряжения, возникающие из-за разницы коэффициентов линейного расширения элементов сенсора.

Для уменьшения этих напряжений материал термокомпенсирующей пластины должен иметь по возможности тот же коэффициент линейного расширения, что и сам кристалл. При этом особое значение имеет способ их соединения, поскольку это влияет на уровень термомеханических напряжений.

При измерении относительного давления термокомпенсирующая пластина должна иметь сквозное отверстие, следовательно, его необходимо специально создавать тем или иным способом.

Перечисленные особенности конструкции микроэлектронного сенсора показывают принципиальную важность методов профилирования и способов соединения в единую конструкцию различных элементов.

Кремний оказался материалом, весьма подходящим для создания разнообразных микроструктур с помощью специальных методов формообразования. Появилось специальное направление техники – кремниевая микромеханика, рассматривающая весь круг проблем создания устройств, в которых сталь заменена на кремний. Микромеханика имеет дело главным образом с кремнием или

поликремнием, хотя круг дополнительно привлекаемых материалов: оксиды, нитриды, стекла, полимерные материалы и металлические пленки – тоже достаточно широк.

1.3.2. ЖИДКОСТНОЕ ТРАВЛЕНИЕ МОНОКРИСТАЛЛИЧЕСКОГО КРЕМНИЯ

В настоящее время основным методом формообразования трехмерных кремниевых структур (3D-структур) является травление. Этот метод дает возможность избирательно удалять кремний с определенных участков и придавать пластине или ее отдельным частям необходимую геометрическую форму. Жидкостное травление для полупроводниковой техники играет такую же роль, как и обработка металлов резанием или ковка и штамповка металлов.

Сейчас существуют многочисленные травители для кремния, действие которых может быть изотропным (не зависящим от кристаллографической ориентации плоскостей кремния) или анизотропным. В табл. 1.2 приведены характеристики трех наиболее широко применяемых травителей [3]:

- травитель HNA: смесь плавиковой (HF), азотной (HNO₃) и уксусной (CH₃COOH) кислот;
- травитель EDP: смесь этилендиамина, пирокатехина и воды;
- водный раствор едкого калия (KOH).

Травитель HNA – очень сложный травитель, скорости травления и характеристики которого могут сильно меняться в зависимости от степени легирования кремния, соотношения компонентов в растворе и даже от степени перемешивания травителя. На рис. 1.7 показаны варианты углублений в кремнии, возникающие, если защитная маска имеет круглое отверстие либо отверстие в маске имеет сильно вытянутую прямоугольную форму. Случай а соответствует интенсивному перемешиванию раствора, глубина травления z при этом не зависит от кристаллографического направления и определяется только скоростью v и временем травления t :

$$z = Vt.$$

Отсутствие перемешивания приводит к изменению профиля вытравленной структуры (рис. 1.7, б), но даже и в этом случае фронт травления под маской, как это видно из рисунков, удовлетворительно аппроксимируется частью окружности.

При пользовании травителем HNA возникают трудности с созданием защитной маски. Самая удобная защитная маска из двуоксида кремния SiO₂ травится с довольно заметной скоростью. Поэтому

при сравнительно небольших глубинах травления ее еще можно использовать, но при больших глубинах предпочтительнее защитные маски из нитрида кремния или золота.

Однако самым серьезным недостатком травителя HNA является сложная связь между профилем травления, размером окна в маскирующем слое и температурными условиями травления. Этот недостаток проявляется тем сильнее, чем глубже проводится профилирование кремния.

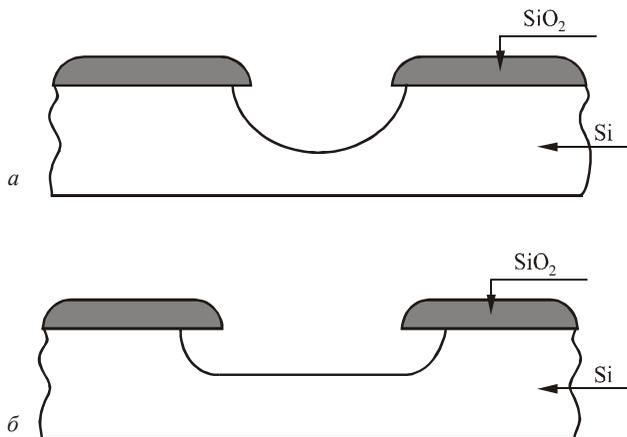


Рис. 1.7. Профиль травления при действии изотропно-го травителя HNA:

a – с перемешиванием травителя, *б* – без перемешивания

Между тем глубокое профилирование как раз и представляет наибольший интерес в микросистемной технологии. Прогресс в технике создания трехмерных структур стал возможен только после того, как начали применяться анизотропные травители.

Анизотропное травление дает возможность избирательно удалять кремний вдоль определенных кристаллографических направлений, что позволяет придавать кремниевой пластине или отдельным ее частям разнообразные геометрические формы и целенаправленно управлять этим процессом.

В табл. 1.3 приведены два наиболее употребительных анизотропных травителя для кремния – EDP и водный раствор едкого калия. Общее свойство всех анизотропных травителей заключается в том, что кремний в кристаллографических направлениях $[110]$ и $[100]$ травится значительно быстрее, чем в направлении $[111]$.

Разница в скоростях травления достигает 35 раз для EDP травителя и 400 раз для водных растворов KOH. Замечательной особенностью указанных травителей является возможность использования двуокиси кремния в качестве маски для процесса травления. Скорость травления SiO₂ составляет около 14 Å/мин в водных растворах KOH, что примерно в 20 раз меньше, чем для изотропного травителя HNA.

Оба типа травителей обнаруживают заметную концентрационную зависимость, и скорость травления падает практически до нуля, как только степень легирования кремния бором достигает $7 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$.

Таблица 1.3

Типичные травители для трехмерного формообразования

Травитель	Состав, мл	Температура, °C	Скорость травления, мкм/мин	Отношение скоростей травления (100)/(111)	Маскирующая пленка и скорость ее травления
HF	10				
HNO ₃	30		0.7... 3.0	1:1	SiO ₂ , 300 Å/ мин
CH ₃ COOH +H ₂ O	80				
Этилендиамин	750				SiO ₂ , 2 Å/ мин
Пирокатехин	120 г	115	0.75	35:1	Si ₃ N ₄ , 1 Å/ мин
Вода	100				
KOH	44 г	85	1.4	400:1	
Вода	100				SiO ₂ , 14 Å/ мин

Механизм анизотропного травления достаточно сложен. Сам процесс травления можно представить как поэтапное удаление атомных слоев с поверхности кристалла. Особенностью анизотропного травления является то, что в разных кристаллографических направлениях скорость удаления атомных слоев с поверхности неодинакова. Это может быть вызвано различной плотностью упаковки атомов кристалла и различной энергией связи атомов с соседними атомами на разных атомных плоскостях. В кремнии плоскость (111) имеет самую высокую плотность атомов на квадратный сантиметр по сравнению с другими кристаллографическими плоскостями. Это приводит к тому, что «вырвать» атом в процессе травления из этой плоскости труднее, чем из других

плоскостей. С другой стороны, плоскость (111) наиболее интенсивно окисляется в процессе травления, и образовавшийся слой SiO_2 экранирует взаимодействие атомов кремния и травителя. В результате действия этих двух факторов скорость травления плоскости (111) оказывается наименьшей.

Другие кристаллографические плоскости, например (100) или (110), не покрываются сплошной окисной пленкой, и полной экранировки не происходит. В результате скорости травления плоскостей (100) и (110) значительно превосходят скорость травления плоскости (111).

Рассмотрим процесс микропрофилирования кремниевой пластины с помощью какого-либо анизотропного травителя из приведенных в табл. 1.2. Будем предполагать, что пластина имеет кристаллографическую ориентацию (100) и покрыта слоем двуокиси кремния SiO_2 , которая играет роль защитной маски. При этом в слое двуокиси кремния с помощью фотолитографии сформировано прямоугольное отверстие, стороны которого ориентированы вдоль кристаллографических направлений [110].

Анизотропные травители растворяют кремний в плоскости (100), и формируются ямки пирамидальной формы, стенки которых ограничены кристаллографическими плоскостями (111), имеющими самую низкую скорость травления. Травление окончится тогда, когда плоскости (111) пересекутся между собой так, что образуется V-образный профиль (рис. 1.8). Глубина V-образной канавки зависит от ширины окна в окисле на поверхности кремния.

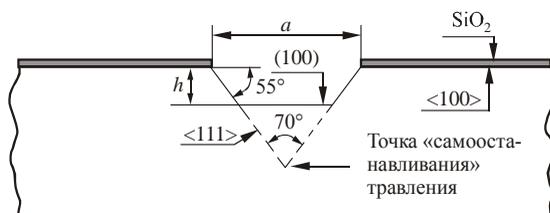


Рис. 1.8. Поперечное сечение V-канавки

Поскольку плоскости (111) пересекают плоскости (100) под углом $\alpha = 54.74^\circ$, при ширине окна в маске a и глубине травления h размеры нижнего основания L будут равны

$$L = a - 2 \frac{h}{\sqrt{2}}.$$

Когда $L = 0$, плоскости (111) пересекаются и травление останавливается. Это происходит при глубине V-канавки

$$h = \frac{a}{\sqrt{2}}.$$

Таким образом, профиль травления можно менять от трапециевидного до V-образного.

Управление процессом травления идет путем задания скорости и времени травления. На скорость травления влияют процентный состав травителя и температура проведения процесса. На рис. 1.9 показаны зависимости скорости травления плоскости (100) кремния для водного раствора едкого калия при различных температурах.

Из экспериментальных данных очевидно сильное влияние температуры и относительно слабое влияние концентрации КОН в травителе. Обычно травление проводят при температурах 80...90 °С, при этом значения скорости травления составляют 0.8...1.0 мкм/мин. На рис. 1.10 приведены зависимости скорости травления пленки двуокиси кремния, зная которые, можно определить необходимую толщину защитной маски, обеспечивающей формирование углубления заданных размеров [6].

Для обеспечения необходимой точности профилирования следует сохранять постоянными температуру и концентрацию травителя. На практике травление ведут в термостате, который поддерживает температуру с погрешностью не хуже 1 °С. Само устройство

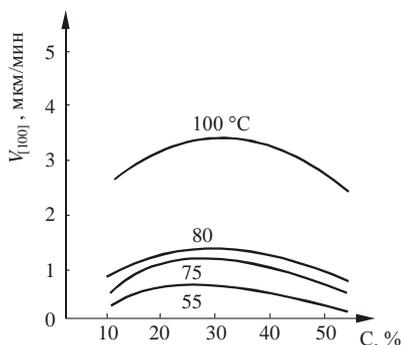


Рис. 1.9. Зависимости скорости травления кремния (100) от концентрации травителя и температуры для водных растворов КОН

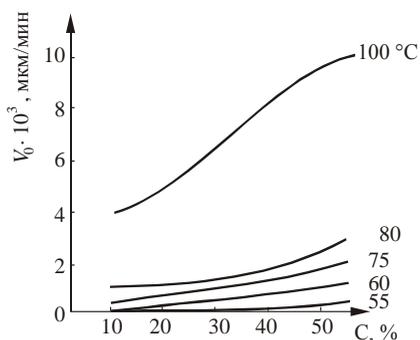


Рис. 1.10. Зависимости скорости травления двуокиси кремния от весовой концентрации травителя и температуры для водных растворов КОН

для травления должно иметь мешалку для перемешивания раствора и плотно прилегающую крышку, предохраняющую объем травителя от испарения.

При постоянстве температуры и концентрации глубину травления можно контролировать по времени травления. Точность такого способа будет зависеть от точности измерения скорости травления. По мере увеличения глубины профилирования погрешность определения глубины возрастает. Для ее уменьшения приходится использовать контрольную кремниевую пластину (пластину-спутник), находящуюся в тех же условиях травления, что и основная пластина. Периодическое измерение глубины травления по пластине-спутнику позволяет более точно контролировать толщину стравленного слоя.

При массовом производстве микроэлектронных сенсоров метод контроля глубины травления по времени дает большую погрешность. В этом случае можно воспользоваться свойством анизотропных травителей, заключающимся в остановке процесса травления на слоях кремния с большой концентрацией ($N > 7 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$) легирующей примеси бора (метод стоп-слоя). Причина резкого уменьшения скорости травления кремния на таких слоях заключается в том, что для протекания процесса травления требуется обмен свободными электронами между кремнием и травителем. В сильнолегированном бором кремнии свободных электронов очень мало (полупроводник имеет p -тип проводимости) и процесс травления из-за этого тормозится.

На рис. 1.11 показана технологическая схема изготовления тонких кремниевых мембран упругих элементов сенсоров давления, в которой на одной из сторон кремниевой пластины методом ионной имплантации или термической диффузии создается слой сильнолегированного p -кремния, толщина которого x определяет в дальнейшем толщину кремниевых мембран.

После нанесения слоя двуокиси кремния на обе стороны пластины выполняют операцию фотолитографии и вскрывают окно в окисной пленке со стороны, противоположной p -слою. Затем проводят анизотропное травление, которое автоматически останавливается, как только достигается глубина сильнолегированного p -слоя. Ширина мембраны оказывается равной $L_2 = L_1 - \sqrt{2}h$, где L_1 – размер окна в окисной маске, а толщина оставшегося кремния определяется технологическими условиями создания сильнолегированного слоя, которые обеспечивают погрешность около 1 мкм.

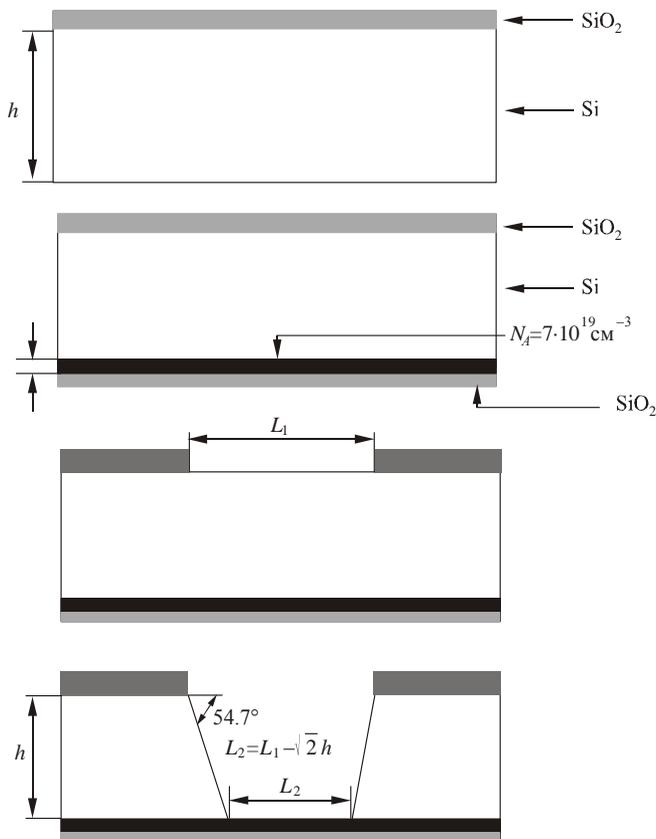


Рис. 1.11. Технологическая схема изготовления тонких кремниевых мембран методом самоостанавливающего травления

Метод позволяет хорошо воспроизводить размеры. Недостатками метода самоостанавливающего травления являются:

1. Сильное легирование p -слоя приводит к деформации кремния, поскольку размер атома бора меньше, чем размер атома кремния. В итоге плоская форма мембраны может быть искажена.

2. При заданной толщине стоп-слоя получаются мембраны только одной толщины. Изменение толщины требует подготовки новых пластин.

3. На сильнолегированном p -слое невозможно формировать элементы электрической схемы, обладающие хорошей изоляцией. Поэтому приходится эпитаксиально выращивать на слое p -кремния

слой слаболегированного n -кремния, а уже в нем формировать все элементы электрической схемы сенсора, в том числе и тензорезисторы p -типа. Это удорожает технологию изготовления приборов.

Более перспективной для целей создания профилированных кремниевых структур представляется технология электрохимической остановки травления. В этой технологии применяют подложки p - или n -кремния со степенями легирования, типичными для микроэлектроники. На этих подложках выращивают эпитаксиальный слой слаболегированного n -кремния желаемой толщины, в котором формируется электрическая схема. На рис. 1.12 показано экспериментальное устройство для электрохимического травления кремния.

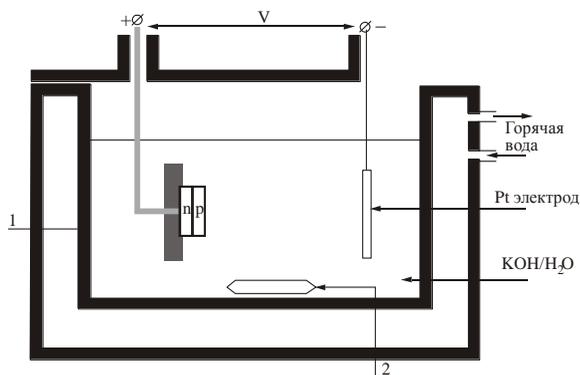


Рис. 1.12. Устройство для электрохимического травления кремния:

1 – кремниевая пластина с эпитаксиальным слоем,
2 – магнитная мешалка

Травитель перемешивают с помощью магнитной мешалки, а водяная рубашка позволяет поддерживать постоянную температуру травителя. В растворе находятся пластина p -кремния с эпитаксиальным слоем n -типа, играющая роль анода, и платиновая фольга в качестве катода. При поддержании между анодом и катодом разности потенциалов больше 0.6 В происходит процесс травления p -подложки. В момент, когда подложка p -типа стравливается и травление доходит до n -эпитаксиального слоя, изменяется ток, текущий между анодом и катодом, после чего травление прекращается. Достоинство этого метода заключается в возможности для изготовления элементов микросистем применять кремниевые пластины со стандартными характеристиками, что удешевляет стои-

мость производства при одновременном улучшении воспроизводимости толщины упругих элементов.

Отметим, что в ряде микромеханических устройств применяются пластины кремния с кристаллографической ориентацией (110). Особенностью этой плоскости является то, что она пересекается шестью плоскостями семейства $\{111\}$, из-за чего при прямоугольном отверстии в маске формируется шестиугольник. Характерной особенностью образующегося углубления является то, что четыре плоскости с индексами $\bar{1}11$, $1\bar{1}\bar{1}$, $1\bar{1}1$, $\bar{1}1\bar{1}$ образуют при пересечении с поверхностью (110) угол 90° , а две другие плоскости $\bar{1}\bar{1}\bar{1}$ и $11\bar{1}$ пересекаются с (110) под углом 35.26° .

Это позволяет на плоскости (110) формировать длинные узкие канавки с вертикальными стенками, что используется, например, при изготовлении канавок для подвода жидкости в головках струйных принтеров. Пограничные области канавок, которые образованы плоскостями ($\bar{1}\bar{1}\bar{1}$) и ($11\bar{1}$), можно удалить механическим путем.

1.3.3. ТЕХНОЛОГИЯ СОЕДИНЕНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИИ МИКРОСИСТЕМ

Технология сборки кремниевых микросистем заметно влияет на их характеристики прежде всего из-за термомеханических напряжений, неизбежно возникающих при соединении элементов конструкции, обладающих разными температурными коэффициентами линейного расширения. В сенсорах давления термомеханические напряжения играют тем большую роль, чем меньше толщина упругих элементов.

На рис. 1.6 схематически представлена конструкция общепромышленного сенсора относительного давления, а на рис. 1.13 показан чувствительный элемент, применяющийся в медицинской технике в катетерных сенсорах для внутрисполостных измерений давления. В обоих случаях есть несколько границ раздела между элементами конструкции, вблизи которых при сборке возникают термомеханические напряжения. Поэтому выбор рационального метода соединения и тщательная отработка технологии сборки имеют принципиальное значение для создания практических вариантов сенсоров.

Для соединения элементов конструкции микросистем в настоящее время используются различные способы:

- клеевое соединение;

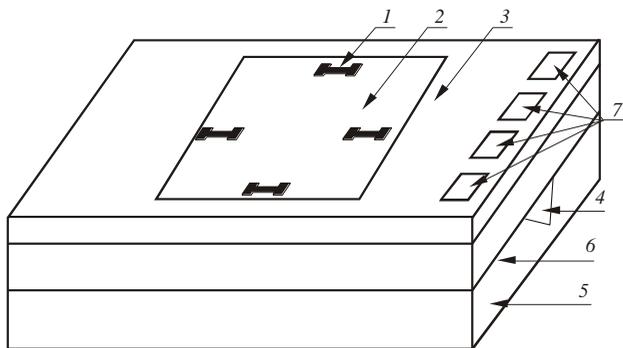


Рис. 1.13. Конструкция чувствительного элемента катетерного сенсора давления:

1 – тензорезисторы, 2 – мембрана упругого элемента, 3 – кольцо жесткости упругого элемента; 4 – канал для подачи опорного давления, 5 – кремниевая подложка; 6 – плоскость соединения тензопреобразователя и подложки; 7 – контактные площадки

- пайка с помощью легкоплавких стекол;
- пайка с применением эвтектического сплава золото – кремний;
- электростатическое соединение;
- прямое соединение кремний–кремний.

1.3.4. КЛЕЕВОЕ СОЕДИНЕНИЕ

Основное достоинство сборки с помощью клеев заключается в низкой температуре проведения процесса (ниже 130 °С) и сравнительной простоте операций. Обычно для склеивания применяют эпоксидные смолы, в которые добавляют различные наполнители для получения необходимого температурного коэффициента линейного расширения. В 60-х годах в связи с широким распространением приклеиваемых тензорезисторов – как металлических, так и полупроводниковых – были проведены обширные исследования свойств клеев и их влияния на характеристики тензорезистивных мостов в сенсорах давления и силы. Исследования показали, что приклеивание неблагоприятно воздействует на характеристики сенсоров, приводя к гистерезису и возрастанию температурной погрешности результатов измерений. В результате появились кремниевые сенсоры, у которых соединение происходит за счет межатомного взаимодействия соединяемых частей.

В настоящее время клеевое соединение применяется только в тех местах, где оно заведомо не сможет заметно повлиять на характеристики прибора. В конструкции сенсора давления, приведенной на рис. 1.6, клей можно применять для присоединения подложки к корпусу.

1.3.5. ПАЙКА С ПОМОЩЬЮ ЛЕГКОПЛАВКИХ СТЕКОЛ

В электронной технике стеклянная пайка широко применяется для соединения металлов, керамики и кремния. Слой стекла на одной из соединяемых поверхностей можно создавать вакуумным напылением или нанесением суспензии стеклянного припоя. При производстве сенсоров используются низкотемпературные процессы пайки с температурами ниже 450 °С. Основное требование в проведении этих процессов связано с минимизацией внутренних механических напряжений в соединяемых структурах. Это достигается, с одной стороны, уменьшением толщины слоя, а с другой – применением стекол с температурным коэффициентом линейного расширения, мало отличающимся от соответствующих коэффициентов соединяемых материалов. Однако на практике стеклянные слои толщиной менее 7...10 мкм применять нецелесообразно, поскольку стекло перестает равномерно покрывать соединяемые поверхности. В технологии сборки сенсоров давления фирмы Motorola соединение кристалла тензопреобразователя и кремниевой подложки осуществляется через слой легкоплавкого стекла. Рациональный выбор сорта стекла и тщательная обработка технологии соединения позволяют создавать сенсоры с хорошими метрологическими характеристиками.

1.3.6. ПАЙКА С ПРИМЕНЕНИЕМ СПЛАВА ЗОЛОТО–КРЕМНИЙ

Разновидностью метода пайки, нашедшей широкое применение и в микроэлектронике, и в производстве кремниевых сенсоров, является пайка с использованием эвтектического соединения золото–кремний. Эти два материала образуют эвтектический сплав со сравнительно низкой температурой плавления (~ 370 °С), что чрезвычайно удобно для сборки полупроводниковых конструкций.

Для создания прочного эвтектического соединения необходимо на посадочное место нанести, например напылением, слой золота толщиной 5...7 мкм. Обычно температура пайки составляет 400...450 °С и для улучшения качества соединения к кристаллу

прикладывают давление около 1 МПа. При пайке кристаллов больших размеров в зазор между кристаллом и подложкой дополнительно вводится фольга из золота толщиной 20 мкм.

При правильной отработке технологии соединения внутренние механические напряжения в этом способе соединения оказываются невелики.

1.3.7. МЕТОДЫ БЕСКЛЕЕВОГО СОЕДИНЕНИЯ

В последние 10...15 лет получил широкое распространение метод прямого соединения разнородных материалов, в котором не применяются клеи или иные соединительные материалы типа эвтектических сплавов, как это описывалось в предыдущих частях раздела. Формально прямое соединение происходит при повышенной температуре между плоскими полированными поверхностями двух пластин кремния, приведенных в тесный контакт друг с другом. При этом пластины могут подвергаться либо не подвергаться внешнему воздействию, например электростатическому притяжению, а поверхности соединяемых пластин могут или быть чистыми, или же содержать тонкий слой специального вещества, которое увеличивает силу предварительного контактного взаимодействия. В зависимости от особенностей процесса различают несколько вариантов технологии соединения, из которых далее будут рассмотрены два – метод электростатического соединения и метод прямого срачивания.

Главная причина, заставляющая две пластины соединяться друг с другом при прямом контакте, заключается в разнице энергий атомов на поверхности отдельных соединяемых структур и энергий этих же атомов после объединения пластин в единую структуру. Эта разница в энергиях является мерой связи соединяемых пластин. Для успешной реализации этого процесса необходимо сближение атомов контактирующих поверхностей на малые расстояния, причем число взаимодействующих атомов должно быть возможно большим. Выполнить это условие проще всего можно для плоских полированных поверхностей. Именно такие пластины, полированные до 13-14-го класса чистоты, применяются для соединения. К счастью, точно такой же класс чистоты требуется при производстве стандартных интегральных схем, и поэтому можно использовать уже имеющиеся технологии обработки поверхностей полупроводниковых пластин. Единственное отличие заключается в том, что в производстве компонентов микросистемной техники

иногда необходима двусторонняя полировка пластин: одна сторона – для формирования электрических цепей, а другая – для проведения процессов трехмерного профилирования.

1.3.8. СОЕДИНЕНИЕ ПЛАСТИН В ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОМ ПОЛЕ

В 1969 году Уоллис и Померанц впервые подробно описали технику соединения пластин, в процессе которой применялись электростатическое поле и низкотемпературный отжиг ($300...500\text{ }^{\circ}\text{C}$) [7]. Они назвали свой способ соединения электростатическим. Впоследствии этот же метод стали часто называть анодным соединением или анодной посадкой.

Предложенный метод успешно применялся для соединения различных комбинаций стекол и металлов, включая и такие полупроводники, как кремний, германий и арсенид галлия. Уоллис и Померанц сообщили также об успешном соединении стекла и полупроводника, на поверхности которых имеется окисный слой.

Металлы с большими коэффициентами линейного расширения, такие как алюминий, никель, хром, железо, могут быть соединены со стеклом только в виде тонких пленок. Это оказалось вполне приемлемо для практических целей, поскольку все металлы в микроэлектронной технологии используются именно в такой форме.

Экспериментальное устройство для соединения стекла и кремния электростатическим методом приведено на рис. 1.14.

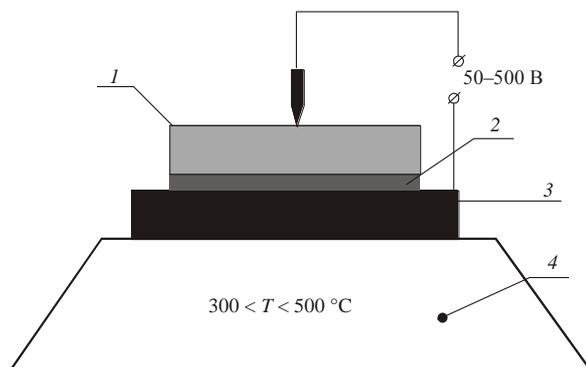


Рис. 1.14. Схематическое изображение приспособления для соединения стекла и кремния в электростатическом поле:

1 – кремниевая пластина; 2 – стекло; 3 – анод; 4 – нагреватель

Стекло и кремниевая пластины, находящиеся в тесном контакте, помещаются на нагреватель, который обеспечивает нагрев до температуры соединения 300...500 °С. При этих температурах стекло обладает заметной ионной проводимостью, так что приложение внешнего электрического поля с разностью потенциалов до 1000 В между стеклом и кремнием приводит в движение положительные ионы Na^+ в стекле. При правильной полярности включения (минус – на стекле) эти ионы уходят от поверхности раздела стекло – кремний вглубь стекла, а остающиеся неподвижные отрицательно заряженные ионы приводят к возникновению электростатического поля в воздушном зазоре между стеклом и кремнием. Этот зазор, размер которого около 1 мкм, можно наблюдать по интерференционным кольцам. Происхождение его связано с наличием микронеровностей на границе раздела соединяемых пластин.

Электростатическое взаимодействие положительного заряда на кремниевой пластине и отрицательного на стекле уменьшает воздушный зазор и сглаживает микронеровности. Возникающий тесный контакт обеспечивает установление межатомных связей, объединяющих атомы стекла и полупроводника. Процесс соединения можно контролировать по току, протекающему в цепи. В первоначальный момент, когда только начинаются движение ионов Na и формирование областей пространственного заряда, ток имеет максимальное значение, а затем постепенно уменьшается.

Когда формирование области пространственного заряда завершается, протекающий ток достигает минимума и процесс соединения заканчивается. В зависимости от температуры и приложенной разности потенциалов процесс соединения длится от единиц до десятков минут.

Силы электростатического взаимодействия играют существенную роль в обеспечении прочного соединения и начала электрохимических реакций между стеклом и кремнием. Если на поверхность кремния или стекла нанести тонкую и узкую полоску металла, например алюминия, электростатическое взаимодействие обеспечит прочное герметичное соединение между стеклом и кремнием даже в этом случае.

В современных конструкциях компонентов микросистем стекло широко применяется в качестве подложки, что обусловлено хорошими прочностными характеристиками соединения кремний – стекло, невысокой стоимостью стекла и возможностью управления его свойствами путем изменения состава. Принципиально важно при выборе сорта стекла, чтобы его температурный коэффициент

линейного расширения как можно лучше соответствовал аналогичному коэффициенту кремния. При выполнении этого условия внутренние термомеханические напряжения и соответствующие им деформации, вызванные различием указанных коэффициентов, будут меньше. В настоящее время в качестве наиболее приемлемого сорта стекла для подложек широко применяется стекло марки Pirax-7740.

Для уменьшения термомеханических напряжений в системе кремний – подложка в последнее десятилетие стали все шире применять соединение кремний – кремний. Чтобы реализовать такое соединение электростатическим методом, на каждую кремниевую пластину необходимо нанести слой боросиликатного стекла толщиной не менее 4 мкм, который при контакте действует подобно слою стекла в описанной выше схеме соединения. Поскольку слой стекла после соединения имеет толщину, значительно меньшую, чем толщина соединяемых кремниевых пластин, термомеханические напряжения оказываются много меньшими, чем при соединении кремния со стеклянной подложкой.

Совершенно иной путь для соединения кремниевых пластин предложен в работе [8]. Вместо нанесения слоев стекла на первом этапе проводилось окисление соединяемых поверхностей кремниевых пластин в атмосфере кислорода, содержащего пары воды. На втором этапе к пластинам прикладывалась разность потенциалов около 20 В и пластины нагревались в инертной атмосфере до температуры 1100...1200 °С. Электростатическое поле концентрируется в основном в тонком слое двуокиси кремния с общей толщиной около двух микрометров и способствует тесному контакту пластин между собой.

В этом способе соединения в электростатическом поле происходит миграция ионов водорода H^+ и гидроксильных групп OH^- , что перераспределяет электрические заряды, увеличивает силу притяжения пластин между собой и облегчает дальнейшее установление атомных связей между соединяемыми структурами.

Важным достоинством описанного способа является отсутствие в технологическом процессе соединения высокоподвижных ионов натрия, которые приводят к нестабильности работы электрических цепей сенсоров. Недостаток способа связан с высокой температурой проведения процесса из-за возможности разрушения пленочных проводников, выполняемых обычно из алюминия. Во многих случаях, особенно в емкостных сенсорах, это препятствие удается обойти разумной организацией технологического процесса изготовления прибора.

1.3.9. ПРЯМОЕ СОЕДИНЕНИЕ КРЕМНИЙ – КРЕМНИЙ

Широкое применение в производстве полупроводниковых структур электростатического метода соединения привело исследователей и разработчиков к попыткам прямого соединения кремниевых пластин без какого-либо промежуточного слоя и без приложения электрического поля. Первое упоминание о таком способе соединения относится к 1966 году и описано в патенте США № 3288656 Т. Накамуры. Подробные исследования механизма соединения относятся к более позднему периоду, начиная с 1986 года [9].

В технике прямого сращивания особую роль играют чистота и плоскопараллельность соединяемых поверхностей, поскольку это обеспечивает плотный контакт. Связь между пластинами устанавливается благодаря химическим реакциям на поверхности с участием атомов кремния и молекул воды.

Процесс прямого сращивания кремниевых пластин проходит в несколько этапов. На первом этапе поверхность кремниевой пластины становится гидрофильной, т. е. активно взаимодействует с молекулами воды. Гидрофильного состояния поверхности можно достигнуть обработкой в растворах, содержащих воду, перекись водорода H_2O_2 и соляную кислоту HCl в пропорции 6:1:1, или в травителе, содержащем перекись водорода и серную кислоту, или в горячей азотной кислоте и т.д.

Реальная поверхность кремния всегда содержит тонкий слой двуокиси кремния толщиной около 30 \AA , который образуется при комнатной температуре естественным путем от взаимодействия с кислородом воздуха.

На гидрофильной поверхности капелька воды хорошо растекается по пластине и поверхностные атомы кремния, входящие в состав естественного окисла SiO_2 , активно взаимодействуют с молекулами воды.

При приведении в контакт двух гидрофильных поверхностей при комнатной температуре возникают связи между силанольными группами ($Si-OH$) противоположных поверхностей. Эти связи относительно слабые, и для их упрочнения проводят температурную обработку (отжиг). Диапазон температур, используемых при отжиге, достаточно широк – от 300 до 1000 °С.

В процессе отжига относительно слабые связи между силанольными группами $Si-OH-Si-OH$ заменяются на более прочные $Si-O-Si$. Прочность соединения тем выше, чем выше температура отжига. Конкретное значение последней выбирается в зависимости от требований к прочности соединения, которое, в свою очередь,

определяется условиями работы компонентов микросистем. В настоящее время метод прямого сращивания получает все большее распространение, что вызвано практически полным отсутствием термомеханических напряжений у соединяемых пластин.

1.4. ПРИМЕНЕНИЕ МИКРОСИСТЕМНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ ДЛЯ СОЗДАНИЯ СЕНСОРОВ

Самое первое и коммерчески наиболее успешное применение микроэлектронные технологии, описанные в предыдущих разделах, нашли в производстве кремниевых сенсоров давления на тензорезистивном эффекте. В простейшем случае электрическая схема такого сенсора представляет собой полный мост Уитстона, образованный четырьмя тензорезисторами, расположенными специальным образом на кремниевой пластине (рис. 1.15).

Кремниевая пластина играет роль упругого элемента, деформация которого под воздействием измеряемого давления приводит к изменению сопротивления тензорезистора

$$\frac{\Delta R}{R_0} = S_l \varepsilon_l + S_t \varepsilon_t,$$

где R_0 – сопротивление недеформированного тензорезистора; ΔR – изменение сопротивления тензорезистора под действием деформации упругого элемента; S_l, S_t – продольная и поперечная тензочувствительности; $\varepsilon_l, \varepsilon_t$ – продольные и поперечные деформации тензорезистора.

Тензочувствительность зависит от степени легирования и кристаллографической ориентации тензорезистора.

Сам тензорезистор формируется в кремниевой пластине методами термической диффузии или ионной имплантации примеси. В подавляющем большинстве современных сенсоров давления тензорезисторы создаются легированием бором исходной кремниевой пластины n -типа. Поэтому тензорезисторы имеют p -тип проводимости и изолированы от остальной кремниевой пластины с помощью p - n -перехода. Поверхность исходной кремниевой пластины совпадает с кристаллографической плоскостью (100). Пластины с такой ориентацией широко применяют как в обычной микроэлектронике для производства интегральных схем, так и для производства сенсоров давления, что удешевляет их стоимость. Тензорезисторы располагаются в тех местах кремниевой пластины, где их

деформация под действием измеряемого давления достигает максимального значения. Поскольку тензорезистор составляет часть кремниевой пластины, ее деформации полностью передаются на тензорезистор, а не теряются частично в клеевом слое, как это имеет место в случае приклеиваемых тензорезисторов.

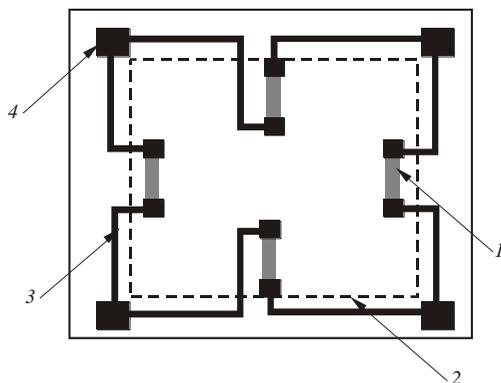


Рис. 1.15. Схема включения тензорезисторов сенсора давления:

1 – тензорезисторы, 2 – край упругого элемента, 3 – межконтактные соединения; 4 – контактные площадки

Для повышения чувствительности сенсора к измеряемому давлению тензорезисторам придают определенную кристаллографическую ориентацию. Тензорезисторы p -типа на пластинах с ориентацией плоскости (100) располагают вдоль кристаллографических направлений [110]. В микроэлектронных сенсорах кремниевая пластина играет двоякую роль: во-первых, в ней формируется электрическая схема сенсора, а во-вторых, пластина выполняет функцию упругого элемента, в котором измеряемое механическое воздействие превращается в деформацию. В сенсорах давления 70-х годов упругие элементы имели круглую плоскую форму и приклеивались по контуру к корпуса сенсора. К клеевому соединению предъявлялись жесткие требования: оно должно быть герметичным, обеспечивать жесткое закрепление (зашемление) краев упругого элемента, сохранять работоспособность в широком интервале температур и не вносить термомеханических напряжений. Этим противоречивым требованиям удовлетворить оказалось очень сложно, и с начала 80-х годов в сенсорах давления стали широко применяться профилированные упругие элементы, которые создавались с помощью техники жидкостного анизотропного травления.

Для этого со стороны кремниевой пластины, не содержащей тензорезисторов, производят анизотропное травление, в ходе которого кремний послойно удаляется и формируется упругий элемент с заданными толщиной и размерами. На рис. 1.16 показаны типичные формы кремниевых упругих элементов – квадратная и прямоугольная.

В упругом элементе имеются тонкая часть (мембрана) 2 и кольцо жесткости 3 толщиной, равной толщине исходной кремниевой пластины. Благодаря большому различию по толщине между мембраной и кольцом жесткости (обычно не менее 10 раз) под действием измеряемого давления наибольшие деформации возникают у краев мембраны. Кольцо жесткости обеспечивает фиксированное положение краев мембраны и служит для присоединения кристалла к остальным частям сенсора. Благодаря тому, что области размещения тензорезисторов 1 и плоскость присоединения упругого элемента 4 пространственно разделены, происходит развязка по механическим напряжениям, возникающим при сборке сенсора.

Операция изготовления упругого элемента анизотропным травлением не типична для микроэлектроники, производящей интегральные схемы. В современных сенсорах размеры мембраны лежат в диапазоне $a = 2.5 \dots 0.5$ мм, а толщина $h = 20 \dots 100$ мкм.

Поскольку стандартная толщина исходных кремниевых пластин составляет около 500 мкм, при создании профилированного упругого элемента требуется удалить слой кремния толщиной 400...480 мкм, что требует длительного времени травления. Поэтому операция формирования упругого элемента является очень ответственной и выполняется на заключительном этапе технологического процесса изготовления кристалла сенсора давления.

Технологический маршрут изготовления кристалла сенсора давления включает несколько этапов.

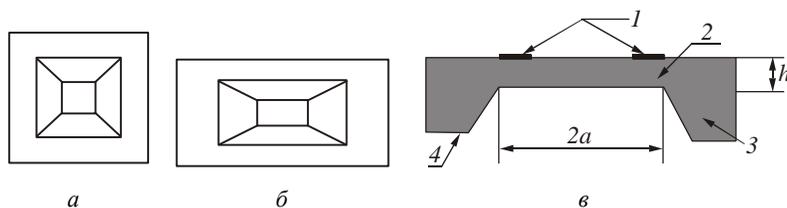


Рис. 1.16. Основные формы кремниевых упругих элементов, получаемых анизотропным травлением:

a – квадратная; b – прямоугольная; $в$ – сечение упругого элемента: 1 – тензорезисторы, 2 – мембрана; 3 – кольцо жесткости; 4 – плоскость присоединения упругого элемента к остальным частям сенсора

Первый этап. На кремниевой пластине, полированной с двух сторон, путем термического окисления создают слои двуокиси кремния, выполняющие на последующих этапах изготовления роль защитной маски.

Второй этап. На стороне, где предполагается создать электрическую цепь, с помощью фотолитографии удаляют слои двуокиси кремния в тех местах пластины, где должны находиться тензорезисторы. В этих местах поверхность кремния оказывается открытой.

Третий этап. С помощью метода ионной имплантации атомов бора проводят легирование областей тензорезисторов. Этот процесс происходит при комнатной температуре. Для устранения дефектов, возникших в кристаллической решетке во время процесса имплантации, выполняют высокотемпературный отжиг. При этом на поверхности тензорезистора образуется новый тонкий слой двуокиси кремния, который играет роль защитной маски, предохраняющей тензорезистор от неблагоприятного воздействия окружающей среды. В этом слое с помощью специальной фотолитографии удаляют двуокись кремния в тех местах, где должны быть металлические контакты тензорезисторов.

Четвертый этап. На пластину напыляют пленку алюминия толщиной 0.1...0.2 мкм. С помощью еще одной фотолитографии формируют металлическую разводку, объединяющую отдельные тензорезисторы в мостовую схему.

Пятый этап. На поверхность пластины наносят еще один защитный слой двуокиси кремния, в котором методом фотолитографии открываются окна под контакты для электрического присоединения кристалла к выводным контактам сенсора.

Шестой этап. Это наиболее ответственный этап производства кристалла для сенсоров давления. На стороне кремниевой пластины, противоположной той, где создана электрическая схема, с помощью фотолитографии вскрывается окно в SiO_2 для травления кремния. Далее проводится анизотропное травление, например, в 30 %-ном водном растворе КОН, в результате чего формируется упругий элемент необходимой толщины.

Седьмой этап. Пластина кремния разделяется резкой, например с помощью лазера, на отдельные кристаллы.

Процесс изготовления кристалла сенсора давления заканчивают контролем сопротивления тензорезисторов и толщины упругого элемента. При производстве сенсоров предъявляются жесткие требования к равенству сопротивления тензорезисторов мостовой схемы. Разброс по сопротивлению между тензорезисторами, как правило, не должен превышать $\pm 0.2\%$. Еще более жесткие требо-

вания предъявляются к качеству анизотропного травления при формировании упругого элемента. Заданная толщина упругого элемента должна воспроизводиться с абсолютной погрешностью не хуже 1 мкм, что при средней глубине травления в 450 мкм представляет сложную задачу.

В современных сенсорах давления обязательным элементом конструкции является термокомпенсирующая пластина. Именно к ней крепят кристалл сенсора давления. В свою очередь термокомпенсирующую пластину тем или иным способом присоединяют к корпусу сенсора. Пластина предназначена для уменьшения термомеханических напряжений, возникающих из-за различия в температурных коэффициентах линейного расширения кремния и материала корпуса (обычно это металл или пластмасса). Кроме того, термокомпенсирующая пластина ослабляет механические напряжения от установки кристалла в корпус сенсора.

Термокомпенсирующая пластина изготавливается либо из стекла, либо из кремния. К пластине из стекла кристалл присоединяется электростатическим методом, описанным выше.

Наиболее привлекателен в качестве материала компенсирующей пластины кремний. В этом случае термомеханические напряжения сводятся к минимуму. Основной проблемой, возникающей при использовании кремния для термокомпенсирующей пластины, является способ соединения с кристаллом. Наиболее естественно прямое сращивание кремния. Однако из-за того, что на кристалле сенсора уже сформирована электрическая схема, температура в процессе сращивания не должна превышать 400 °С, а прямое сращивание требует более высоких температур. Поэтому наибольшее практическое значение получил метод соединения через тонкий стеклянный слой, для чего на кремниевую термокомпенсирующую подложку наносится слой легкоплавкого стекла толщиной 15...100 мкм. При повышении температуры до 400 °С стекло плавится и прочно соединяет части сенсора между собой. Соединение можно проводить с применением электростатического поля.

Для сенсоров абсолютного давления термокомпенсирующая пластина – сплошная, а процесс соединения происходит в вакууме. Для сенсоров относительного давления в термокомпенсирующей пластине предварительно делают отверстие для подачи опорного давления.

Тензопреобразователь вместе с термокомпенсирующей пластиной присоединяют к корпусу сенсора обычно с помощью клея или легкоплавкого стекла. На рис. 1.17 показано устройство сенсора абсолютного давления типа МХ фирмы Motorola [10].

Внешние металлические контактные проводники 5 находятся в одной плоскости и на такой же высоте, что и кристалл 1. Это позволяет с помощью стандартного оборудования для производства интегральных схем соединять контакты кристалла с внешними электрическими выводами сенсора, что удешевляет стоимость производства.

На кристаллах сенсоров давления, кроме тензорезисторов, обычно создаются дополнительные резисторы для балансировки мостовой схемы и компенсации температурной зависимости тензочувствительности. Эти резисторы, как правило, создаются после того, как сформирована тензорезистивная схема, балансировка нуля и тензочувствительности производится путем лазерной подгонки сопротивлений дополнительных резисторов.

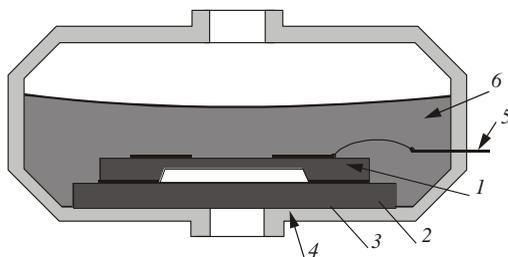


Рис. 1.17. Конструкция сенсора абсолютного давления типа МХ Motorola:

1 – кристалл сенсора давления; 2 – соединение кремния с термокомпенсирующей пластиной; 3 – термокомпенсирующая пластина; 4 – соединение термокомпенсирующей пластины с корпусом; 5 – внешние выводы; 6 – защитное покрытие

На заключительном этапе сборки на поверхность кристалла сенсора давления наносят защитное покрытие, предохраняющее кристалл от воздействия влаги и агрессивных веществ окружающей среды. Защитное покрытие должно обладать хорошей эластичностью, чтобы не создавать дополнительных термомеханических напряжений в упругом элементе. Для этих целей хорошо подходят кремнийорганические гели.

В существующих сенсорах измеряемое давление подается в основном со стороны вытравленной полости, возникшей при формировании упругого элемента, и иногда с противоположной стороны. Если измеряемое давление подается со стороны тензорезисторов, то это предъявляет особенно жесткие требования к качеству и надежности защитной пленки.

Специфические проблемы возникают при создании катетерных сенсоров давления. Такие сенсоры предназначены для измерений в полых органах или кровеносной системе человека или животных. Особенностью конструкции этих сенсоров являются сверхмалые габаритные размеры, главным образом в поперечном направлении. При уменьшении габаритных размеров кристалла сенсора возникают конструктивные ограничения, связанные с применением анизотропного травления при формировании упругого элемента. В ходе травления образуются боковые скосы, размеры которых примерно равны глубине травления. Поперечный размер кристалла сенсора давления складывается из размеров кольца жесткости, боковых скосов упругого элемента и мембраны. При глубине травления 450 мкм размеры кольца жесткости и боковых скосов составляют около 2000 мкм и к этой величине необходимо добавить еще размеры мембраны. Во многих случаях такие размеры катетерного сенсора представляются слишком большими.

Возможность дальнейшего уменьшения поперечных размеров кристалла сенсора при применении метода анизотропного травления практически исчерпана. Поэтому необходим новый подход к сборке элементов конструкции сенсора. Такой подход открывает технология прямого сращивания кремния. В качестве иллюстрации применения нового метода сборки ниже приведена схема технологического маршрута создания чувствительного элемента сенсора давления катетерного типа с рекордно малыми габаритами: длиной 900 мкм, шириной 400 мкм и толщиной 150 мкм и мембраной размером 250 мкм. Сенсор разработан в американской фирме Lukas Nova Sensor [11].

На первом этапе изготовления (рис. 1.18) используют стандартные кремниевые пластины *n*-типа, которые имеют высококачественную полировку только с одной стороны. На пластине с двух сторон создается защитная маска из двуоксида кремния. Затем проводят двустороннюю фотолитографию, в результате чего на полированной стороне пластины в защитной маске открывается система полосок шириной 100 мкм. На противоположной стороне пластины в слое двуоксида кремния формируются углубления, которые используют как знаки совмещения для последующих операций сборки.

После операции фотолитографии производят анизотропное травление кремния в водном растворе КОН до глубины, где происходит самоостановка процесса травления из-за смыкания плоскостей (111). При ширине полоски у поверхности в 100 мкм самоостановка

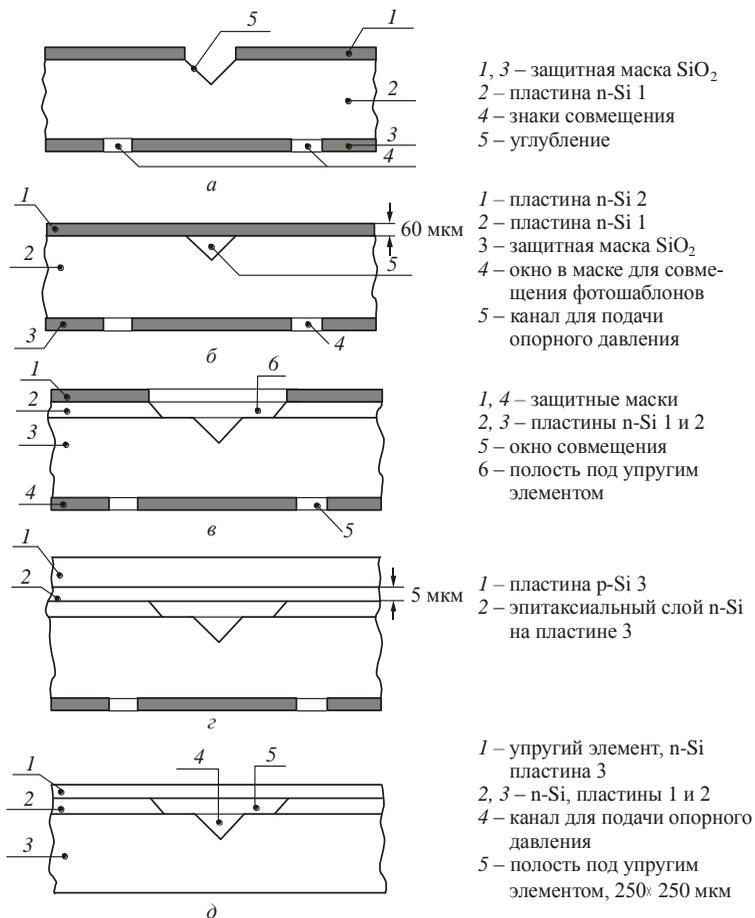


Рис. 1.18. Схема технологического маршрута изготовления катетерного сенсора давления

произойдет на глубине $h = 100/\sqrt{2}$ мкм. В результате этой операции на пластине возникает система канавок с треугольным сечением, через которые впоследствии подмембранные полости упругих элементов сообщаются с атмосферой.

На втором этапе изготовления окисную маску на полированной стороне пластины удаляют и поверхность кремния обрабатывают в гидрофильном растворе. После этого при температуре 900 °С производят прямое сращивание со второй пластиной, которая закрывает треугольные углубления первой пластины. Образовавшееся прочное

соединение между пластинами позволяет в последующем технологическом процессе оперировать со сдвоенной пластиной как с единой монокристаллической структурой. Далее шлифуют и полируют верхнюю присоединенную пластину. В результате этой операции толщина второй пластины доводится до 60 мкм (рис. 1.18, б).

На третьем этапе изготовления сдвоенная система пластин со скрытыми канавками поступает на операцию термического окисления кремния, в результате на поверхности пластины создается защитная маска из двуокиси кремния. На полированной стороне сдвоенной системы пластин проводят операцию фотолитографии, в результате в защитной маске открываются окна размером 250×250 мкм. Затем следует операция анизотропного травления в водном растворе КОН до той поры, пока травление не дойдет до первой пластины. В результате формируется подмембранная полость упругого элемента, которая соединена каналом треугольного сечения, по которому передается атмосферное давление (рис. 1.18, в).

На четвертом этапе изготовления защитную маску на поверхности второй пластины удаляют и открытую поверхность кремния обрабатывают в гидрофильном растворе. Далее проводится прямое сращивание кремния с третьей кремниевой пластиной. Эта пластина имеет эпитаксиальный слой *n*-кремния толщиной 5 мкм, выращенный на исходном кремнии *p*-типа.

Сращивание ведется по эпитаксиальной поверхности третьей пластины. В результате получается структура, состоящая из трех частей (рис. 1.18, г). Вытравленные полости и канавки оказываются вновь скрытыми.

На пятом этапе изготовления с помощью операций шлифовки, полировки и травления с третьей пластины удаляется весь кремний *p*-типа, так что остается только эпитаксиальный слой кремния толщиной 5 мкм, который прочно соединен со второй пластиной. В результате образуется структура, в которой роль упругого элемента играет эпитаксиальная пленка размерами $250 \times 250 \times 5$ мкм. Боковые скосы в полости под упругим элементом направлены встречно друг другу, а не в разные стороны, как это имеет место при обычной схеме изготовления упругого элемента с использованием анизотропного травления (см., например, рис. 1.6). Это является принципиальным моментом конструкции представленного варианта кристалла сенсора. Получившаяся структура показана на рис. 1.18, д. Далее на ней по биполярной технологии формируются четыре тензорезистора *p*-типа, соединенных по мостовой схеме.

На заключительном этапе изготовления всю кремниевую сборку, содержащую тензорезисторы, еще раз подвергают механической обработке. На этот раз шлифуется первая пластина, служившая до тех пор основанием сборки. Шлифовку производят до тех пор, пока общая высота сборки не станет равной 150 мкм. После этого всю пластину разрезают на отдельные кристаллы, которые имеют размеры $900 \times 400 \times 150$ мкм. Общий вид кристалла сенсора показан на рис. 1.13.

Экспериментальные исследования сенсора давления, собранного на основе описанного выше кристалла, показали, что его чувствительность

$$S = \frac{U_{\text{ВЫХ}}}{EP} = 30 \text{ мкВ/В} \cdot \text{мм.рт.ст.},$$

где $U_{\text{ВЫХ}}$ – выходной сигнал мостовой схемы, мВ; P – измеряемое давление, мм рт. ст.; E – напряжение питания мостовой схемы, В.

Представленная схема технологического процесса создания кристалла сенсора давления, хотя и достаточно трудоемка, позволяет получить сенсоры с характеристиками, которых иными технологическими путями достичь сложно или невозможно.

Фирмам, выпускающим серийные сенсоры, предстоит серьезная работа по освоению новых технологий. До сих пор их деятельность концентрировалась вокруг изготовления все более сложных электрических схем на кристалле сенсора. Применение новых технологий формообразования и сборки позволит наиболее полно использовать возможности кремния и микроэлектронных технологий для обеспечения массового выпуска высокоточных и дешевых сенсоров.

ЛИТЕРАТУРА

1. Pressure and temperature transducers: Каталог / National Semiconductors. Б.И., 1980.
2. Schooneveld K.M., Van Eijk C.W.E., Hollander R.W. Audet S.A. Silicon strip detector for (3-radiochromatography) // Nucl. Instrum. Meth. – 1988. – А275. – Р. 597–602.
3. Петерсен К.Э. Кремний как механический материал // ТИИЭР. – 1982. – Т. 70, № 5.
4. Элексион М. Внедрение технологии интегральных схем в производство датчиков // Электроника. – 1986. – № 11. – С. 49–56.
5. Технология СБИС / Под ред. С. Зи. – М.: Мир, 1986.
6. Бачурин В.В., Полехов В.В., Пыхтунова А.И. Применение анизотропного травления кремния в технологии изготовления полупроводниковых приборов:

Обзор по электронной технике. Сер. 2. Полупровод, приборы. – 1982. – Вып. 3 (859).

7. *Wallis G., Pomerantz D.I.* Field assisted glas-metal sealing // *J. Appl. Phus.* – 1969. – Vol. 40. – P. 3946.

8. *Frye R.C., Griffith J.E., Wang Y.H.* A field-assisted bonding process for silicon dielectric isolation // *J. Electrochem. Soc.* 1986. – № 133. – P. 1673.

9. *Lasty J.B.* Wafer bonding for silicon on insulator technology // *J. Appl. Phys. Lett.*, 1986. № 48. – P. 78.

10. *Sensor, Device Data, Motorola, 3Ed, 1995.*

11. *Christel L., Petersen K.* A catheter pressure sensor with side vent using multiple silicon fusion bonding // *The Proc. of the 7th Intern. Conf. on Solid St. Sensors and Actuators, 1993, Yokohama, Japan.*



ГЛАВА 2

НАПРЯЖЕНИЯ И ДЕФОРМАЦИИ В МИКРОМЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

В данной главе рассматривается математическое описание механических напряжений и деформаций в компонентах микросистем. Вначале вводятся основные понятия, касающиеся тензоров напряжений и деформаций, а также потенциальной энергии деформированного твердого тела. Во второй части главы приведены основные уравнения теории упругости и в качестве простейшего примера рассмотрен изгиб балок.

При написании формул в этой главе будет широко применяться правило «суммирования по повторяющемуся индексу», введенное А. Эйнштейном:

$$\sum_{i=1}^n x_i y_i \equiv x_i y_i, \quad i = 1, \dots, n.$$

Это правило делает запись различных соотношений менее громоздкой, а формулы выглядят более компактными.

Подробный вывод ряда формул в этой главе достаточно громоздкий, поэтому в тексте намечен путь вычислений и приведены конечные результаты, что важно для понимания и практического использования. Промежуточные вычисления читатель при желании может проделать самостоятельно.

2.1. ОСНОВНЫЕ ТИПЫ УПРУГИХ ЭЛЕМЕНТОВ

В состав микросистем входят упругие элементы (УЭ), в которых внешние воздействия различного рода приводят к деформации и изменению их потенциальной энергии. Далее эти изменения в

микросистемах могут использоваться различным образом. К настоящему времени имеется несколько основных типов упругих элементов, которые получили широкое практическое применение. Применимость того или иного типа упругих элементов в значительной мере определяется технологией их изготовления и соответствием основным идеям технологии микросистемной техники.

Упругие элементы балочного типа. Упругие элементы этого типа обычно представляют собой прямоугольную кремниевую балочку, жесткозащемленную с одной стороны (рис. 2.1). На балочку может действовать сосредоточенная или распределенная нагрузка, под действием которой балочка изгибается. Деформация кристаллической решетки может использоваться для управления, например, сопротивлением тензорезисторов или положением в пространстве иглы туннельного микроскопа.

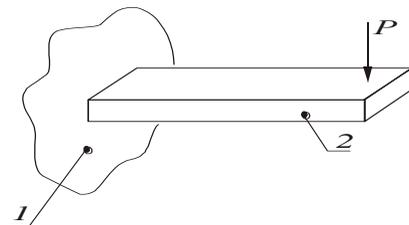


Рис. 2.1. Консольно-защемленный упругий элемент балочного типа:
1 – область защемления, 2 – упругий элемент

Вопрос о способе реализации жесткого защемления очень важный. В первоначальных работах защемление пытались реализовать с помощью приклеивания балочки к металлическому основанию. Из-за большой диссипации энергии в месте защемления и малой надежности клеевого соединения от такого способа защемления быстро отказались.

Сейчас жесткое защемление реализуется в рамках технологии микропрофилирования, причем балочка и область защемления представляют собой единое целое (единый монокристалл). Для обеспечения жесткого защемления можно также применять методы прямого сращивания кремния и анодную посадку.

Упругие элементы можно классифицировать: а) по форме балочки в плане и по профилю; б) по способу нагружения: точечный, равномерный, неравномерный (рис. 2.2).

Конструктивная реализация этих способов нагружения может быть весьма разнообразной. Например, точечную нагрузку можно реализовать через воздействие штока весоизмерительного устройства. Распределенная нагрузка может быть вызвана силами инерции или взаимодействием упругого элемента с набегающим потоком газа.

Особый интерес представляют конструктивные реализации способов нагружения в виде тонких пленок проводящего слоя металла

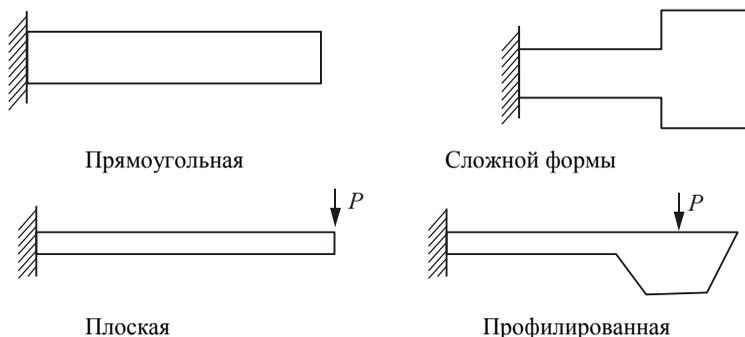


Рис. 2.2. Варианты форм и профилей упругих элементов балочного типа

или магнетика, нанесенных на поверхность балочки и взаимодействующих с электро- или магнитостатическим полем. В последнее время для управления упругими элементами микросистемной техники все более широкое применение находят тонкие пьезоэлектрические слои или слои другого материала, отличающиеся по коэффициенту линейного расширения от кремния (биморфные слои) [1].

Упругие элементы балочного типа с консольным защемлением нашли широкое применение в акселерометрах и разнообразных актуаторах.

Двухопорные упругие элементы балочного типа. Балочные элементы могут иметь и две области защемления. Схема нагружения таких элементов приведена на рис. 2.3. Нагружение таких балок проще всего реализовать за счет действия электростатических сил. Такого рода упругие элементы могут применяться в световых модуляторах, электрических выключателях или клапанах [2].

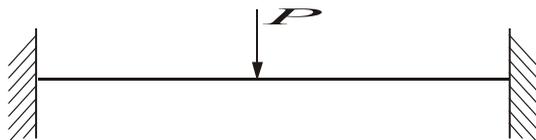


Рис. 2.3. Схема нагружения упругого элемента с двумя областями защемления

Упругие элементы мембранного типа. Упругие элементы данного типа представляют собой тонкую монокристаллическую пластинку, жесткозащемленную по контуру. Наименование «мембранный» отражает тот факт, что толщина упругого элемента много меньше двух других его размеров и, на наш взгляд, является не-

удачным. В теории упругости мембранами называют тонкие пластинки с пренебрежимо малой изгибной жесткостью [3]. В реальных упругих элементах изгибные жесткости, как будет видно из дальнейшего, играют определяющую роль. В данной книге, учитывая широкую распространенность, мы будем пользоваться термином «мембрана», имея в виду сделанное выше замечание.

Так же, как и балочные, упругие элементы мембранного типа можно классифицировать: а) по форме – круглые, квадратные, прямоугольные, треугольные, многоугольные и сложные формы; б) по профилю сечения – плоские, профилированные с одним жестким центром или с несколькими жесткими центрами (рис. 2.4). В настоящее время чаще всего применяются квадратные мембраны.

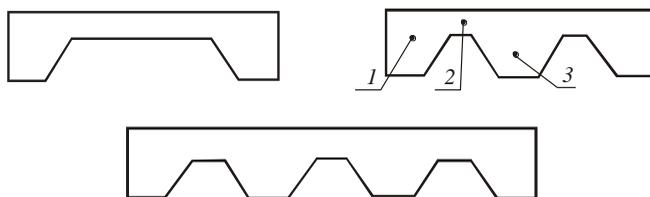


Рис. 2.4. Виды упругих элементов мембранного типа:

1 – кольцо жесткости, 2 – мембрана, 3 – жесткий центр

В упругих элементах мембранного типа качество защемления играет даже более важную роль, чем в балочных. Во всех современных конструкциях упругих элементов мембрана и кольцо жесткости составляют либо единое целое (монокристалл), либо два монокристалла, соединенных методом прямого сращивания. Появление, наряду с плоскими упругими элементами, элементов с жесткими центрами связано с попытками улучшить метрологические характеристики компонентов микросистемной техники. Наибольшее применение упругие элементы мембранного типа находят в сенсорах давления и в качестве подвижных диафрагм микронасосов и микроинжекторов.

В подавляющем большинстве случаев нагрузка на мембрану распределяется по ее площади равномерно. В подвижных элементах актюаторов распределение нагрузки обычно имеет ярко выраженный неравномерный характер.

Торсионные зеркала. Торсионные зеркала представляют собой тонкую кремниевую пластинку, прикрепленную с помощью тонких полосок (торсионов) к рамке-основанию. Вся конструкция – это единый монокристалл кремния (рис. 2.5).

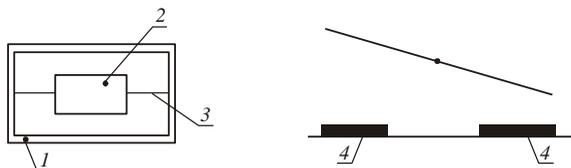


Рис. 2.5. Схема торсионного зеркала:

1 – рамка-основание, 2 – микрозеркало, 3 – торсионные подвески, 4 – управляющие электроды

Электрическое поле, для которого микрозеркало является одной из обкладок конденсатора, заставляет зеркало поворачиваться на угол, зависящий от величины поля и жесткости торсионных нитей. Упругая энергия, запасенная в конструкции при повороте, возвращает зеркало в исходное состояние при снятии управляющего напряжения.

Торсионные зеркала в настоящее время широко применяются в разнообразных модуляторах света [4].

Упругие элементы гребенчатого типа. Эти упругие элементы представляют собой систему двух гребенчатых электродов, отделенных друг от друга небольшим воздушным зазором. Один из электродов неподвижен, а другой может перемещаться, так что расстояние между электродами может изменяться при возникновении электростатического взаимодействия (рис. 2.6).

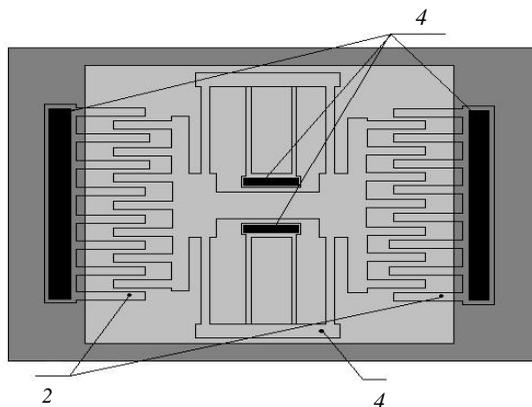


Рис. 2.6. Упругий элемент гребенчатого типа:

1 – области закрепления гребенчатых структур, 2 – неподвижные электроды, 3 – подвижные электроды

При перемещении подвижного электрода происходит изменение его упругой потенциальной энергии, которая возвращает подвижный электрод в равновесное состояние при прекращении электростатического взаимодействия.

Упругие элементы такого типа находят применение в акселерометрах, оптических ключах и специальных микромеханизмах [5].

2.2. ТЕНЗОР МЕХАНИЧЕСКИХ НАПРЯЖЕНИЙ

Если на упругий элемент сенсора или актюатора действует внешняя сила, например измеряемое механическое воздействие, то упругий элемент находится в напряженном состоянии. При этом любая часть элемента действует на соседнюю с некоторой силой. Любой объем твердого тела, находящийся в напряженном состоянии, в общем случае испытывает влияние сил двух типов: 1) объемных сил, действующих на все части упругого элемента, таких как силы инерции или сила тяжести, величина которых пропорциональна объему элемента; 2) сил, действующих через поверхность любого элементарного объема упругого элемента со стороны окружающих частей. Такие силы пропорциональны площади поверхности. Величина силы, отнесенная к единице площади, именуется напряжением.

Пусть в теле упругого элемента выделена малая площадку δS и ее ориентация в пространстве задается с помощью вектора внешней нормали $\vec{l} = l_1 l_2 l_3$. Равнодействующую сил на площадке δS обозначим \vec{F} , тогда отношение $\vec{F} / \delta S = \vec{T}$ дает вектор механических напряжений, действующих на эту площадку (рис. 2.7).

В пределе, при $\delta S \rightarrow 0$, вектор напряжений описывает силовое воздействие в точке $M(x_1, x_2, x_3)$ твердого тела. При этом величина векторов напряжений зависит от ориентации в пространстве площадки δS , которую можно выбирать произвольным способом, но так, чтобы всегда включалась точка M . Для однозначного описания напряженного состояния твердого тела оказалось целесообразно пользоваться набором

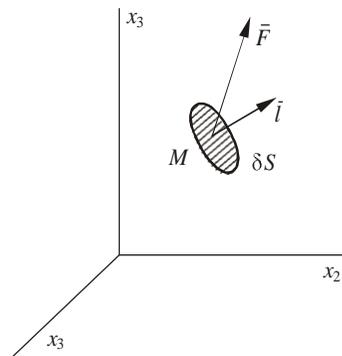


Рис. 2.7. Ориентация векторов силы и нормали на площадке δS

из девяти коэффициентов линейного преобразования, связывающего декартовы компоненты вектора напряжения $\vec{T} T_1 T_2 T_3$ и вектора нормали $\vec{l} l_1 l_2 l_3$ к площадке δS в точке M :

$$\begin{aligned} T_1 &= T_{11}l_1 + T_{12}l_2 + T_{13}l_3, \\ T_2 &= T_{21}l_1 + T_{22}l_2 + T_{23}l_3, \\ T_3 &= T_{31}l_1 + T_{32}l_2 + T_{33}l_3. \end{aligned} \quad (2.2.1)$$

Набор чисел T_{ik} , $i, k = 1, 2, 3$, образует тензор второго ранга, именуемый тензором механических напряжений. По определению [6] тензор второго ранга описывает физическую величину в некоторой системе координат 3^2 числами (компонентами T_{ij}), которые при преобразовании координат (повороте) изменяются согласно уравнениям

$$T'_{ij} = \alpha_{ik} \alpha_{jl} T_{kl}, \quad (2.2.2)$$

где $[\alpha]$ – матрица направляющих косинусов, связывающих «старую» x_1, x_2, x_3 и «новую» системы координат x'_1, x'_2, x'_3 . Эта матрица строится по правилу

$$\begin{array}{ccc} & x_1 & x_2 & x_3 \\ \begin{array}{c} x'_1 \\ x'_2 \\ x'_3 \end{array} & \begin{array}{ccc} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} \end{array} \end{array}, \quad (2.2.3)$$

где $\alpha_{ij} = \cos(x'_i, x_j)$ и т.д.

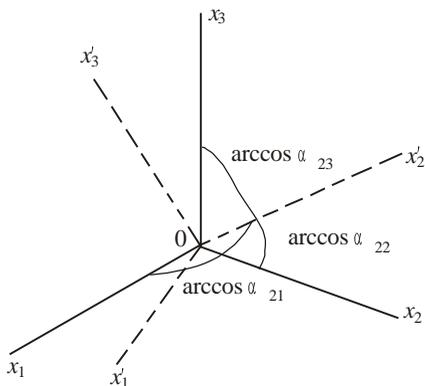


Рис. 2.8. Системы координат матрицы (2.2.3)

Матрица направляющих косинусов обладает несколькими важными свойствами, позволяющими контролировать правильность ее составления:

$$\alpha_{ik}\alpha_{jk} = \delta_{ij}, \quad i, j, k = 1, 2, 3. \quad (2.2.4)$$

Величина, стоящая в правой части формулы (2.2.4), – дельта-символ Кронекера, определяемый равенством

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 0 & i \neq j, \\ 1 & i = j. \end{cases}$$

Транспонированная матрица направляющих косинусов является одновременно и обратной по отношению к исходной, что приводит к равенству:

$$\begin{vmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{21} & \alpha_{31} \\ \alpha_{12} & \alpha_{22} & \alpha_{32} \\ \alpha_{13} & \alpha_{23} & \alpha_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}. \quad (2.2.5)$$

Физический смысл компонент T_{ij} очевиден из рис. 2.9, где представлены силы, действующие на грани единичного куба в однородно напряженном теле. Через каждую грань будет передаваться сила, действующая со стороны внешних частей тела на внутреннюю область куба.

Силу, приложенную к каждой грани, можно разложить на три компоненты. Тогда T_{ij} означает i -ю компоненту, действующую в направлении оси ox_i на грань куба, перпендикулярную к ox_j .

Диагональные компоненты T_{11} , T_{22} , T_{33} именовются также нормальными компонентами и описывают напряжения растяжения или сжатия на площадях, перпендикулярных к осям (x_1, x_2, x_3) . Нondiagonalные компоненты $i \neq j$ описывают сдвиговые механические напряжения, когда сила действует перпендикулярно плоскости соответ-

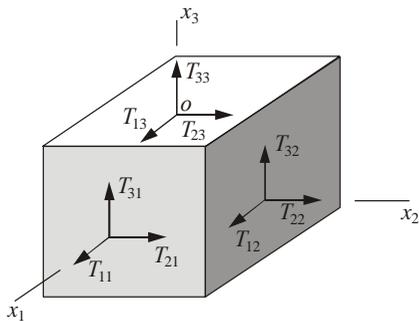


Рис. 2.9. Силы, действующие на грани единичного куба в однородно напряженном теле

ствующей площадки. Сдвиговые напряжения стремятся исказить форму единичного куба.

В условиях статического равновесия, когда куб не вращается, момент сил, приложенных к нему, должен быть равным нулю. Это приводит к равенству

$$T_{ij} = T_{ji}, \quad i \neq j, \quad (2.2.6)$$

т. е. тензор механических напряжений является симметричным. Строго говоря, условие (2.2.6) выполняется, когда нет моментов от объемных сил [6], возникающих в присутствии электрических или магнитных полей.

Если в пределах упругого элемента компоненты тензора напряжений не зависят от координаты, то напряженное состояние однородное. В случае наличия такой зависимости напряженное состояние неоднородное.

Компоненты тензора напряжений, как следует из его определения, зависят от выбора системы координат. Всегда можно выбрать такую систему, в которой тензор получит диагональный вид

$$T_{ij} = \begin{vmatrix} T_{11} & 0 & 0 \\ 0 & T_{22} & 0 \\ 0 & 0 & T_{33} \end{vmatrix}.$$

Оси координат, в которых тензор приобретает диагональную форму, именуется главными. Для однородного напряженного состояния направления главных осей одинаковы по всему упругому элементу, для неоднородного напряженного состояния направления главных осей меняются от точки к точке. В зависимости от структуры тензора в главных осях различают несколько важных случаев напряженного состояния упругих элементов.

Одноосное напряжение:

$$T_{ij} = \begin{vmatrix} T_{11} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}. \quad (2.2.7)$$

Плоское напряженное состояние

$$T_{ij} = \begin{vmatrix} T_{11} & 0 & 0 \\ 0 & T_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}. \quad (2.2.8)$$

Гидростатическое сжатие

$$T_{ij} = \begin{vmatrix} -T & 0 & 0 \\ 0 & -T & 0 \\ 0 & 0 & -T \end{vmatrix}. \quad (2.2.9)$$

При написании последнего тензора учтено, что положительный знак напряжений соответствует растяжению.

Плоский сдвиг

$$T_{ij} = \begin{vmatrix} 0 & T & 0 \\ T & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}. \quad (2.2.10)$$

Поворотом главных осей на 45° тензор напряжений приводится к диагональной форме.

Симметрия тензора напряжений позволяет ввести матрицу напряжений, которая содержит шесть компонент:

$$\begin{vmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} \end{vmatrix} \rightarrow \begin{vmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \end{vmatrix}. \quad (2.2.11)$$

Связь между компонентами тензора напряжений и соответствующей матрицы особенно проста:

$$\begin{aligned} T_{11} = T_1, \quad T_{22} = T_2, \quad T_{33} = T_3, \quad T_{23} = T_{32} = T_4, \\ T_{13} = T_{31} = T_5, \quad T_{12} = T_{21} = T_6. \end{aligned} \quad (2.2.12)$$

При проектировании упругих элементов часто возникает задача расчета напряжения вдоль некоторого направления, определяемого единичным вектором $\bar{l} \ l_1 l_2 l_3$, по известному в данной точке тензору напряжений. Искомое напряжение можно получить, применяя общее определение тензора второго ранга (2.2.2). Эти расчеты,

однако, удобнее приводить в матричной форме. Напряжения вдоль направления \bar{l} равны

$$T_l = l_1 l_2 l_3 \begin{vmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} l_1 \\ l_2 \\ l_3 \end{vmatrix}. \quad (2.2.13)$$

Формула (2.2.13) – частный случай закона преобразований компонент тензора второго ранга, записанного в матричной форме:

$$\begin{vmatrix} T'_{11} & T'_{12} & T'_{13} \\ T'_{21} & T'_{22} & T'_{23} \\ T'_{31} & T'_{32} & T'_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{21} & \alpha_{31} \\ \alpha_{12} & \alpha_{22} & \alpha_{32} \\ \alpha_{13} & \alpha_{23} & \alpha_{33} \end{vmatrix}. \quad (2.2.14)$$

Такая форма записи закона преобразования является с практической точки зрения наиболее удобной.

2.3. ТЕНЗОР ДЕФОРМАЦИЙ

Упругие элементы микромеханических систем, находящиеся в напряженном состоянии, деформируются, т. е. расстояние и взаимная ориентация двух любых точек, относящихся к упругому элементу, изменяются. В теории упругости смещения любой точки твердого тела при деформации описываются с помощью вектора смещения \bar{u} , компоненты которого в общем случае зависят от положения точки в недеформированном теле, $\bar{u} = x_1 x_2 x_3$.

При исследовании разнообразных физических явлений в микросистемной технике ключевое значение имеет не абсолютное смещение точек, а их относительное перемещение и, следовательно, относительные деформации. Кроме того, практическое значение имеют только малые смещения, что обусловлено, в первую очередь, хрупким характером разрушения кремния.

Для пояснения идеи математического описания деформации рассмотрим растяжение тонкой пластинки (рис. 2.10). Выберем систему координат и зафиксируем ее в пространстве (система координат неподвижна!). Под действием механических напряжений пластинка деформируется и точка M с координатами $x_1 x_2$ перемещается в точку M' с координатами $x_1 + u_1$ и $x_2 + u_2$. Величины

u_1 и u_2 – компоненты вектора смещения точки M , и $u_1 u_2$ в выбранной системе координат.

Выделим на недеформированной пластинке малую прямоугольную область $M Q_1 Q_2 Q_3$ со сторонами Δx_1 и Δx_2 , параллельными осям x_1 и x_2 .

После деформации эта область изменяет свои размеры и форму и имеет обозначение $M' Q'_1 Q'_2 Q'_3$. Отрезок MM' представляет собой вектор смещения точки M . Изменение размера проекции отрезка MQ'_1 на ось x_1 можно охарактеризовать отношением

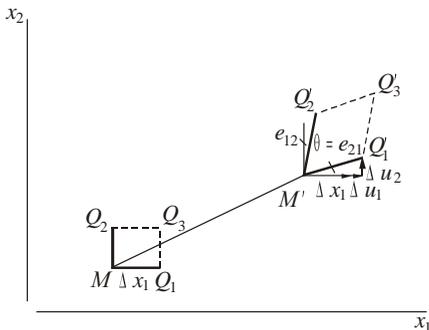


Рис. 2.10. Определение компонент деформаций при плоском растяжении

$$e_{11} = \frac{\Delta u_1}{\Delta x_1}. \quad (2.3.1)$$

Поворот отрезка $M_1 Q'_1$ относительно оси x_1 можно охарактеризовать углом

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{\Delta u_2}{\Delta x_1 + \Delta u_1}. \quad (2.3.2)$$

Поскольку углы поворота малы (следствие малости деформации), $\operatorname{tg} \theta \cong \theta$ и в знаменателе $\Delta u_1 \ll \Delta x_1$, из (2.3.2), получаем

$$\theta \approx \frac{\Delta u_2}{\Delta x_1} = e_{21}. \quad (2.3.3)$$

Рассматривая аналогичным образом изменение размеров и положения стороны $M' Q'_2$, можно получить соотношения

$$e_{22} = \frac{\Delta u_2}{\Delta x_2}, \quad e_{12} = \frac{\Delta u_1}{\Delta x_2}. \quad (2.3.4)$$

В пределе, при Δx_1 и $\Delta x_2 \rightarrow 0$, четыре безразмерные величины e_{ij} , $i, j = 1, 2$, характеризуют деформацию пластинки в точке. Более точно деформированное состояние упругого элемента описывает

тензор деформации ε_{ij} , построенный как симметризованная комбинация из e_{ij} :

$$\varepsilon_{ij} = \begin{vmatrix} \frac{\partial u_1}{\partial x_1} & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_1} \right) \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_1} \right) & \frac{\partial u_2}{\partial x_2} \end{vmatrix}. \quad (2.3.5)$$

Применение симметризованных комбинаций частных производных позволяет исключить не интересные для теории упругости вращения пластинки как целого, когда расстояние и взаимное положение точек упруго элемента не изменяются.

В случае трех измерений, когда вектор смещения точки M зависит от трех координат $M(x_1, x_2, x_3)$, общий подход к определению тензора деформаций, изложенный выше, полностью сохраняется. Трехмерный тензор деформаций определяется симметризованными выражениями [6]:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), \quad i, j = 1, 2, 3, \quad (2.3.6)$$

или в развернутом виде

$$\varepsilon_{ij} = \begin{vmatrix} \frac{\partial u_1}{\partial x_1} & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_1} \right) & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_3} + \frac{\partial u_3}{\partial x_1} \right) \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_1} \right) & \frac{\partial u_2}{\partial x_2} & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_2}{\partial x_3} + \frac{\partial u_3}{\partial x_2} \right) \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_3} + \frac{\partial u_3}{\partial x_1} \right) & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_2}{\partial x_3} + \frac{\partial u_3}{\partial x_2} \right) & \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \end{vmatrix}.$$

Диагональные компоненты ε_{ij} в (2.3.6) описывают удлинение или сжатие сторон элементарного объема, остальные компоненты представляют сдвиговые деформации, характеризующие изменение углов между прямыми. Например, если в недеформированном упругом элементе две прямые образуют прямой угол, то после де-

формации угол будет равен $\varphi = 0.5\pi - 2\varepsilon_{13}$. Аналогично можно интерпретировать ε_{23} и ε_{31} .

Деформации называются однородными, если компоненты тензора не зависят от координат. В этом случае компоненты вектора смещений линейно зависят от координат точек в упругом элементе:

$$u_i = \varepsilon_{ij} x_j, \quad i, j = 1, 2, 3. \quad (2.3.7)$$

Так как тензор деформаций является симметричным, его можно привести к главным осям:

$$\begin{vmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} \end{vmatrix} \rightarrow \begin{vmatrix} \varepsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_2 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_3 \end{vmatrix}. \quad (2.3.8)$$

Для однородных деформаций направления главных осей одинаковы по всему упругому телу. В случае неоднородной деформации ориентация главных осей может меняться от точки к точке.

Если в матрице (2.3.8) $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = -\varepsilon$, то это соответствует деформации гидростатического сжатия.

Если $\varepsilon_{11} = \varepsilon_{22} = -0.5\varepsilon$ и $\varepsilon_{33} = \varepsilon$, так что сумма диагональных компонент (шпур тензора) равна нулю, то имеем случай чистого сдвига. Этот тип деформаций характеризуется изменением только формы, но не объема любого выделенного элемента в твердом теле. Для плосконапряженного состояния тензор деформации чистого сдвига имеет вид

$$\varepsilon_{ij} = \begin{vmatrix} -\varepsilon & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}. \quad (2.3.9)$$

При проектировании упругих элементов микросистемной техники часто приходится находить деформацию в заданном направлении, определяемом вектором \bar{l} . Эта деформация определяет относительное изменение размеров отрезка в направлении вектора \bar{l} . Используя общие соотношения (2.3.13), получаем

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L} = \varepsilon_{ij} l_j l_i. \quad (2.3.10)$$

Выражение (2.3.10) приобретает особенно простой вид, если тензор деформации имеет диагональную форму:

$$\varepsilon = l_1 \varepsilon_{11}^2 + l_2 \varepsilon_{22}^2 + l_3 \varepsilon_{33}^2. \quad (2.3.11)$$

Симметричность тензора деформаций позволяет рассматривать его независимые компоненты как составляющие шестимерного вектора. Переход от компонент тензора деформации к компонентам шестимерного вектора происходит по правилу

$$\begin{aligned} \varepsilon_{11} &\rightarrow \varepsilon_1, & \varepsilon_{22} &\rightarrow \varepsilon_2, & \varepsilon_{33} &\rightarrow \varepsilon_3, \\ 2\varepsilon_{12} = 2\varepsilon_{21} &= \varepsilon_6, & 2\varepsilon_{13} = 2\varepsilon_{31} &= \varepsilon_5, & 2\varepsilon_{23} = 2\varepsilon_{32} &= \varepsilon_4. \end{aligned} \quad (2.3.12)$$

Тогда тензору деформации сопоставляется матрица-столбец

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{pmatrix}. \quad (2.3.13)$$

Компоненты матрицы (2.3.13) не преобразуются по закону (2.2.2) при повороте системы координат.

В заключение раздела отметим, что определение тензора деформаций (2.3.6) предполагает, что произведениями вида $\partial u_i / \partial x_j \cdot \partial u_k / \partial x_m$ можно пренебречь как величинами высшего порядка малости по компонентам вектора смещений. В ряде частных случаев, когда отдельные компоненты вектора смещения не являются малыми (например, в оболочках), общее выражение компонент тензора деформаций необходимо уточнять, включая вторые производные.

2.4. ЗАКОН ГУКА ДЛЯ АНИЗОТРОПНЫХ УПРУГИХ ЭЛЕМЕНТОВ

Закон Гука устанавливает связь между механическими напряжениями и деформациями твердых тел. Кремниевые упругие элементы обладают анизотропными упругими свойствами, поэтому закон Гука записывается в тензорной форме

$$\varepsilon_{ij} = S_{ijkl} T_{kl}, \quad (2.4.1)$$

здесь S_{ijkl} – тензор упругих податливостей.

Закон Гука можно записать в виде обратного соотношения

$$T_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl}, \quad (2.4.2)$$

где коэффициенты C_{ijkl} – компоненты тензора упругих жесткостей.

Тензоры податливостей и жесткостей являются тензорами четвертого ранга и имеют в общем случае $3^4 = 81$ компоненту. Симметрия тензоров деформаций и напряжений приводит к тому, что тензоры S_{ijkl} и C_{ijkl} симметричны по первому и второму, а также третьему и четвертому индексам, что следует из симметрии тензоров напряжений и деформаций. Кроме того, эти тензоры симметричны по перестановке первой и второй пар индексов, $S_{ijkl} = S_{klij}$ (см. разд. 2.3). Благодаря этому число независимых компонент тензоров упругих податливостей и жесткостей сокращается до 21.

Свойства симметрии тензоров упругих податливостей и жесткостей позволяет ввести матрицы податливостей и жесткостей размерности 6×6 , с которыми значительно удобнее работать, чем с тензорами. Наиболее проста связь между тензорами и матричными элементами для матрицы упругих жесткостей:

$$C_{ijkl} = C_{\alpha\beta},$$

$$\begin{array}{c|cccccc} ij & kl & 11 & 22 & 33 & 32=23 & 13=31 & 12=21 \\ \hline \alpha & \beta & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{array}, \quad (2.4.3)$$

где, например, $C_{1122} = C_{12}$, $C_{1321} = C_{56}$.

Для матрицы упругих податливостей переход от тензорных обозначений к матричным происходит по правилу

$$S_{ijkl} = S_{\alpha\beta}, \text{ если } \alpha \leq 3 \text{ и } \beta \leq 3,$$

$$S_{ijkl} = \frac{1}{2} S_{\alpha\beta}, \text{ если } \alpha > 3 \text{ или } \beta > 3, \quad (2.4.4)$$

$$S_{ijkl} = \frac{1}{4} S_{\alpha\beta}, \text{ если } \alpha > 3 \text{ и } \beta > 3.$$

Матричные сокращения пар индексов, определенные соотношениями (2.4.3) и (2.4.4), позволяют представить тензоры упругих податливостей и жесткостей в виде симметричных 6×6 матриц, например:

$$C_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{pmatrix}. \quad (2.4.5)$$

Закон Гука в матричной форме записывается особенно просто:

$$\varepsilon_{\alpha} = S_{\alpha\beta} T_{\beta} \quad \text{или} \quad T_{\alpha} = C_{\alpha\beta} \varepsilon_{\beta}. \quad (2.4.6)$$

Внутренняя симметрия кристаллической структуры дополнительно уменьшает число независимых компонент тензора, а следовательно, и матриц упругости и жесткости. Для важнейших полупроводников, таких как Si, Ge, GaAs, симметрия кристаллической решетки уменьшает число независимых компонент до трех:

$$S_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{12} & 0 & 0 & 0 \\ S_{12} & S_{11} & S_{12} & 0 & 0 & 0 \\ S_{12} & S_{12} & S_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{44} \end{pmatrix}. \quad (2.4.7)$$

Структура матрицы жесткостей $C_{\alpha\beta}$ аналогична (2.4.7).

Для изотропной среды, в которой все направления равноправны по физическим свойствам, матрицы упругих жесткостей и

податливостей содержат лишь две независимые компоненты – S_{11} и S_{12} или C_{11} и C_{12} :

$$C_{ij} = \begin{vmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{12} & C_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{C_{11} + C_{12}}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{C_{11} + C_{12}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{C_{11} + C_{12}}{2} \end{vmatrix}, \quad (2.4.8)$$

$$S_{ij} = \begin{vmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{12} & 0 & 0 & 0 \\ S_{12} & S_{11} & S_{12} & 0 & 0 & 0 \\ S_{12} & S_{12} & S_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 S_{11} - S_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 S_{11} - S_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 S_{11} - S_{12} \end{vmatrix}. \quad (2.4.9)$$

Зная компоненты матриц податливостей, можно вычислить компоненты матрицы упругих жесткостей и наоборот. Из закона Гука получаются следующие соотношения между компонентами матриц для кремния и других кристаллов, обладающих кубической симметрией:

$$C_{11} = \frac{S_{11} + S_{12}}{S_{11} - S_{12} \quad S_{11} - 2S_{12}}, \quad C_{12} = \frac{-S_{12}}{S_{11} - S_{12} \quad S_{11} + 2S_{12}},$$

$$C_{44} = \frac{1}{S_{44}},$$

$$S_{11} = \frac{C_{11} + C_{12}}{C_{11} - C_{12} \quad C_{11} + C_{12}}, \quad S_{12} = \frac{-C_{12}}{C_{11} - C_{12} \quad C_{11} + 2C_{12}},$$

$$S_{44} = \frac{1}{C_{44}}.$$
(2.4.10)

Упругие податливости и жесткости для кремния приведены в табл. 2.1 [7].

Таблица 2.1

Данные по упругим податливостям и жесткости для кремния

$S_{ij} \cdot 10^{-11} \text{ м}^2/\text{Н}$			$C_{ij} \cdot 10^{11} \text{ Н/м}^2$		
S_{11}	S_{12}	S_{44}	C_{11}	C_{12}	C_{44}
0.774	-0.216	1.26	1.65	0.640	0.792

Значения податливостей и жесткостей приведены для кремния в системе основных кристаллографических осей [100]. Именно в этих осях структура тензора упругих податливостей и жесткостей, например (2.4.7), наиболее простая. Выбор любой другой системы координат требует пересчета компонент тензора. При этом, как правило, возрастает число отличных от нуля компонент и усложняется структура тензора. Компоненты тензора 4-го ранга при переходе от одной системы координат к другой преобразуются по закону [6]

$$S'_{ijkl} = \alpha_{im} \alpha_{jn} \alpha_{kp} \alpha_{lq} S_{mnpq}, \quad (2.4.11)$$

здесь S_{mnpq} – компоненты тензора в исходной системе координат $x_1 x_2 x_3$; S'_{ijkl} – компоненты тензора в новой системе координат $x'_1 x'_2 x'_3$; α_{ij} – матрица направляющих косинусов.

Преобразованием (2.4.11) неудобно пользоваться из-за его громоздкости. Удобнее иметь дело с матрицами упругих податливостей и жесткостей, однако для компонент матриц нельзя записать общего соотношения типа (2.4.11). Из матрицы направляющих косинусов можно построить специальную матрицу преобразования A (см. ниже табл. 4.4), содержащую 6×6 компонент, которая позволяет рассчитать матрицу упругих постоянных или жесткостей в новых осях по формуле

$$[S'] = [A][S][\tilde{A}].$$

Здесь \tilde{A} – транспонированная матрица преобразования A .

Для кристаллов, обладающих симметрией кремния, удобно пользоваться формулой [8]

$$S'_{ijkl} = S_{12} \delta_{ij} \delta_{kl} + \frac{S_{44}}{4} \delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk} +$$

$$+ \left(S_{11} - S_{12} - \frac{S_{44}}{2} \right) \sum_{n=1}^3 \alpha_{in} \alpha_{jn} \alpha_{kn} \alpha_{ln}, \quad n = 1, 2, 3. \quad (2.4.12)$$

Здесь S'_{ijkl} – компоненты тензора упругих податливостей в новой системе координат; α – матрица направляющих косинусов; δ_{ij} – символ Кронекера.

Далее можно воспользоваться формулами перехода от тензорных обозначений к матричным и соотношениями между упругими податливостями и жесткостями (2.4.3), (2.4.10). В табл. 2.2 приведены отличные от нуля компоненты матриц упругих податливостей для двух систем координат, которые часто встречаются на практике.

Таблица 2.2

Компоненты матриц упругих податливостей для двух систем координат

	$S_{ij} \cdot 10^{11} \text{ м}^2/\text{Н}$			
	S_{11}	S_{12}	S_{22}	S_{66}
$x_1 \parallel [1\bar{1}0]$	0.591	-0.214	0.768	1.256
$x_2 \parallel [00\bar{1}]$				
$x_3 \parallel 110$				
$x_1 \parallel [1\bar{1}0]$	0.591	-0.155	0.591	1.492
$x_2 \parallel [11\bar{2}]$				
$x_3 \parallel 111$				

Кремний является материалом с выраженной анизотропией упругих свойств. Это проявляется, в частности, в угловой зависимости модуля Юнга, входящего в обычное выражение для закона Гука:

$$T = E\varepsilon,$$

где T и ε – напряжения и деформации вдоль одного направления.

Если из слитка кремния вырезать полоски, имеющие различную кристаллографическую ориентацию, то модуль Юнга будет зависеть от выбранной ориентации в соответствии с соотношением

$$E = \frac{1}{S_{11} - 2 \left(S_{11} - S_{12} - \frac{S_{44}}{2} \right) l_1^2 l_2^2 + l_1^2 l_3^2 + l_2^2 l_3^2}, \quad (2.4.13)$$

где l_1, l_2, l_3 – направляющие косинусы длинной оси полоски по отношению к главным осям 100. Наибольшее значение $1.87 \cdot 10^{11}$ Н/м² модуль Юнга в кремнии имеет для направления 111, наименьшее $1.3 \cdot 10^{11}$ Н/м² – для направления 100.

Анизотропия упругих свойств кремния проявляется и в том, что коэффициент Пуассона зависит от кристаллографической ориентации сторон кремниевой полоски:

$$\nu = -\frac{S'_{12}}{S'_{11}},$$

здесь штрих означает, что вычисления нужно вести в системе координат, связанной со сторонами образца.

Если m_1, m_2, m_3 – направляющие косинусы оси, ортогональной к вектору **I**, то угловая зависимость коэффициента Пуассона может быть представлена выражением

$$\nu' = -\frac{2S_{12} + S_A (l_1^2 m_1^2 + l_2^2 m_2^2 + l_3^2 m_3^2)}{2 S_{11} - S_A (l_1^2 l_2^2 + l_2^2 l_3^2 + l_1^2 l_3^2)}, \quad (2.4.14)$$

где $S_A = 2 S_{11} - S_{12} - S_{44}$.

Угловые зависимости модуля Юнга и коэффициента Пуассона для важнейшей кристаллографической плоскости (100), как следует из (2.4.13) и (2.4.14), имеют вид

$$E_{100} = 0.768 - 0.704 \cos^2 \theta \sin^2 \theta \cdot 10^5 \text{ МПа}, \quad (2.4.15)$$

$$\nu_{100} = \frac{0.214 - 0.708 \cos^2 \theta \sin^2 \theta}{0.768 - 0.708 \cos^2 \theta \sin^2 \theta}, \quad (2.4.16)$$

если угол θ отсчитывать от оси [010].

Таблица 2.3

Максимальные и минимальные значения коэффициентов Юнга и Пуассона

Плоскость	$E_{\max} \cdot 10^{11}$ Па	$E_{\min} \cdot 10^9$ Па	ν_{\max}	ν_{\min}
(111)	1.69, изотропия		0.262, изотропия	
(100)	1.69	1.30	0.279	0.064
(110)	1.87	1.30	0.384	0.143

В табл. 2.3 приведены максимальные и минимальные значения модуля Юнга и коэффициентов Пуассона для важнейших кристаллографических плоскостей.

В плоскости (111) модуль Юнга и коэффициент Пуассона не зависят от направления.

2.5. ВАЖНЕЙШИЕ УРАВНЕНИЯ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ

2.5.1. УРАВНЕНИЕ ДВИЖЕНИЯ

Выделим внутри напряженного твердого тела элементарный прямоугольный параллелепипед с началом координат в его центре и размерами ребер Δx_1 , Δx_2 и Δx_3 , параллельных одноименным осям. На выделенный объем действуют как силы со стороны остальных частей твердого тела, которые описываются тензором напряжений T_{ij} , так и объемные силы, например сила тяжести, которая характеризуется вектором ускорения \bar{g} с проекциями g_i , $i = 1, 2, 3$, в системе координат, связанной с элементарным объемом. В силу малости размеров выделенного объема компоненты тензора напряжений можно разложить в ряд Макларена и ограничиться первыми двумя членами, например:

$$T_{11}\left(\pm \frac{\Delta x_1}{2}, 0, 0\right) \simeq T_{11} \ 0 \pm \frac{\partial T_{11}}{\partial x_1} \frac{\Delta x_1}{2}. \quad (2.5.1)$$

Таким образом, механические напряжения, действующие на граничные площадки элемента, выражаются через напряжения в центре элементарного объема и производные от напряжений.

Результирующая сила от компоненты напряжения T_{11} , действующая на выделенный объем в направлении оси ox_1 , будет равна

$$\begin{aligned} F_1 &= \left[\left(T_{11} \ 0 + \frac{\partial T_{11}}{\partial x_1} \frac{1}{2} \Delta x_1 \right) \Delta x_2 \Delta x_3 - \left(T_{11} \ 0 - \frac{\partial T_{11}}{\partial x_1} \frac{\Delta x_1}{2} \right) \Delta x_2 \Delta x_3 \right] = \\ &= \frac{\partial T_{11}}{\partial x_1} \Delta x_1 \Delta x_2 \Delta x_3. \end{aligned} \quad (2.5.2)$$

В направлении ox_1 действуют еще и силы, приложенные к площадкам, перпендикулярным к осям x_2 и x_3 :

$$F_2 = \frac{\partial T_{12}}{\partial x_2} \Delta x_1 \Delta x_2 \Delta x_3, \quad F_3 = \frac{\partial T_{13}}{\partial x_3} \Delta x_1 \Delta x_2 \Delta x_3. \quad (2.5.3)$$

Сила тяжести относится к объемным силам. Ее величина равна произведению массы на ускорение силы тяжести:

$$F_{gi} = \rho \Delta x_1 \Delta x_2 \Delta x_3 g_i, \quad i = 1, 2, 3, \quad (2.5.4)$$

где ρ – плотность твердого тела.

Произведение $\rho \Delta x_1 \Delta x_2 \Delta x_3 = \Delta M$ имеет смысл массы выделенного объема. Учитывая (2.5.2) – (2.5.4), согласно второму закону Ньютона получаем

$$F_1 + F_2 + F_3 + F_{g1} + \rho \Delta x_1 \Delta x_2 \Delta x_3 g_1 = \rho \Delta x_1 \Delta x_2 \Delta x_3 \ddot{x}_1. \quad (2.5.5)$$

Сокращая (2.5.5) на произведение $\Delta x_1 \Delta x_2 \Delta x_3$, запишем [6]

$$\frac{\partial T_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial T_{12}}{\partial x_2} + \frac{\partial T_{13}}{\partial x_3} + \rho g_1 = \rho \ddot{x}_1. \quad (2.5.6)$$

Рассматривая силы, действующие вдоль осей x_2 и x_3 , можно получить еще два аналогичных уравнения. В итоге получаются основные уравнения теории упругости, представляющие в сущности специальную форму записи второго закона Ньютона:

$$\frac{\partial T_{ij}}{\partial x_j} + \rho g_i = \rho \ddot{x}_i, \quad i, j = 1, 2, 3. \quad (2.5.7)$$

Если все части тела находятся в статическом равновесии, то уравнение (2.5.7) принимает более простой вид:

$$\frac{\partial T_{ij}}{\partial x_j} = -\rho g_i. \quad (2.5.8)$$

Это уравнение статического равновесия упругого тела с учетом силы тяжести. Если ее не учитывают, например, из-за малости, то уравнение (2.5.8) принимает особенно простой вид:

$$\frac{\partial T_{ij}}{\partial x_j} = 0. \quad (2.5.9)$$

Уравнения движения (2.5.7) или статики (2.5.8) и (2.5.9) являются основными уравнениями теории упругости.

2.5.2. УРАВНЕНИЯ НЕРАЗРЫВНОСТИ ДЕФОРМАЦИЙ

Определение напряженного состояния в упругом элементе под действием заданных внешних сил является одной из основных задач теории упругости. Напряженное состояние упругого элемента с учетом симметрии описывается шестью компонентами тензора напряжений, а уравнений движения (2.5.7) или статики (2.5.8)–(2.5.9) – только тремя. Чтобы получить недостающие уравнения, следует рассмотреть упругую деформацию твердого тела.

Как видно из уравнения (2.3.6), компоненты тензора деформаций выражаются через производные от трех компонент вектора смещения. Из-за этого появляется зависимость между производными от тензора деформаций, которые в теории упругости именуется уравнениями неразрывности. Проще всего установить связь между компонентами тензора деформаций ε_{11} , ε_{22} и ε_{12} , которые играют основную роль при описании плоских деформаций. Прямым дифференцированием (2.3.6) легко показать справедливость соотношения [9]:

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_{11}}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{22}}{\partial x_1^2} = 2 \frac{\partial^2 \varepsilon_{12}}{\partial x_1 \partial x_2}. \quad (2.5.10)$$

Это частный пример из системы уравнений неразрывности, которые в общей форме записи имеют вид [10]

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_{ik}}{\partial x_l^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{ll}}{\partial x_i \partial x_k} = \frac{\partial^2 \varepsilon_{il}}{\partial x_k \partial x_l} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{kl}}{\partial x_i \partial x_l}, \quad (2.5.11)$$

где $i, k, l = 1, 2, 3$, причем $\varepsilon_{ll} = \varepsilon_{11}$, или ε_{22} , или ε_{33} .

Уравнения (2.5.11) образуют дополнительную систему из шести дифференциальных уравнений, которым должны удовлетворять компоненты тензора деформаций. В уравнения неразрывности обычно подставляются деформации, выраженные через напряжения по закону Гука. Если к уравнениям (2.5.7) и (2.5.11) добавить граничные условия – значения компонент тензора напряжений на поверхности тела, то задача математически становится полностью определенной и допускает единственное решение.

2.6. ЭНЕРГИЯ ДЕФОРМИРОВАННОГО ТВЕРДОГО ТЕЛА

Работа внешних сил, приложенных к твердому телу, полностью превращается в его потенциальную энергию, если деформация происходит изотермически и обратимо. Предполагая далее выпол-

нение этих условий, рассмотрим изменение потенциальной энергии единичного элементарного объема, выделенного в твердом теле, на грани которого действуют механические напряжения T_i , а сам объем испытывает однородную деформацию ε_i .

Если компоненты деформации возрастают с ε_i до $\varepsilon_i + d\varepsilon_i$, где $d\varepsilon_i$ – малые приращения деформаций, то работа, производимая напряжениями T_i , в тензорных обозначениях будет равна

$$dA = T_{ij}d\varepsilon_{ij}, \quad i, j = 1, 2, 3. \quad (2.6.1)$$

По своей структуре работа (2.6.1) полностью аналогична работе, производимой внешней силой при растяжении обычной пружины. Выражая напряжение через деформацию по закону Гука, получаем

$$dA = C_{ij}\varepsilon_j d\varepsilon_i.$$

Эта работа идет на изменение свободной энергии dF , равной при выбранных условиях изменению потенциальной энергии dU :

$$dA = dF = dU = C_{ij}\varepsilon_j d\varepsilon_i, \quad i, j = 1, 2, \dots, 6. \quad (2.6.2)$$

Из (2.6.2) следует, что компоненты тензора упругих жесткостей можно представить в виде

$$\frac{\partial^2 F}{\partial \varepsilon_i \partial \varepsilon_j} = C_{ij}. \quad (2.6.3)$$

Поскольку свободная энергия есть функция состояния тела, порядок дифференцирования в (2.6.3) не играет роли, откуда следует симметричность тензоров жесткости и, по аналогии, упругости по перестановкам первой и второй пары индексов (в тензорных обозначениях):

$$C_{ij} = C_{ji}, \quad S_{ij} = S_{ji}. \quad (2.6.4)$$

Интегрируя (2.6.2) по объему V деформированного тела, получаем для потенциальной энергии общее выражение [6]

$$U = \int_V \frac{C_{ij}\varepsilon_j \varepsilon_i}{2} dv. \quad (2.6.5)$$

Подынтегральная функция

$$u = \frac{C_{ij}\varepsilon_i\varepsilon_j}{2} \quad (2.6.6)$$

именуется удельной потенциальной энергией деформированного тела.

Потенциальная энергия деформированного тела играет ключевую роль при решении многих задач теории упругости, поскольку входит в два фундаментальных вариационных принципа механики: принципа возможных перемещений и принципа Лагранжа.

Принцип возможных перемещений утверждает, что если механическая система (твердое тело) находится в равновесии, то сумма работ всех действующих на систему внешних и внутренних сил на всяком бесконечно малом возможном перемещении равна нулю [11]:

$$\delta A_{\text{вн}} + \delta A_{\text{вн}} = 0, \quad (2.6.7)$$

где $\delta A_{\text{вн}}$ и $\delta A_{\text{вн}}$ – работы внешних и внутренних сил на выбранном перемещении. Поскольку работа внутренних сил равна убыли потенциальной энергии ($\delta A_{\text{вн}} = -\delta U$), на том же перемещении, то из (2.6.7) получаем

$$\delta A_{\text{вн}} = -\delta U = 0. \quad (2.6.8)$$

Если полагать, что оператор варьирования общий для обоих слагаемых, то (2.6.8) можно переписать в виде

$$\delta U - A_{\text{вн}} = 0. \quad (2.6.9)$$

Разность $U - A_{\text{вн}}$ именуется полной энергией системы, так что $\delta \Pi = 0$. Это означает, что полная потенциальная энергия обладает свойством экстремальности.

Вариационный принцип Лагранжа учитывает это свойство и утверждает, что из всех возможных состояний равновесия системы, на которую действуют силы, имеющие потенциал, реализуются те состояния, для которых полная потенциальная энергия имеет стационарное значение. Для задач микросистемной техники наиболее важны те решения, когда полная энергия минимальна, что соответствует устойчивому состоянию:

$$\Pi = U - A_{\text{вн}} = \min. \quad (2.6.10)$$

В этой формулировке принцип Лагранжа является основой для решения огромного количества практических задач. Некоторые примеры будут даны в следующей главе.

2.7. МЕХАНИЧЕСКИЕ НАПРЯЖЕНИЯ И ДЕФОРМАЦИИ В УПРУГОМ ЭЛЕМЕНТЕ БАЛОЧНОГО ТИПА

Упругие элементы балочного типа чаще всего применяются в акселерометрах, некоторых типах измерителей сил или небольших давлений [1]. В этом разделе будет рассмотрено напряженное состояние консольно заземленной балочки прямоугольного сечения (рис. 2.11), на свободный конец которой действует сосредоточенная сила. Балочка имеет поперечные размеры $a \times b$, а начало системы координат выбрано в центре свободного конца балочки. Для определенности будем считать, что оси x_1, x_2, x_3 совпадают с главными кристаллографическими осями 100 кремния. Линия действия сосредоточенной силы лежит в плоскости x_1ox_3 .

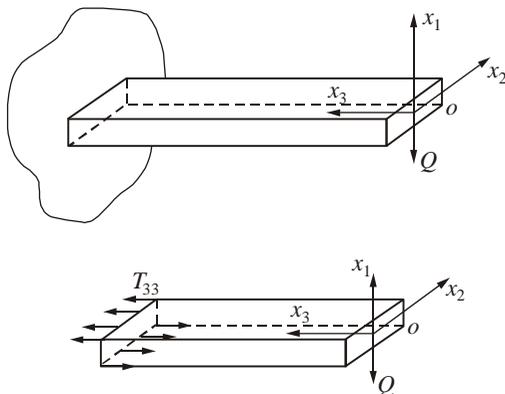


Рис. 2.11 . Схема нагружения балочного элемента

В реальном упругом элементе сосредоточенная сила Q может действовать на небольшой участок верхней поверхности. Действительное распределение механических напряжений вблизи этого участка неизвестно, поскольку неизвестна форма поверхности контактирующего с балочкой тела. Для упрощения математической формулировки задачи воспользуемся принципом Сен-Венана, который широко применяется при решении задач теории упругости. Этот принцип заключается в следующем [12]. Если на какой-либо площадке ΔS поверхности тела действует система сил с главным вектором \bar{F} и моментом \bar{M} и в пределах площадки ΔS происходит перераспределение сил, так что \bar{F} и \bar{M} неизменны, то эти пе-

нераспределения не скажутся для точек, удаленных от площадки на расстояние, превышающее ее максимальный размер.

Принцип Сен-Венана дает определенную свободу в записи граничных условий. Пользуясь этим, предположим, что изгибающая сила Q балочки приложена к середине ее сечения $x_3 = 0$. Решения, найденные для такого характера нагружения, будут справедливы для точек балочки $x_3 > b$, если b – максимальный размер сечения.

При таком характере нагружения верхние волокна балочки будут растягиваться, а нижние – сжиматься. Учитывая, что толщина a упругих элементов сенсоров много меньше ширины b и длины L , можно считать, что компонента тензора T_{33} пропорциональна удаленности волокна балочки относительно нейтральной оси, совпадающей с осью x_1 , т.е.

$$T_{33} = Kx_1, \quad (2.7.1)$$

где K – коэффициент пропорциональности. Его значение можно установить из условия равновесия упругого элемента под действием нагрузки. Для этого сечением $x_3 = c$ выделим часть упругого элемента справа от сечения, остальную часть балочки мысленно отбросим. Для того чтобы равновесие правой части не нарушалось, действие отброшенной левой части заменим силами, распределенными по сечению $x_3 = c$ в соответствии с рис. 2.11, где указаны направления действия компоненты тензора напряжения T_{33} . Так как «отрезанная» часть упругого элемента находится в равновесии, сумма моментов всех сил относительно оси, проходящей через середину сечения $x_3 = \text{const}$ параллельно оси x_2 , должна быть равна нулю

$$Q x_3 = \int_{-\frac{a}{2}}^{+\frac{a}{2}} \int_{-\frac{b}{2}}^{+\frac{b}{2}} T_{33} x_1 dS = 0, \quad (2.7.2)$$

где dS – элемент поверхности сечения $x_3 = c$.

Подставляя в (2.7.2) вместо T_{33} равенство (2.7.1), находим коэффициент пропорциональности K

$$T_{33} = \frac{12Q}{a^3 b} x_3 x_1.$$

Для всех точек упругого элемента, кроме торцов балочки, внешние силы отсутствуют (собственным весом балочки по сравнению с силой Q будем пренебрегать), поэтому для поверхностных точек упругого элемента выполняются равенства

$$T_{11} = T_{21} = T_{31} \Big|_{x_1 = \pm \frac{a}{2}} = 0, \quad T_{22} = T_{12} = T_{32} \Big|_{x_2 = \pm \frac{b}{2}} = 0. \quad (2.7.3)$$

Если деформации волокон балочки невелики, то можно считать, что слои, параллельные боковым граням, не давят друг на друга и не стремятся сдвинуть друг друга. Это позволяет принять для всех точек сечения $x_3 = c$

$$T_{11} = T_{12} = T_{22} = 0. \quad (2.7.4)$$

Для нахождения остальных компонент T_{13} и T_{23} необходимо использовать уравнения равновесия (2.5.9) и уравнения неразрывности для тензора деформаций (2.5.11). Соответствующий расчет приведен, например, в [10, 12], который дает

$$T_{31} = \frac{3Q}{2ab} \left[1 - \left(\frac{2x_1}{a} \right)^2 \right] + \frac{S_{12}}{S_{44}} \frac{Qb}{a^3} \left\{ \left[1 - 3 \left(\frac{2x_2}{b} \right)^2 \right] - \right. \\ \left. - \frac{12}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-1^{n-1}}{n^2 \operatorname{ch} \frac{n\pi a}{b}} \cos \frac{2\pi n}{b} x_2 \operatorname{ch} \frac{2\pi n}{b} x_1 \right\}, \quad (2.7.5)$$

$$T_{32} = \frac{12}{\pi^2} \frac{S_{12}}{S_{44}} \frac{Qb}{a^3} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-1^{n-1}}{n^2 \operatorname{ch} \frac{n\pi a}{b}} \sin \frac{2\pi n}{b} x_2 \operatorname{sh} \frac{2\pi n}{a} x_1.$$

Вычисления этих компонент тензора напряжений облегчаются несколькими обстоятельствами:

1. Тригонометрические ряды в формулах (2.7.5) быстро сходятся и практически достаточно ограничиться 3-4 членами ряда.
2. В сенсорах с применением технологии микросистемной техники тензорезистивные слои имеют малую глубину по сравнению с толщиной упругого элемента. Поэтому для всех точек тензорезистивного слоя можно принять, что координата $x_1 \approx 0.5a$, т.е. он

расположен на поверхности и, как следствие, $T_{31} \ll T_{33}$. Кроме того, тензорезисторы стремятся разместить в центре балочки, когда $x_2 = 0$, что приводит к равенству $T_{32} = 0$.

Для узких балочек, когда $a \gg b$, выражением в фигурных скобках для T_{31} в (2.7.5) можно пренебречь. Кроме того, хорошо выполняется соотношение $T_{31} \gg T_{23}$. В результате тензор напряжений будет иметь вид

$$T_{ij} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{6Q}{a^3b} \left(\frac{a^2}{4} - x_1^2 \right) \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{6Q}{a^3b} \left(\frac{a^2}{4} - x_1^2 \right) & 0 & \frac{12Q}{a^3b} x_1 x_3 \end{pmatrix}. \quad (2.7.6)$$

В таком виде тензор встречается в учебном курсе по сопротивлению материалов при расчете балки на изгиб.

Компоненты тензора деформации волокон балочки можно найти, используя закон Гука:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = S_{12}T_3, \quad \varepsilon_3 = S_{11}T_3, \quad \varepsilon_4 = S_{44}T_4, \quad \varepsilon_5 = S_{44}T_5, \quad \varepsilon_6 = 0.$$

На поверхности упругого элемента выполняются равенства $\varepsilon_4 = \varepsilon_5 = 0$.

Деформация упругого элемента приводит к смещению конца балочки. Вертикальная составляющая этого смещения равна [10]

$$U_0 = -\frac{4QS_{11}}{a^3b} L^3. \quad (2.7.7)$$

Если балочка имеет кристаллографическую ориентацию, отличную от рассмотренной, то для расчета деформаций нужно матрицу упругой податливости найти в системе координат, связанной со сторонами балочки, и использовать полную систему уравнений равновесия и неразрывности деформаций.

2.8. ИЗГИБ ТОНКИХ ПЛАСТИНОК

Упругие элементы в виде тонких пластинок (мембран) различных очертаний широко применяются в микросистемной технике и в первую очередь в сенсорах давления. В данном разделе обсужда-

ется постановка задачи по определению деформаций и напряжений нагруженных пластинок. Имея в виду широкое применение сенсоров давления, в качестве нагрузки рассматривается случай равномерного распределения давления по поверхности упругого элемента (рис. 2.12).

Далее пластинка будет предполагаться тонкой, т. е. ее толщина h много меньше, чем характеристический размер в плане a (например, диаметр или сторона квадрата). Обычно это условие формулируется в виде соотношения

$$h < \frac{1}{5} a. \quad (2.8.1)$$

Для кремниевых упругих элементов сенсоров давления величина воздействующей нагрузки выбирается такой, чтобы она приводила к малым прогибам w , когда выполняется соотношение

$$w \leq \frac{1}{5} h. \quad (2.8.2)$$

При этом связь между измеряемым давлением, прогибом и деформацией упругого элемента оказывается линейной. Важно также, что в случае малых прогибов решение многих задач удастся получить в аналитической форме.

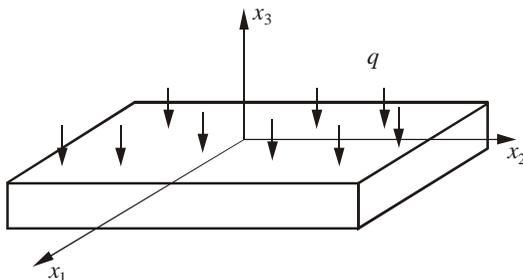


Рис. 2.12. Схема нагружения упругого элемента

Свяжем со срединной плоскостью недеформированной пластины ортогональную систему координат $x_1x_2x_3$. На кристаллографическую ориентацию пластины никаких ограничений не накладываем. Из условия малости прогибов следует:

1. Точки срединной плоскости смещаются по вертикали, причем прогибы w зависят только от координат x_1x_2 в плоскости упругого элемента.

2. Плоскости сечений упругого элемента, перпендикулярные к срединной плоскости в недеформированном состоянии, остаются перпендикулярными и после приложения нагрузки.

3. Компоненты тензора напряжений T_{33}, T_{31}, T_{32} много меньше T_{11}, T_{12}, T_{22} .

Искривление срединной плоскости приводит к появлению компонент u_1 и u_2 вектора смещения для точек, не принадлежащих срединной плоскости. На рис. 2.13 показано возникновение компоненты u_1 вектора смещения точки M' .

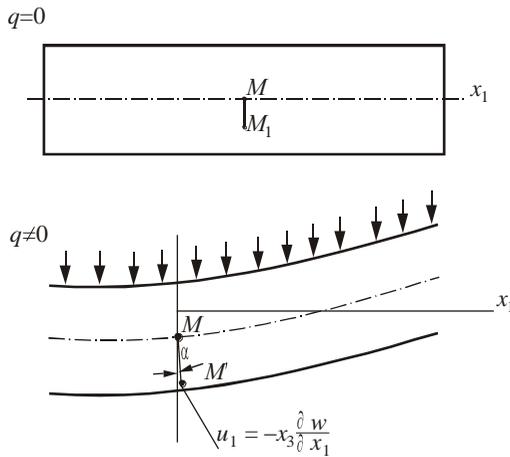


Рис. 2.13. Смещение точек при изгибе упругого элемента

Поворот отрезка MM' при изгибе приводит к смещению точки M' вдоль оси x_1 на величину

$$u_1 = x_3 \cdot \sin \alpha.$$

В силу малости прогибов $\sin \alpha \approx \operatorname{tg} \alpha = -\partial w / \partial x_1$, откуда $u_1 = -x_3 (\partial w / \partial x_1)$.

Таким образом, для малых прогибов упругого элемента компоненты вектора смещения точек пластины имеют вид

$$u_1 = -x_3 \frac{\partial w}{\partial x_1}, \quad u_2 = -x_3 \frac{\partial w}{\partial x_2}, \quad u_3 = w. \quad (2.8.3)$$

Подставляя эти смещения в (2.3.6), находим компоненты тензора деформаций:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{11} &= -x_3 \frac{\partial^2 w}{\partial x_1^2}, & \varepsilon_{22} &= -x_3 \frac{\partial^2 w}{\partial x_2^2}, \\ \varepsilon_{12} &= -x_3 \frac{\partial^2 w}{\partial x_1 \partial x_2}, & \varepsilon_{33} &= \varepsilon_{13} = \varepsilon_{23} = 0 \end{aligned} \quad (2.8.4)$$

Далее, используя закон Гука (2.4.6), получаем следующие выражения для наибольших компонент тензора напряжений:

$$T_1 = \frac{1}{\Delta} \begin{vmatrix} \varepsilon_1 & \varepsilon_2 & \varepsilon_6 \\ S_{12} & S_{22} & S_{26} \\ S_{16} & S_{26} & S_{66} \end{vmatrix}, \quad T_2 = \frac{1}{\Delta} \begin{vmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{16} \\ \varepsilon_1 & \varepsilon_2 & \varepsilon_6 \\ S_{16} & S_{26} & S_{66} \end{vmatrix}, \quad (2.8.5)$$

$$T_6 = \frac{1}{\Delta} \begin{vmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{16} \\ S_{12} & S_{22} & S_{26} \\ \varepsilon_1 & \varepsilon_2 & \varepsilon_6 \end{vmatrix}, \quad \Delta = \begin{vmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{16} \\ S_{12} & S_{22} & S_{26} \\ S_{16} & S_{26} & S_{66} \end{vmatrix}.$$

Для нахождения компонент тензора напряжений T_{13} , T_{23} , T_{33} необходимо проинтегрировать уравнения равновесия теории упругости с учетом граничных условий. Давление действует вдоль направления x_3 , поэтому на поверхностях упругого элемента $x_3 = \pm h/2$ компоненты тензора напряжений T_{13} , T_{23} равны нулю. Используя эти граничные условия и интегрируя уравнения равновесия (2.5.9), получаем

$$\begin{aligned} T_{23} &= \frac{\left(x_3^2 - \left(\frac{h}{2} \right)^2 \right)}{\Delta} \left\{ \frac{\partial^3 w}{\partial x_1^3} S_{22} S_{66} - S_{26}^2 + \frac{\partial^2 w}{\partial x_2^2} S_{12} S_{16} - S_{11} S_{26} + \right. \\ &+ \frac{\partial^2}{\partial x_1 \partial x_2} \left[\frac{\partial w}{\partial x_2} S_{16} S_{26} - S_{12} S_{66} + 2S_{11} S_{22} - 2S_{12}^2 + \right. \\ &\left. \left. + 3 \frac{\partial w}{\partial x_1} S_{12} S_{26} - S_{22} S_{16} \right] \right\}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
T_{23} = \frac{1}{\Delta} \left(x_3^2 - \left(\frac{h}{2} \right)^2 \right) & \left\{ \frac{\partial^3 w}{\partial x_1^3} S_{12} S_{26} - S_{22} S_{16} + \frac{\partial^3 w}{\partial x_2^3} S_{11} S_{66} - S_{16}^2 + \right. \\
& + \frac{\partial^2}{\partial x_1 \partial x_2} \left[\frac{\partial w}{\partial x_1} S_{16} S_{26} - S_{12} S_{66} + 2S_{11} S_{22} - 2S_{12}^2 + \right. \\
& \left. \left. + 3 \frac{\partial w}{\partial x_2} S_{12} S_{16} - S_{26} S_{11} \right] \right\}. \quad (2.8.6)
\end{aligned}$$

Множитель Δ определен выражением (2.8.5). Во многих случаях глубина тензорезистивных слоев значительно меньше толщины пластины, так что для всех точек тензорезистора можно принять $x_3 = \pm h/2$ и тогда $T_{13} = T_{23} = 0$.

Граничные условия для компоненты тензора T_{33} имеют вид $T_{33} = 0$ при $x_3 = -0.5h$ и $T_{33} = -q$ при $x_3 = +0.5h$. Малая толщина пластины позволяет видоизменить граничные условия без ощутимой потери точности, так что решение краевой задачи упрощается. Принимается, что приложенная нагрузка q равномерно распределена по толщине пластины, что соответствует объемной силе q/h . В таком приближении краевая задача для компоненты T_{33} тензора напряжений принимает вид [12]

$$\frac{\partial T_{13}}{\partial x_1} + \frac{\partial T_{23}}{\partial x_3} + \frac{\partial T_{33}}{\partial x_3} = -\frac{q}{h}, \quad T_{33}|_{x_1 = \pm \frac{h}{2}} = 0. \quad (2.8.7)$$

Подставляя в уравнение (2.8.7) найденные выражения для T_{13} и T_{23} (2.8.6), получаем после интегрирования

$$\begin{aligned}
T_{33} = -x_3 \frac{q}{h} - \frac{x_3}{2\Delta} \left(\frac{x_3^2}{3} - \left(\frac{h}{2} \right)^2 \right) & \left\{ \frac{\partial^4 w}{\partial x_1^4} S_{22} S_{66} - S_{26}^2 + \frac{\partial^4 w}{\partial x_2^4} S_{11} S_{66} - S_{16}^2 + \right. \\
& + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x_1^2 \partial x_2^2} 2S_{11} S_{22} - S_{12} S_{66} - 2S_{12}^2 + S_{16} S_{26} + \\
& \left. + 4 \frac{\partial^4 w}{\partial x_1 \partial x_2^3} S_{12} S_{16} - S_{11} S_{26} + 4 \frac{\partial^4 w}{\partial x_1^3 \partial x_2} S_{12} S_{26} - S_{22} S_{16} \right\}. \quad (2.8.8)
\end{aligned}$$

Поскольку при $x_3 = +0.5h$ должно выполняться граничное условие $T_{33} = 0$, из (2.8.8) получаем уравнение на прогибы пластины:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^4 w}{\partial x_1^4} S_{22}S_{66} - S_{26}^2 + \frac{\partial^4 w}{\partial x_2^4} S_{11}S_{66} - S_{16}^2 + \\ & + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x_1^2 \partial x_2^2} 2S_{11}S_{22} - 2S_{12}^2 - S_{12}S_{66} + S_{16}S_{26} + \\ & + 4 \frac{\partial^4 w}{\partial x_1 \partial x_2^3} S_{12}S_{16} - S_{11}S_{26} + 4 \frac{\partial^4 w}{\partial x_1^3 \partial x_2} S_{12}S_{26} - S_{22}S_{16} = \frac{12\Delta q}{h^3}. \end{aligned} \quad (2.8.9)$$

Часто уравнение (2.8.9) записывают в компактной форме:

$$\hat{L}w \ x_1x_2 = q, \quad (2.8.10)$$

где \hat{L} – оператор дифференциального уравнения (2.8.9):

$$\begin{aligned} \hat{L} = \frac{h^3}{12\Delta} \left[S_{22}S_{66} - S_{26}^2 \frac{\partial^4}{\partial x_1^4} + S_{11}S_{66} - S_{16}^2 \frac{\partial^4}{\partial x_2^4} + \right. \\ \left. + 2 S_{11}S_{22} + S_{16}S_{26} - 2S_{12}^2 - S_{12}S_{66} \frac{\partial^4}{\partial x_1^2 \partial x_2^2} + \right. \\ \left. + 4 S_{12}S_{16} - S_{11}S_{26} \frac{\partial^4}{\partial x_1 \partial x_2^3} + 4 S_{12}S_{26} - S_{22}S_{16} \frac{\partial^4}{\partial x_1^3 \partial x_2} \right]. \end{aligned} \quad (2.8.11)$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Kovacs G.T.A. Micromachined Transducers Sourcebook. – Boston: WCB/McGraw-Hill Companies, Inc, 1998. – 911 p.
2. Bloom D.M. The Grating Light Valve: Revolutionizing Display Technology // Proc. SPIE, San Jose, Feb. 10–12, 1997. – Vol. 3013. – P. 165–171.
3. Тимошенко С.П., Войновский-Кригер С. Пластины и оболочки. – М., 1963. – 635 с.
4. Doetzel W., Gessner T, Hahn R, Kaufmann C, Kehr K., Kurth S, Mehner J. Silicon Mirrors and Micromirror Arrays for Spatial Laser Beam Modulation // Proc. Transducers, Chicago, 1997. – Vol. 1. – P. 81–84.

5. *Nguyen C.T.C.* Micromechanical Resonators for Oscillators and Filters // Ultrasonics Symp.: Proc. – 1995. – P. 489.
6. *Най Дж.* Физические свойства кристаллов. – М.: Мир, 1967. – 385 с.
7. *Heuberger A.* Mikromechanik. – В.: Springer-Verlag, 1991. – 501 p.
8. *Thomas T.I.* Proc. of the National Academy of Science. – USA, 1966. – Vol. 55. – P. 235.
9. *Тимошенко С.П., Гудьер Дж.* Теория упругости. – М., 1975. – 575 с.
10. *Минкевич Л.М.* Механика сплошной (анизотропной) среды. – Новосибирск: НГТУ, 1970. – 103 с.
11. *Шнигельбурд И.Я., Атапин В.Г.* Основы расчета ежедневных систем методом конечных элементов. – Новосибирск: НГТУ, 1992. – 50 с.
12. *Минкевич Л.М.* Прикладная механика. – Новосибирск, 1990. – 76 с.



ГЛАВА 3

НАПРЯЖЕНИЯ И ДЕФОРМАЦИИ В ПЛОСКИХ УПРУГИХ ЭЛЕМЕНТАХ

Плоские упругие элементы разных очертаний, жесткозашемленные по контуру, входят в состав разнообразных компонентов микросистемной техники, таких как сенсоры давления на тензорезистивном эффекте и на эффекте изменения емкости, в микронасосы и микроинжекторы, световые модуляторы [1].

Благодаря широте распространения плоских упругих элементов задача о нахождении распределения напряжений и деформаций в таких элементах приобретает большую практическую значимость и, что очень важно, допускает получение решений в аналитической форме. Кроме того, она является основой для построения моделей более сложных типов упругих элементов, например многослойных и профилированных.

В данной главе приводятся аналитические решения для упругих элементов в виде тонких жесткозашемленных пластин (мембран) различных очертаний – круглых, квадратных, прямоугольных, треугольных и многоугольных, находящихся под равномерно распределенным давлением. Распределение напряжений и деформаций получено в приближении малых прогибов в условиях действия статической нагрузки. Случаи, когда прогибы не являются малыми, а нагрузки – неравномерные или носят динамический характер, будут рассмотрены отдельно. Для получения решений в аналитической форме широко применяются вариационные методы, использующие свойство экстремальности полной энергии упругого элемента.

3.1. НАПРЯЖЕНИЯ И ДЕФОРМАЦИИ В УПРУГИХ ЭЛЕМЕНТАХ КРУГЛОЙ ФОРМЫ

Круглая форма кремниевых упругих элементов, жестко заземленных по контуру, явилась исторически первой, реализованной в сенсорах давления, созданных с применением микроэлектронной технологии [2]. Необходимость практической реализации жесткого заземления привела к созданию круглых мембран с кольцом жесткости, формируемым различными методами – механической обработкой, зонной плавкой с градиентом температуры [3, 4], травлением. Профилирование анизотропными травителями (см. гл. 1) стало основной технологией последних двух десятилетий [5]. Этот метод, однако, постепенно вытесняется технологиями сухого травления.

Круглую форму упругих элементов целесообразно применять, когда предъявляются жесткие требования к поперечным размерам сенсоров, например, в медицинской технике в торцевых катетерных сенсорах давлений для инвазивных исследований.

В данном разделе будет рассмотрено распределение механических напряжений и деформаций плоской круглой пластины радиуса R , подвергающейся равномерному давлению. Условие жесткого заземления, которое будет широко использоваться, далее сформулируем в виде

$$w|_{\Gamma} = 0, \quad \left. \frac{\partial w}{\partial \bar{n}} \right|_{\Gamma} = 0, \quad (3.1.1)$$

где \bar{n} – нормаль к контуру пластины Γ . Первое из условий означает, что смещение точек контура отсутствует, а второе – что касательные к срединной плоскости или к верхней и нижней поверхностям пластины параллельны координатной плоскости $x_1 o x_2$ (рис. 3.1).

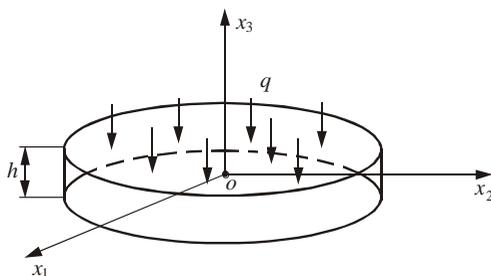


Рис. 3.1. Схема нагружения круглого упругого элемента

Граничные условия (3.1.1) годятся для пластинок любых очертаний и будут использованы в последующих разделах этой главы.

Для круглой жестко заземленной пластины решение краевой задачи на прогибы (2.7.11)–(3.1.1) имеет вид [6, 7]:

$$w = w_0 \left(1 - \frac{x_1^2 + x_2^2}{R^2} \right)^2, \quad (3.1.2)$$

где w_0 – прогиб центра круглой пластины. Подставив это выражение для прогибов в уравнение (2.8.9), можно определить w_0 :

$$w_0 = -\frac{3}{2} \Delta \left[3 S_{22} S_{66} - S_{26}^2 + 3 S_{11} S_{66} - S_{16}^2 + \right. \\ \left. + 2 S_{11} S_{22} - 2 S_{12}^2 - S_{12} S_{66} + S_{16} S_{26} \right]^{-1} \frac{|q| R^4}{h^3}. \quad (3.1.3)$$

Знак прогиба соответствует направлению приложенной внешней нагрузки в выбранной системе координат.

Исходя из выражения для прогибов w и общих выражений для компонент вектора смещений и тензора деформаций (2.8.3) и (2.8.4) получаем после некоторых преобразований:

$$u_1 = w_0 \frac{4x_1 x_3}{R^2} \left(1 - \frac{x_1^2 + x_2^2}{R^2} \right), \quad u_2 = w_0 \frac{4x_2 x_3}{R^2} \left(1 - \frac{x_1^2 + x_2^2}{R^2} \right), \\ u_3 = w_0 \left(1 - \frac{x_1^2 + x_2^2}{R^2} \right); \quad (3.1.4)$$

$$\varepsilon_{11} = \frac{4x_3 w_0}{R^2} \left(1 - \frac{3x_1^2 + x_2^2}{R^2} \right),$$

$$\varepsilon_{22} = \frac{4x_3 w_0}{R^2} \left(1 - \frac{x_1^2 + 3x_2^2}{R^2} \right), \quad \varepsilon_{12} = -8 \frac{x_3 w_0}{R^4} x_1 x_2. \quad (3.1.5)$$

Для расчета компонент тензора напряжений и деформаций (3.1.5) нужно подставить в соотношения (2.8.5). Это позволяет получить напряжения при произвольной анизотропии упругих свойств пластинки.

В практике изготовления кремниевых сенсоров плоскость упругого элемента обычно совпадает с одной из следующих кристаллографических плоскостей: 100, 110, 111. Это связано с тем, что в указанных плоскостях тензорезистивный эффект в кремнии может быть максимальным, а сами пластины применяются для производства интегральных схем. Поэтому расчет напряжений в упругих элементах с такой ориентацией рассмотрим подробнее.

Для описания прогибов и напряжений упругих элементов выберем систему координат в соответствии с табл. 3.1. Здесь же указаны упругие податливости в выбранной системе координат.

Таблица 3.1

Ориентация системы координат

Плоскость	x_1	x_2	x_3	$S_{11}, \text{Па}^{-1}$	$S_{12}, \text{Па}^{-1}$	$S_{44}, \text{Па}^{-1}$	$S_{22}, \text{Па}^{-1}$
001	100	010	001	$0.768 \cdot 10^{-11}$	$-0.214 \cdot 10^{-11}$	$1.256 \cdot 10^{-11}$	$0.768 \cdot 10^{-11}$
111	$1\bar{1}0$	$11\bar{2}$	111	$0.591 \cdot 10^{-11}$	$-0.155 \cdot 10^{-11}$	$1.492 \cdot 10^{-11}$	$0.591 \cdot 10^{-11}$
110	$1\bar{1}0$	$00\bar{1}$	110	$0.591 \cdot 10^{-11}$	$-0.214 \cdot 10^{-11}$	$1.256 \cdot 10^{-11}$	$0.768 \cdot 10^{-11}$

В выбранной системе координат компоненты матрицы упругих податливостей S_{16} , S_{26} равны нулю, что упрощает выражения для прогибов:

$$w_0 = -m \frac{|q|R^4}{h^3}, \quad (3.1.6)$$

где

$$m = \frac{3}{2} \cdot \frac{S_{66} S_{11} S_{22} - S_{12}^2}{3 S_{11} + S_{22} S_{66} + 2 S_{11} S_{22} - 2 S_{12}^2 - S_{12} S_{66}}.$$

Компоненты тензора напряжений и деформаций, как это следует из (2.8.5), связаны линейными соотношениями вида

$$T_{11} = \frac{S_{11}\varepsilon_{11} - S_{12}\varepsilon_{22}}{S_{11}S_{22} - S_{12}^2}, \quad (3.1.7)$$

$$T_{22} = \frac{S_{11}\varepsilon_{22} - S_{12}\varepsilon_{11}}{S_{11}S_{22} - S_{12}^2}; \quad T_{12} = \frac{2\varepsilon_{12}}{S_{66}}.$$

Поскольку глубина тензорезистивных слоев много меньше, чем толщина пластины, наибольший практический интерес имеют напряжения на верхней и нижней поверхностях пластины, когда $x_3 = \pm h/2$. Учитывая это, из (3.1.5) получаем

$$\varepsilon_{11} = \varepsilon_0 \left(1 - \frac{3x_1^2 + x_2^2}{R^2} \right), \quad \varepsilon_{22} = \varepsilon_0 \left(1 - \frac{x_2^2 + 3x_1^2}{R^2} \right), \quad (3.1.8)$$

$$\varepsilon_{12} = 2\varepsilon_0 \frac{x_1 x_2}{R^2}, \quad \varepsilon_0 = \mp \frac{2|w_0|h}{R^2},$$

где ε_0 – деформация на поверхности в центре пластины; w_0 определяется выражением (3.1.6), причем знак минус соответствует верхней поверхности. Компоненты тензора напряжений для всех трех плоскостей имеют одинаковую форму:

$$\begin{aligned} T_{11} &= \frac{S_{11} - S_{12}}{S_{11}S_{22} - S_{12}^2} \varepsilon_0 - \frac{3S_{11} - S_{12}}{S_{11}S_{22} - S_{12}^2} \varepsilon_0 \frac{x_1^2}{R^2} - \frac{S_{22} - 3S_{12}}{S_{11}S_{22} - S_{12}^2} \varepsilon_0 \frac{x_2^2}{R^2} \equiv \\ &\equiv \frac{|q|R^2}{h^2} \left(a_1 - b_1 \frac{x_1^2}{R^2} - c_1 \frac{x_2^2}{R^2} \right), \\ T_{22} &= \frac{S_{22} - S_{12}}{S_{11}S_{22} - S_{12}^2} \varepsilon_0 - \frac{S_{11} - 3S_{12}}{S_{11}S_{22} - S_{12}^2} \varepsilon_0 \frac{x_1^2}{R^2} - \frac{3S_{22} - S_{12}}{S_{11}S_{22} - S_{12}^2} \varepsilon_0 \frac{x_2^2}{R^2} \equiv \\ &\equiv \frac{|q|R^2}{h^2} \left(a_2 - b_2 \frac{x_1^2}{R^2} - c_2 \frac{x_2^2}{R^2} \right), \\ T_{12} &= 2 \frac{\varepsilon_0}{S_{66}} \frac{x_1 x_2}{R^2} = d \frac{x_1 x_2}{R^2} \cdot \frac{|q|R^2}{h^2}. \end{aligned} \quad (3.1.9)$$

В табл. 3.2 приведены значения всех постоянных в (3.1.9) для рассматриваемых плоскостей [8].

В упругих элементах, плоскость которых совпадает с кристаллографической плоскостью 100 или 111, податливости S_{11} и

Таблица 3.2

Коэффициенты тензора напряжений и прогиба круглой пластины

Плоскость	a_1	b_1	c_1	a_2	b_2	c_2	d	$m, \text{Па}^{-1}$
100	0.435	1.116	0.625	0.435	0.625	1.116	0.768	$0.121 \cdot 10^{-11}$
111	0.473	1.223	0.670	0.473	0.670	1.223	0.553	$0.103 \cdot 10^{-11}$
110	0.507	1.300	0.728	0.415	0.636	1.026	0.671	$0.105 \cdot 10^{-11}$

S_{22} равны, что дополнительно упрощает выражения для компонент тензора напряжений T_{11} и T_{22} . Например, для компоненты T_{11} из (3.1.9) получаем

$$T_{11} = \frac{E\varepsilon_0}{1-\nu^2} \left[1+\nu - (3+\nu) \frac{x_1^2}{R^2} - (1+3\nu) \frac{x_2^2}{R^2} \right], \quad (3.1.10)$$

здесь учтено, что $E=1/S_{11}$ – модуль Юнга и $\nu=-S_{12}/S_{11}$ – коэффициент Пуассона. Наибольшие механические напряжения возникают на краю упругого элемента, когда $x=R$. Из (3.1.10) получаем ($x_2=0, x_1=R$):

$$T_{11\max} = -\frac{2E\varepsilon_0}{1-\nu}. \quad (3.1.11)$$

Это напряжение вдвое больше, чем в центре пластины $x_1=x_2=0$:

$$T_{11} \text{ в } 0 = -\frac{E\varepsilon_0}{1-\nu}.$$

В кремнии плоскость 111 является плоскостью упругой изотропии, для которой выполняются соотношения $a_1=a_2, b_1=c_2, c_1=b_2$. Это еще более упрощает выражения для нормальных компонент тензора напряжений T_{11} и T_{22} ($x_3=\frac{h}{2}$):

$$T_{11} = -\frac{3|q|}{8h^2} \left[R^2 1+\nu - (3+\nu)x_1^2 - (1+3\nu)x_2^2 \right], \quad (3.1.12)$$

$$T_{22} = -\frac{3|q|}{8h^2} \left[R^2 1+\nu - (3+\nu)x_2^2 - (1+3\nu)x_1^2 \right].$$

3.2. МЕХАНИЧЕСКИЕ НАПРЯЖЕНИЯ И ДЕФОРМАЦИИ В КВАДРАТНОЙ ЖЕСТКОЗАЩЕМЛЕННОЙ ПЛАСТИНЕ

В настоящее время широкое распространение получили упругие элементы, центральная часть которых представляет квадратную или прямоугольную тонкую пластинку постоянной толщины, находящуюся в условиях жесткого защемления. При измерении давления на такую пластинку действует равномерно распределенная нагрузка интенсивностью q . Расчет напряжений и деформаций сводится к решению уравнения на прогибы w x_1x_2 пластины с соответствующими граничными условиями:

$$\begin{cases} \hat{L}w \quad x_1x_2 = q, \\ w|_{\bar{A}} = 0, \\ \left. \frac{\partial w}{\partial \bar{n}} \right|_{\bar{A}}, \end{cases} \quad (3.2.1)$$

где оператор \hat{L} определен в общем виде выражением (2.8.11), Γ – контур пластины и \bar{n} – нормаль к контуру. Решение задачи (3.2.1), которое описывает поведение пластины при малых прогибах, может быть проведено различными методами, в частности:

1) интегрированием с применением двойных рядов Фурье [7]. Сходимость рядов при этом оказывается не очень быстрой и требуется большой объем вычислений;

2) применением методов конечных разностей и конечных элементов [6]. Решение возможно лишь с применением ЭВМ и соответствующих пакетов программ, например ANSYS, и требует большого объема вычислительной работы;

3) использованием вариационных принципов механики, кратко описанных в разд. 2.5 [9].

Вариационные методы решения чрезвычайно удобны для микросистемной техники, поскольку позволяют получить результаты в аналитической форме и с приемлемой для техники точностью. Существует несколько модификаций вариационных методов решения: энергетический, метод Галеркина – Ритца, комбинированный метод Л.В. Конторовича, метод обращения [6], эффективность применения, которых зависит от конкретной формулировки задачи.

Для случаев малых прогибов квадратных и прямоугольных упругих элементов весьма эффективен метод Галеркина – Ритца, суть которого состоит в следующем.

Задавая виртуальный прогиб точек пластины $\delta w_{x_1 x_2}$, можно вычислить работу нагрузки q либо непосредственно из интеграла

$$\delta v_1 = \iint q \delta w_{x_1 x_2} dx_1 dx_2, \quad (3.2.2)$$

либо косвенно, используя выражение

$$\delta v_2 = \iint \hat{L} w_{x_1 x_2} \delta w_{x_1 x_2} dx_1 dx_2. \quad (3.2.3)$$

Если w – точное решение, то (3.2.2) и (3.2.3) должны совпадать, как это следует из дифференциального уравнения краевой задачи (3.2.1). Поскольку точное решение неизвестно, его можно представить приближенно в виде ряда

$$w_{x_1 x_2} = \sum_{i=1}^n c_i \varphi_i_{x_1 x_2}, \quad (3.2.4)$$

где функции φ_i , входящие в (3.2.4), удовлетворяют граничным условиям (3.2.1). Тип функций φ_i можно выбрать, ориентируясь на ожидаемую форму прогибов упругого элемента, а число членов ряда – разумным компромиссом между объемом вычислений и точностью получаемых результатов.

Коэффициенты c_i определим из условия минимума интеграла (3.2.5)

$$\iint \hat{L} w - q \delta w_{x_1 x_2} = 0, \quad (3.2.5)$$

который по структуре соответствует формулировке принципа Лагранжа в форме (2.6.10).

Варируя поочередно коэффициенты c_i в (3.2.4), получаем набор вариаций прогибов

$$\delta w_{i x_1 x_2} = \delta c_i \varphi_i_{x_1 x_2}, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (3.2.6)$$

Подставляя (3.2.6) в (3.2.5) и учитывая, что $\delta c_i \neq 0$, получаем систему уравнений для определения коэффициентов c_i :

$$\iint \left(\hat{L} \left(\sum_{i=1}^n c_i \varphi_i \right) - q \right) \varphi_i dx_1 dx_2 = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (3.2.7)$$

Численные расчеты напряжений и деформаций будем далее приводить для трех основных кристаллографических ориентаций плоскости упругого элемента – (100), (110), (111).

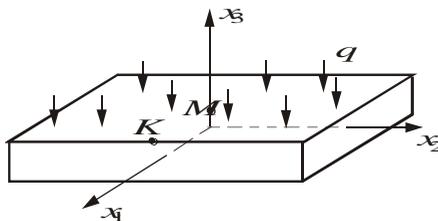


Рис. 3.2. Схема нагружения квадратного жесткозашемленного упругого элемента

Ориентацию сторон пластины выберем в соответствии с табл. 3.3. Систему координат свяжем со срединной плоскостью, а начало координат поместим в центр пластины (рис. 3.2).

В выбранной системе координат пластины обладают ортотропной упругой симметрией и компоненты матрицы

упругих податливостей S_{16} и S_{26} равны нулю. В этом случае оператор \hat{L} принимает вид

$$\hat{L} = D_{11} \frac{\partial^4}{\partial x_1^4} + 2 D_{12} + 2D_{66} \frac{\partial^4}{\partial x_1^2 \partial x_2^2} + D_{22} \frac{\partial^4}{\partial x_2^4}, \quad (3.2.8)$$

здесь D_{ij} – изгибные жесткости анизотропной пластины, выражающиеся через упругие податливости кремния в системе координат, связанной со сторонами пластины:

$$D_{11} = \frac{h^3}{12} \frac{S_{22}}{S_{11}S_{22} - S_{12}^2}, \quad D_{22} = \frac{h^3}{12} \frac{S_{11}}{S_{11}S_{22} - S_{12}^2}, \quad (3.2.9)$$

$$D_{12} = \frac{-h^3}{12} \frac{S_{12}}{S_{11}S_{22} - S_{12}^2}, \quad D_{66} = \frac{h^3}{12S_{66}}.$$

Значения жесткостей для рассматриваемых плоскостей указаны в табл. 3.3.

Таблица 3.3

Изгибные жесткости прямоугольной пластины

Плоскость	x_1	x_2	x_3	$\frac{D_{11}}{h^3} \cdot 10^{-10}$, Па	$\frac{D_{12}}{h^3} \cdot 10^{-10}$, Па	$\frac{D_{22}}{h^3} \cdot 10^{-10}$, Па	$\frac{D_{66}}{h^3} \cdot 10^{-10}$, Па
(100)	110	$\bar{1}10$	001	1.4156	0.08862	1.4156	0.4243
(111)	$1\bar{1}0$	$11\bar{2}$	111	1.5142	0.3971	1.5142	0.5585
(110)	$1\bar{1}0$	$00\bar{1}$	110	1.5683	0.4370	1.2068	0.6635

Граничные условия применительно к рассматриваемому случаю имеют вид

$$w|_{x_i=\pm a} = 0, \quad \frac{\partial w}{\partial x_i} \Big|_{x_i=\pm a} = 0, \quad i = 1, 2.$$

Для квадратной пластины прогибы будем искать в виде [9]

$$w = C_1 x_1^2 - a^2 x_2^2 + C_2 x_1^2 - a^2 x_2^3, \quad (3.2.10)$$

где C_1 и C_2 – неизвестные коэффициенты, подлежащие определению. Варьируя коэффициенты C_1 и C_2 из (3.2.5), получаем систему уравнений для определения C_i :

$$\int_{-a}^{+a} \int_{-a}^{+a} (\widehat{L}w - q) x_1^2 - a^2 x_2^2 dx_1 dx_2 = 0, \quad (3.2.11)$$

$$\int_{-a}^{+a} \int_{-a}^{+a} (\widehat{L}w - q) x_1^2 - a^2 x_2^3 dx_1 dx_2 = 0.$$

Компоненты тензора деформаций и напряжений определяются общими соотношениями (2.8.4) и (2.8.5). Для удобства расчетов приведем выражения компонент тензора напряжений через прогибы:

$$\begin{aligned} T_{11} &= -\frac{12x_3}{h^3} \left(D_{11} \frac{\partial^2 w}{\partial x_1^2} + D_{12} \frac{\partial^2 w}{\partial x_2^2} \right), \\ T_{22} &= -\frac{12x_3}{h^3} \left(D_{12} \frac{\partial^2 w}{\partial x_1^2} + D_{22} \frac{\partial^2 w}{\partial x_2^2} \right), \\ T_{12} &= -\frac{24x_3}{h^3} D_{12} \frac{\partial^2 w}{\partial x_1^2 \partial x_2^2}. \end{aligned} \quad (3.2.12)$$

Толщины тензорезистивного слоя много меньше толщины пластины, так что для проектирования сенсоров давления можно принять координату x_3 равной $x_3 = \pm h/2$. В этом случае, как показано в разд. 2.7, компоненты $T_{13} = T_{23} = 0$.

Решение системы уравнений (3.2.11) с учетом (3.2.12) дает следующие выражения для коэффициентов C_i пластины (рис. 3.2) со стороны $2a$:

$$C_1 = -\frac{0.0601}{D_{11}a^4}|q|f(\alpha, \beta), \quad C_2 = \frac{0.00693}{D_{11}a^8}|q|\varphi(\alpha, \beta),$$

где

$$\begin{aligned} f(\alpha, \beta) &= \frac{1 + \alpha + 0.673\beta}{1 + \alpha^2 + 0.959\beta + 1 + \alpha + 0.176\beta^2}; \\ \varphi(\alpha, \beta) &= \frac{1 + \alpha + 3.402\beta}{1 + \alpha^2 + 0.959\beta + 1 + \alpha + 0.176\beta^2}; \\ \alpha &= \frac{D_{22}}{D_{11}}; \quad \beta = \frac{D_{12} + 2D_{66}}{D_{11}}. \end{aligned} \quad (3.2.13)$$

Если упругие постоянные вдоль осей x_1 и x_2 одинаковы, то $\alpha = 1$. В случае упругой изотропии $\alpha = 1, \beta = 1$.

Учитывая полученные результаты, компоненты тензора напряжений квадратного упругого элемента можно представить в форме

$$\begin{aligned} T_{ii} &= a_1^{(i)} (3u^2 - 1)(v^2 - 1)^2 + a_2^{(i)} (v^2 - 1)^3 (5u^4 - 6u^2 + 1) + \\ &+ a_3^{(i)} (3v^2 - 1)(u^2 - 1)^2 + a_4^{(i)} (u^2 - 1)^3 (5v^4 - 6v^2 + 1), \quad i=1, 2, \quad (3.2.14) \\ T_{12} &= uv \left[a_5 (v^2 - 1)(u^2 - 1) + a_6 (u^2 - 1)^2 (v^2 - 1)^2 \right]. \end{aligned}$$

Здесь $u = x_1/a, v = x_2/a$ – относительные координаты в плоскости упругого элемента, коэффициенты a_i определены соотношениями (3.2.12):

$$\begin{aligned} a_1^{(1)} &= 2.8848|q|\frac{a^2x_3}{h^3}f(\alpha, \beta), \quad a_1^{(2)} = \frac{D_{12}}{D_{11}}a_1^{(1)}; \\ a_2^{(1)} &= -0.49896|q|\frac{a^2x_3}{h^3}\varphi(\alpha, \beta), \quad a_2^{(2)} = \frac{D_{12}}{D_{11}}a_2^{(1)}, \quad a_4^{(2)} = \frac{D_{22}}{D_{11}}a_2^{(1)}; \end{aligned}$$

$$a_3^{(1)} = \frac{D_{12}}{D_{11}} a_1^{(1)}, \quad a_4^{(1)} = \frac{D_{12}}{D_{11}} a_2^{(1)}, \quad a_3^{(2)} = \frac{D_{22}}{D_{11}} a_1^{(1)},$$

$$a_5 = 23.0784 |q| \frac{a^2 x_3}{h^3} \frac{D_{66}}{D_{11}} f \quad \alpha, \beta, \quad a_6 = -5.9875 |q| \frac{a^2 x_3}{h^3} \frac{D_{66}}{D_{11}} \varphi \quad \alpha, \beta.$$

Если упругие свойства вдоль сторон пластины одинаковы, то выполняются соотношения $D_{11} = D_{22}$, $a_3^{(2)} = a_1^{(1)}$, $a_4^{(2)} = a_2^{(1)}$, $a_1^{(2)} = a_3^{(1)}$, $a_2^{(2)} = a_4^{(1)}$. Это приводит к тому, что формулы для компонент тензора напряжений T_{11} и T_{22} различаются лишь перестановкой координат u и v .

Максимального значения механические напряжения достигают в центре сторон квадратной пластины (в точках типа точки K (см. рис. 3.2) $u = 1$, $v = 0$), $x_3 = \pm h/2$. При этом

$$T_{11} = 2a_1^{(1)}, \quad T_{22} = \nu T_{11}. \quad (3.2.15)$$

В центре квадратной пластины (точка M) напряжения даются выражениями

$$\begin{aligned} T_{11} &= -a_1^{(1)} + a_2^{(1)} + a_3^{(1)} + a_4^{(1)}, \\ T_{22} &= -a_1^{(2)} + a_2^{(2)} + a_3^{(2)} + a_4^{(2)}. \end{aligned} \quad (3.2.16)$$

Если упругие свойства пластин вдоль осей x_1 и x_2 одинаковы, то $T_{11} = T_{22}$ в точке M . В кремниевых сенсорах давления тензорезисторы располагаются вдоль осей x_1 и x_2 , там, где напряжения T_{11} и T_{22} достигают максимальных значений. Так, механические напряжения вдоль оси x_1 определяются выражениями

$$\begin{aligned} T_{12} &= 0, \\ T_{11} &= a_1^{(1)} (3u^2 - 1) - a_2^{(1)} (5u^4 - 6u^2 + 1) - a_3^{(1)} (u^2 - 1)^2 + a_4^{(1)} (u^2 - 1)^3, \\ T_{22} &= a_1^{(2)} (3u^2 - 1) - a_2^{(2)} (5u^4 - 6u^2 + 1) - a_3^{(2)} (u^2 - 1)^2 + a_4^{(2)} (u^2 - 1)^3. \end{aligned} \quad (3.2.17)$$

На рис. 3.3 приведены зависимости компоненты T_{11} тензора напряжений вдоль оси x_1 и компоненты T_{12} вдоль диагонали пластины.

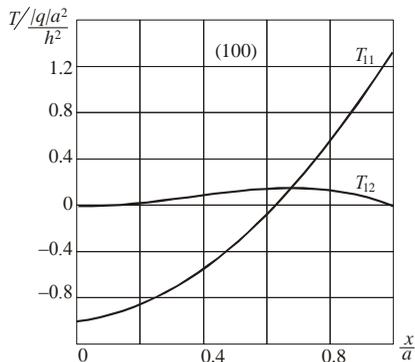


Рис. 3.3. Механические напряжения в упругом элементе

В табл. 3.4 приведены значения коэффициентов $a_i^{(i)}$ для упругих элементов трех выбранных кристаллографических ориентаций на поверхности $x_3 = +0.5h$, в единицах $A = \frac{|q|a^2}{h^2}$.

Используя эти значения коэффициентов, получаем, например, для напряжений и прогибов квадратной пластины, ориентированной в плоскости 100 и сторонами вдоль направлений 110, (см. рис. 3.2) в точке K :

$$T_{11} = 2a_1^{(1)} = -1.31942 \frac{|q|a^2}{h^2}, \quad T_{22} = 2a_1^{(2)} = -0.08258 \frac{|q|a^2}{h^2}.$$

Таблица 3.4

Постоянные тензора механических напряжений для квадратной пластины

Плоскость	$\frac{a_1^1/A}{a_1^2/A}$	$\frac{a_2^1/A}{a_2^2/A}$	$\frac{a_3^1/A}{a_3^2/A}$	$\frac{a_4^1/A}{a_4^2/A}$	a_5/A	a_6/A
(100)	$\frac{-0.65970}{-0.4129}$	$\frac{0.19841}{0.01242}$	$\frac{-0.04130}{-0.65970}$	$\frac{0.01242}{0.019841}$	-1.58192	0.71364
(110)	$\frac{-0.632636}{-0.16591}$	$\frac{0.22114}{0.05800}$	$\frac{-0.16591}{-0.63264}$	$\frac{0.05800}{0.22114}$	-1.86673	0.97878
(111)	$\frac{-0.69248}{-0.19295}$	$\frac{0.26529}{0.07392}$	$\frac{-0.19295}{-0.53285}$	$\frac{0.073920}{0.58888}$	-2.34375	1.346845

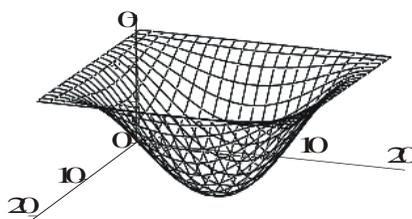


Рис. 3.4. Прогибы квадратного упругого элемента под действием равномерно распределенного давления

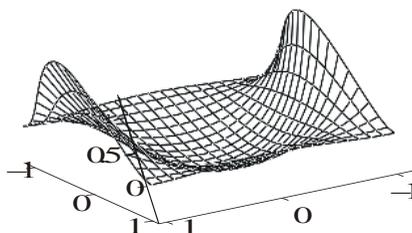


Рис. 3.5. Распределение компоненты T_{11} тензора напряжений по верхней поверхности квадратного упругого элемента

В точке M компоненты напряжений и прогиб соответственно равны

$$T_{11} = T_{22} = 0.49017 \frac{|q|a^2}{h^2}, \quad w_0 = -1.55246 \cdot 10^{-12} \frac{|q|a^4}{h^3}.$$

На противоположной поверхности знаки напряжений противоположны.

На рис. 3.4 – 3.6 показаны распределения прогибов и напряжений вдоль верхней поверхности квадратного упругого элемента. Расчеты проведены для пластины с длиной стороны 2 мм и толщиной 30 мкм, на которую действует равномерно распределенное давление $1 \cdot 10^5$ Па. Видно, что распределение напряжений имеет сильно неравномерный характер.

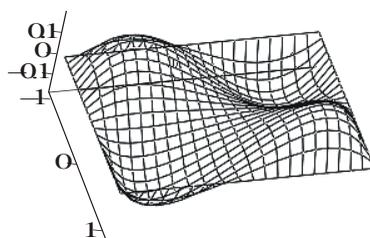


Рис. 3.6. Распределение компоненты T_{12} тензора напряжений вдоль верхней поверхности упругого элемента

3.3 МЕХАНИЧЕСКИЕ НАПРЯЖЕНИЯ В ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ЖЕСТКОЗАЩЕМЛЕННОЙ ПЛАСТИНЕ

Рассмотрим механические напряжения и прогибы прямоугольной жесткозашемленной по контуру кремниевой пластины постоянной толщины. Систему координат, кристаллографическую ориентацию плоскости пластины и направление ее сторон, характер

распределения нагрузки выберем, как и для квадратной пластины, рассмотренной ранее в разд. 3.2. Расчет напряжений и прогибов вновь проведем методом Галеркина – Ритца. Перечисленные условия означают, что основное уравнение, граничные условия и обозначения коэффициентов уравнения остаются без изменений. Прогибы для пластины будем искать в виде более сложного выражения, чем (3.2.10) [6]:

$$w = (x_1^2 - a^2)^2 (x_2^2 - b^2)^2 (c_1 + c_2 x_1^2 + c_3 x_2^2 + c_4 x_1^2 x_2^2), \quad (3.3.1)$$

здесь a и b – половины сторон пластин вдоль осей x_1 и x_2 соответственно; коэффициенты $c_1 - c_4$ должны быть подобраны исходя из условия минимальности интеграла (3.2.5). Усложнение выражения для прогибов (3.3.1) по сравнению с (3.2.10) связано с возможностью сравнительно широкого изменения степени вытянутости пластины $m = b/a$ в практических вариантах упругих элементов сенсоров давления. Используя вариационное условие (3.2.5), получаем систему линейных уравнений для определения коэффициентов c_i :

$$\iint_S (\hat{L}w - q) f_i dx_1 dx_2 = 0, \quad i = 1 \dots 4, \quad (3.3.2)$$

$$f_1 = (x_1^2 - a^2)^2 (x_2^2 - b^2)^2, \quad f_2 = x_1^2 f_1, \quad f_3 = x_2^2 f_1, \quad f_4 = x_1^2 x_2^2 f_1.$$

Отношение сторон пластины, характеризующее ее вытянутость, может меняться от $m = 1$ до $m = \infty$, что соответствует случаю очень длинной вытянутой вдоль оси x_2 пластины.

Введем безразмерные координаты $u = x_1/a$, $v = x_2/b$, $-1 \leq u \leq 1$, $-1 \leq v \leq 1$.

В новых обозначениях оператор \hat{L} имеет вид

$$\hat{L} = \frac{D_{11}}{a^4} \hat{\Lambda} = \frac{D_{11}}{a^4} \left[\frac{\partial}{\partial u^4} + 2 \frac{D_{12} + 2D_{66}}{D_{11}m^2} \frac{\partial^4}{\partial u^2 \partial v^2} + \frac{D_{22}}{D_{11}m^4} \frac{\partial^4}{\partial v^4} \right]. \quad (3.3.3)$$

Прогибы пластины могут быть представлены в форме

$$w = \alpha_1 \Phi_1 + \alpha_2 \Phi_2 + \alpha_3 \Phi_3 + \alpha_4 \Phi_4, \quad (3.3.4)$$

где

$$\varphi_1 = (u^2 - 1)^2 (v^2 - 1)^2, \quad \varphi_2 = u^2 \varphi_1, \quad \varphi_3 = v^2 \varphi_1, \\ \alpha_1 = c_1 a^4 b^4, \quad \alpha_2 = c_2 a^6 b^4, \quad \alpha_3 = c_3 a^4 b^6, \quad \alpha_4 = c_4 a^6 b^6.$$

Система уравнений (3.3.2) в новых обозначениях принимает вид:

$$\int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} \left(\hat{\Lambda} w_{u,v} - \frac{qa^4}{D_{11}} \right) \varphi_i u, v \, dudv = 0, \quad (3.3.5)$$

где оператор $\hat{\Lambda}$ определен выражением в квадратных скобках (3.3.3) [10].

Подставляя выражения для прогибов (3.3.4) в (3.3.5), получаем линейную систему алгебраических уравнений:

$$\Lambda_{ki} \alpha_i = \frac{qa^4}{D_{11}} \Phi_i, \quad i = 1 \dots 4, \quad (3.3.6)$$

где Λ_{ki} – матричные элементы системы уравнений:

$$\Lambda_{ki} = \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} \varphi_k u, v \, \hat{\Lambda} \varphi_i u, v \, dudv, \\ \Phi_i = \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} \varphi_i u, v \, dudv. \quad (3.3.7)$$

Для выбранной системы функций (3.3.2) матричные элементы системы уравнений (3.3.6) соответственно равны

$$\Lambda_{11} = 20.805 \left(1 + \frac{D_{22}}{D_{11} m^4} \right) + 11.889 D^*, \\ \Lambda_{12} = 2.9721 + 1.891 \frac{D_{22}}{D_{11} m^4}, \\ \Lambda_{13} = 1.8914 + 2.9721 \frac{D_{22}}{D_{11} m^4}, \quad \Lambda_{14} = 0.2702 \left(1 + \frac{D_{22}}{D_{11} m^4} \right), \\ \Lambda_{22} = 8.9165 + 0.4365 \frac{D_{22}}{D_{11} m^4} + 1.0809 D^*,$$

$$\Lambda_{23} = \Lambda_{14}, \quad \Lambda_{24} = 0.8106 + 0.0623 \frac{D_{22}}{D_{11}m^4},$$

$$\Lambda_{33} = 0.4365 + 8.9165 \frac{D_{22}}{D_{11}m^4} + 1.0808D^*,$$

$$\Lambda_{34} = 0.0623 + 0.8106 \frac{D_{22}}{D_{11}m^4}, \quad D^* = \frac{D_{12} + 2D_{66}}{D_{11}m^2}.$$

В силу эрмитовости оператора \hat{L} матрица коэффициентов Λ_{ij} оказывается симметричной. Интегралы в правой части системы (3.3.6) оказываются равны

$$\Phi_1 = 1.1378, \quad \Phi_2 = \Phi_3 = 0.1625, \quad \Phi_4 = 0.0232.$$

В табл. 3.5 приведены решения системы (3.3.6) для важного случая, когда стороны упругого элемента ориентированы вдоль кристаллографических осей семейства [110]. Величины α_i приведены в единицах qa^4/D_{11} .

Таблица 3.5

Решение системы (3.3.6) для разной степени вытянутости пластины $m = b/a$

$m = \frac{b}{a}$	$\frac{\alpha_1}{ q a^4} \cdot 10^2$ D_{11}	$\frac{\alpha_2}{ q a^4} \cdot 10^3$ D_{11}	$\frac{\alpha_3}{ q a^4} \cdot 10^3$ D_{11}	$\frac{\alpha_4}{ q a^4} \cdot 10^3$ D_{11}
1.0	2.2003	4.6235	4.6235	7.4170
1.1	2.6185	4.0688	7.3750	8.9478
1.2	2.9852	3.4638	10.913	10.502
1.3	3.2924	2.8628	15.255	12.181
1.4	3.5416	2.2927	20.363	13.749
1.5	3.6782	2.0148	26.820	14.604
1.6	3.8870	1.3135	32.734	16.380
1.7	3.9978	0.9089	39.759	17.431
1.8	4.0261	0.5613	47.249	18.246
1.9	4.123	0.4322	60.163	15.398
2.0	4.1586	0.3047	63.038	19.195

Тензорезистивные слои располагаются вблизи поверхности упругого элемента и имеют малую толщину по сравнению с толщиной упругого элемента. Поэтому в изменение сопротивления тензорезисторов основной вклад вносят компоненты тензора механических напряжений T_{11} , T_{22} , T_{12} . Эти компоненты тензора определяются через прогибы пластины по общим соотношениям (2.7.4), (2.7.5). Проводя вычисления, получаем следующие выражения для компонент тензора напряжений:

$$T_{11} = -\frac{12x_3 D_{11}}{h^3 a^2} v^2 - 1^2 \left[\alpha_1 + \alpha_3 v^2 \quad 12u^2 - 4 + \right. \\ \left. + \alpha_2 + \alpha_4 v^2 \quad 30u^4 - 24u^2 + 2 \right] + \frac{D_{12}}{D_{11} m^2} u^2 - 1^2 \times \\ \times \left[\alpha_1 + \alpha_2 u^2 \quad 12v^2 - 4 + \alpha_3 + \alpha_4 u^2 \quad 30v^4 - 24v^2 + 2 \right], \quad (3.3.8)$$

$$T_{12} = -\frac{x_3 D_{66}}{h^3 a^2 m} 96uv u^2 - 1 v^2 - 1 \left[2 \alpha_3 + \alpha_4 u^2 \quad v^2 - 1 + \right. \\ \left. + 2 \alpha_2 + \alpha_4 v^2 \quad u^2 - 1 + \right. \\ \left. + 4 \alpha_1 + \alpha_2 u^2 + \alpha_3 v^2 + \alpha_4 u^2 v^2 + \alpha_4 u^2 - 1 v^2 - 1 \right]. \quad (3.3.9)$$

Компонента тензора T_{22} описывается формулой (3.3.8) с заменой $D_{11} \rightarrow D_{12}$, $D_{12} \rightarrow D_{22}$.

Наибольший практический интерес представляют зависимости компонент тензора напряжений вдоль осей симметрии упругого элемента x_1 и x_2 . Вдоль этих осей сдвиговая компонента равна нулю $T_{12} = 0$. Выбрав $z = -h/2$ и $v = 0$, из формул (3.3.8) получаем

$$T_{11} = \frac{12D_{11}}{h^2 a^2} \left[2\alpha_1 \quad 3u^2 - 1 + \alpha_2 \quad 15u^4 - 12u^2 + 1 + \right. \\ \left. + \frac{D_{12}}{D_{11} m^2} u^2 - 1^2 \left[\alpha_3 - 2\alpha_1 + \alpha_4 - 2\alpha_2 \quad u^2 \right] \right], \quad (3.3.10) \\ T_{22} = \frac{12D_{12}}{h^2 a^2} \left[2\alpha_1 \quad 3u^2 - 1 + \alpha_2 \quad 15u^4 - 12u^2 + 1 + \right.$$

$$+ \frac{D_{22}}{D_{12}m^2} u^2 - 1 \left[\alpha_3 - 2\alpha_1 + \alpha_4 - 2\alpha_2 u^2 \right] \Bigg\}.$$

На краю пластины, в точке с координатами $u = 1$, $v = 0$, между напряжениями T_{11} и T_{22} выполняется простое соотношение

$$T_{22} = \frac{D_{12}}{D_{11}} T_{11} = -\frac{S'_{12}}{S'_{22}} T_{11}. \quad (3.3.11)$$

Если пластина квадратная и упругие свойства вдоль осей x и y одинаковы, то в центре упругого элемента напряжения $T_{11} = T_{22}$. Переход к прямоугольной форме приводит к отличию между этими напряжениями:

$$T_{11} = \frac{12D_{11}}{h^2 a^2} \left\{ \alpha_2 - 2\alpha_1 + \frac{D_{12}}{D_{11}m^2} \alpha_3 - 2\alpha_1 \right\}, \quad (3.3.12)$$

$$T_{22} = \frac{12D_{11}}{h^2 a^2} \left\{ \alpha_2 - 2\alpha_1 + \frac{D_{22}}{D_{12}m^2} \alpha_3 - 2\alpha_1 \right\}.$$

По мере роста степени вытянутости компонента T_{11} увеличивается, а T_{22} уменьшается. Различие между напряжениями T_{11} и T_{22} существует и для квадратной пластины с различными упругими свойствами вдоль ортогональных направлений.

Переход от квадратного упругого элемента к прямоугольному, у которого короткая сторона равна длине стороны квадрата, приводит к увеличению компоненты тензора на краю в точке $u = 1$, $v = 0$.

Из формулы (3.3.10) следует, что механические напряжения на краю определяются выражениями

$$T_{11} = \frac{48qa}{h^2} \alpha_1 + \alpha_2, \quad T_{22} = \nu T_{11}, \quad (3.3.13)$$

где ν – коэффициент Пуассона.

На рис. 3.7 представлена зависимость компоненты T_{11} от степени вытянутости пластины m , полученная с использованием таблицы и формулы (3.3.13). Как следует из приводимых данных, возможности

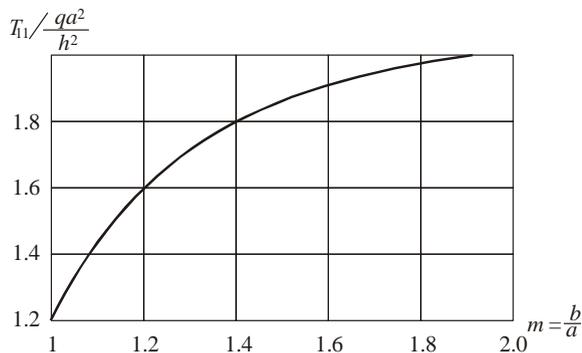


Рис. 3.7. Влияние вытянутости упругого элемента на напряжение T_{11} в точке A

увеличения механического напряжения T_{11} на краю упругого элемента и, таким образом, возрастания чувствительности сенсоров оказываются ограниченными. При отношении сторон $m = b/a > 2$ увеличения чувствительности практически не происходит.

3.4. СРАВНЕНИЕ ВАРИАЦИОННЫХ И ЧИСЛЕННЫХ МЕТОДОВ ПРИ АНАЛИЗЕ ПРЯМОУГОЛЬНЫХ УПРУГИХ ЭЛЕМЕНТОВ

Вариационные методы дают возможность получить простым путем распределение прогибов и напряжений в упругих элементах. Как показано в первой части этой главы, решения могут быть получены в аналитической форме, что удобно для практических целей. Точность расчета вариационными методами зависит от выбора пробных функций, с помощью которых строится решение для прогибов. Таких функций к настоящему времени в практике применяется несколько [9–13]:

$$w_1 = c \cos^2\left(\frac{\pi x}{2a}\right) \cos^2\left(\frac{\pi y}{2b}\right); \quad (3.4.1)$$

$$w_2 = c \left(x^2 - a^2 \right)^2 \left(y^2 - b^2 \right)^2 \text{ (приближение Грасгофа);} \quad (3.4.2)$$

$$w_3 = c_1 \left(x^2 - a^2 \right)^2 \left(y^2 - b^2 \right)^2 + c_2 \left(x^2 - a^2 \right)^3 \left(y^2 - b^2 \right)^3; \quad (3.4.3)$$

$$w_4 = x^2 - a^2 \quad y^2 - b^2 \quad c_1 + c_2 x^2 + c_3 y^2 + c_4 x^2 y^2 ; \quad (3.4.4)$$

$$w_5 = \sum_{i,j=1}^8 c_{ij} H_i u \quad H_j v . \quad (3.4.5)$$

В последнем выражении $H_i u$, $H_j v$ – полиномы Эрмита восьмого порядка:

$$H_i = \sum_{d=1}^8 k_{id} u^{d-1}, \quad d=1 \dots 8,$$

где k_{id} – известные коэффициенты [14].

Эффективность применения различных пробных функций может быть проверена сравнением с результатами, полученными численными методами. Среди последних особенно широкое распространение получил метод конечных элементов, реализованный в пакетах программ ANSYS или COSMOS. В данном разделе будет проведено сравнение результатов расчетов вариационным методом и методом конечных элементов [15].

Расчеты прогибов и механических напряжений проведены для кремниевого плоского упругого элемента с ориентацией сторон x и y вдоль направлений $110 - [\bar{1}10]$ и осью z вдоль 001 . Методика определения коэффициентов c_i для пробных функций (3.4.1) – (3.4.4) приведена в разд. 3.3. Для пробной функции (3.4.4) применялся метод Ритца, в котором неизвестные коэффициенты c_{ij} определяются прямо из условия минимизации функционала полной энергии (2.5.10). Объектом анализа являлся прямоугольный элемент с отношением сторон $1 \leq m = b/a \leq 5$, размером минимальной стороны $2a = 1$ мм и толщиной $h = 20$ мкм, на который действовало равномерно распределенное давление $q = 1.6 \cdot 10^5$ Па. При вычислениях по методу конечных элементов расчеты проводились для четверти упругого элемента, поделенного сеткой на 2700 элементов.

Для квадратного упругого элемента величины прогибов, определенные с применением пробных функций (3.4.2) – (3.4.5), хорошо согласуются с расчетами по методу конечных элементов (МКЭ). Разница в отклонениях не превышает 5 % для пробной функции (3.4.2) и 0.5 % для функций (3.4.3) – (3.4.5). Пробная

функция (3.4.1) приводит к величинам прогибов, отличающихся примерно в четыре раза от найденных методом МКЭ, и поэтому имеет малую практическую ценность.

При возрастании отношения сторон в интервале $1 \leq m \leq 2$ соответствие между вариационными методами и МКЭ остается хорошим. Наилучшее согласие наблюдается для пробных функций (3.4.4) и (3.4.5).

Дальнейшее возрастание степени вытянутости упругого элемента ($m \geq 3$) не приводит к увеличению прогибов в его центре, если проводить расчеты методом конечных элементов. Однако, если пользоваться вариационным методом и функциями (3.4.2), (3.4.3), то прогибы слабо возрастают или слабо уменьшаются, если применять (3.4.4). Выбор типа функции оказывает сильное влияние на распределение прогибов упругого элемента $w = w(xy)$.

Распределение прогибов вдоль оси y при $x = 0$ для прямоугольного упругого элемента с отношением сторон $m = 3$ представлено на рис. 3.8.

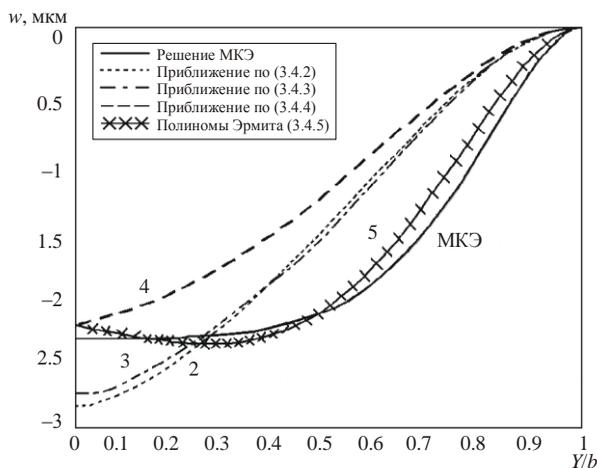


Рис. 3.8. Зависимости прогибов и прямоугольной пластины от приведенного расстояния Y/b , полученные вариационными и численными методами

Наилучшее согласие наблюдается для наиболее сложной пробной функции (3.4.5), представленной через интерполяционные полиномы Эрмита. Однако в этом случае оказывается, что наибольшие прогибы располагаются не в центре упругого элемента, а в точках с

координатой $v = y/b = \pm 0.3$. Поверхность прогибов имеет, таким образом, седловую точку. Расчеты с применением МКЭ такую особенность топологии прогнутой поверхности не подтверждают.

Распределения механических напряжений для квадратной пластины, найденные вариационными и численными методами, отличаются на 9 % для пробной функции типа (3.4.3) и на 30 % для приближения Грасгофа (3.4.2).

Механические напряжения, определенные для центра пластины с помощью пробных функций (3.4.3) – (3.4.5), при отношении сторон $m = 2$ отличаются не более чем на 10 % в сравнении с МКЭ. На рис. 3.9 приведена зависимость механического напряжения T_{11} на краю упругого элемента от степени его вытянутости.

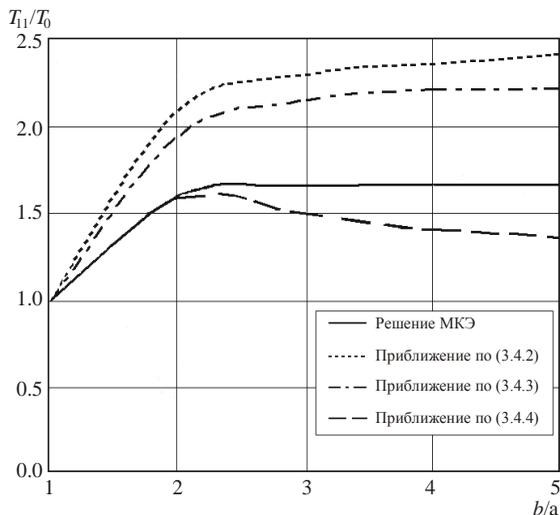


Рис. 3.9. Зависимость относительного механического напряжения $T_{11}/T(0)$ на краю упругого элемента ($a, 0$) от степени вытянутости пластины $m = b/a$; $T(0)$ – механическое напряжение T_{11} в центре пластины

Возрастание степени вытянутости упругого элемента до значения $m = 2$ приводит к разнице с расчетами по МКЭ в 3 % для пробной функции типа (3.4.4) и до 12 % для (3.4.3). Дальнейшее повышение степени вытянутости ведет к увеличению отличия результатов расчетов между вариационными методами и МКЭ до 37 % при использовании (3.4.3) и 23 % для функции (3.4.4).

Таким образом, применение вариационных методов с пробными функциями (3.4.3)–(3.4.5) оказывается эффективно для прямоугольных пластин с отношениями сторон $1 \leq m \leq 2$. Ошибки по прогибам и напряжениям в этом случае не превышают 10-12 %. Простейшие типы пробных функций имеют наименьшую точность, и их можно применять лишь в оценочных расчетах. Применение интерполяционных полиномов Эрмита дает наилучшее согласие с МКЭ и при степени вытянутости $m > 2$.

3.5. ТРЕУГОЛЬНЫЙ УПРУГИЙ ЭЛЕМЕНТ

Как уже отмечалось ранее, один из путей улучшения характеристик чувствительных элементов мембранных датчиков давления связан с изменением конструкции их чувствительного элемента. В настоящее время работы в этом направлении в основном ориентированы на оптимизацию формы мембраны по толщине. Разрабатываются мембраны с жестким центром, с концентраторами напряжений в виде углублений, выступов и ребер жесткости. При этом используются мембранные чувствительные элементы в основном только круглой и прямоугольной формы. Однако современные технологии позволяют значительно расширить этот перечень.

На наш взгляд, дополнительные возможности могут появиться при оптимальном выборе формы чувствительного элемента за счет изменения его конфигурации по длине и ширине [16–21].

Оценим основные механические характеристики мембранных чувствительных элементов нетрадиционной формы. Рассмотрим микромеханическую систему, содержащую плоскую треугольную мембрану (рис. 3.10) толщиной h , жестко защемленную по периметру.

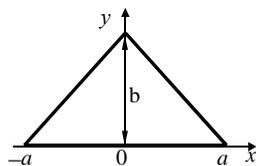


Рис. 3.10. Треугольный упругий элемент

Предположим сначала, что мембрана относится к классу жестких пластин и ее прогибы W достаточно малы (т.е. $W \ll h$ и $h \ll a, b$). В этом случае уравнение равновесия для изотропной пластинки можно представить в виде

$$X = \left(\frac{\partial^4 W}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 W}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 W}{\partial y^4} \right) - \frac{q}{D} = 0, \quad (3.5.1)$$

где q – интенсивность внешней нагрузки, а D – изгибная жесткость.

Анализ проведем методом Бубнова – Галеркина. Отнесем пластинку к прямоугольной системе координат так, чтобы ее срединная плоскость совпадала с координатной плоскостью $xу$. В этом случае уравнение, определяющее прогиб пластинки $W(x, y)$, после замены переменных примет вид

$$\iint_{\Gamma} X \delta W(X_1, X_2) dX_1 dX_2 = 0, \quad (3.5.2)$$

здесь $X_1 = x/a$, $X_2 = y/b$; Γ – граница контура,

Прогибы пластинки $W(X_1, X_2)$ под действием равномерно распределенной нагрузки будем искать в виде суперпозиций функций:

$$W(X_1, X_2) = \sum_{i=1}^s A_i \varphi_i(X_1, X_2), \quad (3.5.3)$$

где A_i – неизвестные коэффициенты, а $\varphi_i(X_1, X_2)$ – функции, определяемые граничными условиями $W|_{\Gamma} = 0$ и $\left. \frac{\partial W}{\partial n} \right|_{\Gamma} = 0$ и симметрией задачи. Здесь n – нормаль к контуру пластинки.

Для мембраны в виде равнобедренного треугольника в качестве пробной функции можно выбрать функцию вида [16]

$$W(X_1, X_2) = b^6 \left[X_2 - 1 - X_1^2 \right]^2 \left(A_0 X_2^2 + A_1 b X_2^3 \right). \quad (3.5.4)$$

Подставляя (3.5.4) в (3.5.3) и (3.5.2) и учитывая, что A_i являются независимыми варьируемыми параметрами, приходим к системе уравнений для нахождения коэффициентов A_0 и A_1 .

При этом в первом приближении, когда учитывается только параметр A_0 , а A_1 полагаем равным нулю, получим

$$W(X_1, X_2) = C_0 S^2 X_2^2 \left[X_2 - 1 - X_1^2 \right]^2 \frac{q}{D}, \quad (3.5.5)$$

где $C_0 = 0.3125 / (9\eta^2 + 2 + \eta^{-2})$, $\eta = a/b$, а S – площадь мембраны.

Во втором приближении, когда учитываются и A_0 и A_1 , имеем

$$W(X_1, X_2) = C_{\text{тр}} S^2 \left[X_2 - 1 - X_1^2 \right]^2 \left[X_2^2 + C_1 X_2^3 \right] \frac{q}{D}, \quad (3.5.6)$$

здесь

$$C_{\text{тр}} = \frac{0.2455}{13.93\eta^2 + 1 + .2143\eta^{-2}}; \quad (3.5.7)$$

$$C_1 = \frac{24 \cdot 12\eta^2 - 1 - \eta^{-2}}{51\eta^2 + 26 + 15\eta^{-2}}. \quad (3.5.8)$$

На рис. 3.11 и 3.12 приведены зависимости коэффициентов C_0 , $C_{\text{тр}}$ и C_1 от отношения полуширины основания мембраны a к ее высоте b . Согласно (3.5.5) и (3.5.6) и в первом и во втором приближениях прогиб оказывается пропорциональным давлению и площади мембраны и обратно пропорциональным ее жесткости D .

В обоих случаях также появляется зависимость прогиба от отношения полуширины основания мембраны к ее высоте. Однако эта зависимость не одинаковая. В результате в первом приближении максимальный прогиб мембраны всегда будет наблюдаться в точке с координатами $X_1 = 0$ и $X_2 = 1/3$ независимо от отношения η , а во втором приближении – в точке с $X_1 = 0$ и

$$X_2 = X_{2\text{max}} = \frac{3C_1 - 6 + \sqrt{9C_1^2 + 20C_1 + 36}}{14C_1}. \quad (3.5.9)$$

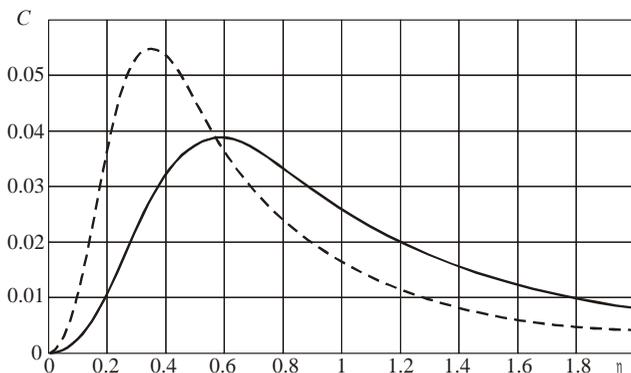


Рис. 3.11. Зависимости коэффициентов C_0 и $C_{\text{тр}}$ от отношения η :

C_0 – сплошная кривая, $C_{\text{тр}}$ – штриховая

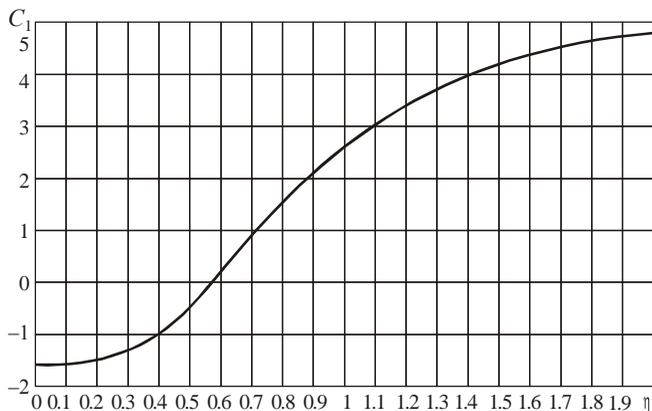


Рис. 3.12. Зависимость коэффициента C_1 от η

Таким образом, во втором приближении точка максимального прогиба сдвигается по направлению к центру мембраны по мере увеличения отношения η , как показано на рис. 3.13. Смещение точки максимального прогиба при увеличении η подтверждается и численными расчетами методом конечных элементов. При этом максимальный прогиб мембраны в точке с координатами $X_1 = 0$ и $X_2 = 1/3$ будет наблюдаться только у равносторонних треугольных

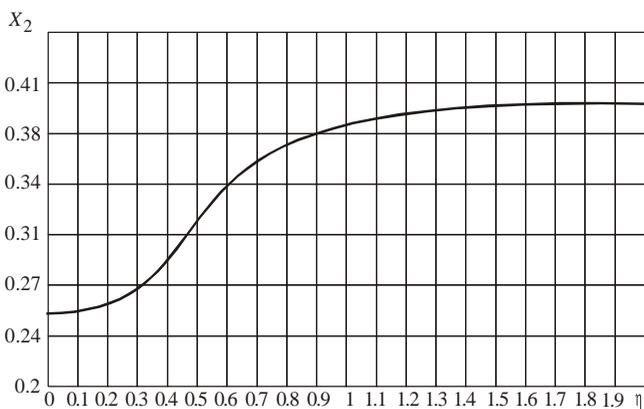


Рис. 3.13. Изменение координаты X_2 , соответствующей точке максимального прогиба, в зависимости от величины η

мембран с $\eta = 1/\sqrt{3} \cong 0.5773$. Именно для такого значения η $C_1 = 0$, а $C_0 = C_{\text{тр}}$. В результате оценки, сделанные с использованием первого и второго приближений при $\eta \cong 0.5773$, совпадают. Таким образом, более простое выражение (3.5.5) можно использовать для оценки прогибов мембран в виде равностороннего треугольника.

Кроме того, из (3.5.5) и (3.5.6) следует, что для анализа влияния топологии на характеристики треугольных мембран удобнее пользоваться нормированными параметрами. Введем нормированные прогибы F_i . В первом приближении в соответствии с (3.5.5) пусть

$$F_1(X_1, X_2, \eta) = W(X_1, X_2) D / (qS^2) = C_0 X_2^2 [(X_2 - 1)^2 - X_1^2]^2, \quad (3.5.10)$$

а во втором приближении аналогично пусть

$$F_2(X_1, X_2, \eta) = C_{\text{тр}} \left[X_2 - 1 - X_1^2 \right]^2 \left[X_2^2 + C_1 X_2^3 \right]. \quad (3.5.11)$$

Зависимости максимальных нормированных прогибов $F_1(0, 0.33, \eta)$ и $F_2(0, X_{2\text{max}}, \eta)$ от величины η приведены на рис. 3.14. Следует обратить внимание на то, что в окрестности точки с $\eta \cong 0.5773$ данные зависимости имеют пологий характер и достаточно близки друг к другу. Следовательно, небольшое варьирование топологии мембраны в этой области слабо скажется на величине максимального прогиба.

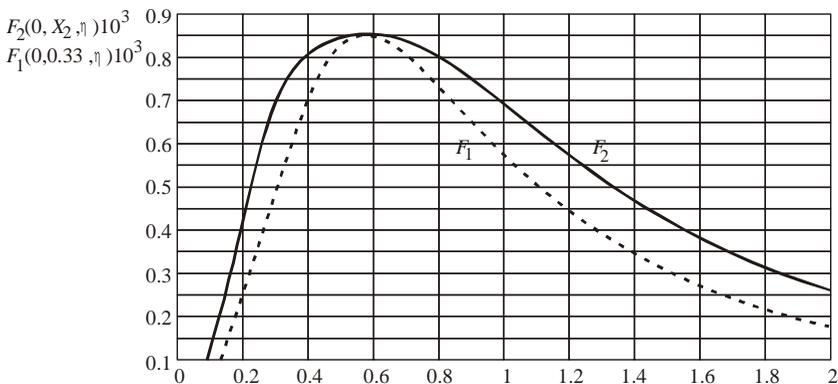


Рис. 3.14. Зависимость максимального нормированного прогиба от величины отношения η

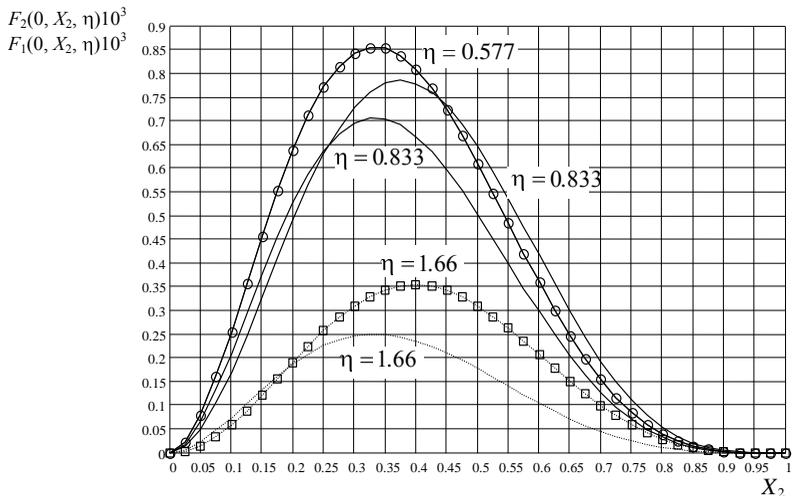


Рис. 3.15. Зависимость нормированного прогиба треугольной мембраны от координаты X_2 :

кривые с максимумом при $X_2 = 0.33 - F_1$

Зависимости нормированных прогибов для треугольной мембраны от координаты X_2 при нескольких значениях η приведены на рис. 3.15.

При проектировании упругих элементов микромеханических систем необходимо знать распределение механических напряжений. Согласно закону Гука связь между напряжениями и деформациями в плоскости xu определяется уравнениями

$$T_x = \frac{E_x}{1-\nu^2} \varepsilon_x + \nu \varepsilon_y, \quad T_y = \frac{E_y}{1-\nu^2} \varepsilon_y + \nu \varepsilon_x, \quad T_{xy} = G\gamma_{xy}, \quad (3.5.12)$$

где E_x , E_y – модули упругости материала мембраны в направлениях x и y ; ν – коэффициент Пуассона; G – модуль сдвига. В свою очередь деформации ε_x , ε_y и γ_{xy} в слое, отстоящем от срединной плоскости на расстояние z , в области малых прогибов могут быть определены выражениями

$$\varepsilon_x = -z \frac{\partial^2 W}{\partial x^2}, \quad \varepsilon_y = -z \frac{\partial^2 W}{\partial y^2}, \quad \gamma_{xy} = -2z \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y}. \quad (3.5.13)$$

Используя (3.5.5) и (3.5.13), в первом приближении получим, что

$$\varepsilon_x = \frac{4z}{\eta} C_0 S X_2^2 \left[X_2 - 1^2 - 3X_1^2 \right] \frac{q}{D}, \quad (3.5.14)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_y = & -2z\eta C_0 S \left\{ 8 \left[X_2 - 1^2 - X_1^2 \right] X_2 - 1 X_2 + \right. \\ & \left. + 2 \left[3 X_2 - 1^2 - X_1^2 \right] X_2^2 + \left[X_2 - 1^2 - X_1^2 \right]^2 \right\} \frac{q}{D}. \end{aligned} \quad (3.5.15)$$

Аналогично из (3.5.6) и (3.5.13) во втором приближении имеем

$$\varepsilon_x = \frac{4z}{\eta} C_{\text{тр}} S X_2^2 \left[X_2 - 1^2 - 3X_1^2 \right] 1 + C_1 X_2 \frac{q}{D}, \quad (3.5.16)$$

а

$$\begin{aligned} \varepsilon_y = & -2z\eta C_{\text{тр}} S \left\{ 4 \left[X_2 - 1^2 - X_1^2 \right] \cdot X_2 - 1 \ 2X_2 + 3C_1 X_2^2 + \right. \\ & \left. + 2 \left[3 X_2 - 1^2 - X_1^2 \right] X_2^2 + C_1 X_2^3 + \right. \\ & \left. + \left[X_2 - 1^2 - X_1^2 \right]^2 1 + C_1 X_2 \right\} \frac{q}{D}. \end{aligned} \quad (3.5.17)$$

Анализ (3.5.14) и (3.5.16) показывает, что максимальная деформация ε_x создается на прямой, соединяющей середину основания мембраны с ее вершиной (см. рис. 3.10), в точке с координатами

$$X_1 = 0, \quad X_2 = 0.1 \ 3C_1 - 4 + \sqrt{9C_1^2 + 16C_1 + 16} / C_1.$$

На рис. 3.16 приведена зависимость координаты X_2 , соответствующей точке максимальной деформации ε_x , от отношения полуширины основания мембраны к ее высоте. В случае упругого элемента в форме равностороннего треугольника максимум ε_x достигается в точке с $X_1 = 0$ и $X_2 = 0.5$.

Зависимости $F_{\text{ex}} = 4C_{\text{тр}} X_2^2 X_2 - 1^2 1 + C_1 X_2 / \eta \sim \varepsilon_x$ от координаты X_2 при $X_1 = 0$ для нескольких значений η приведены на

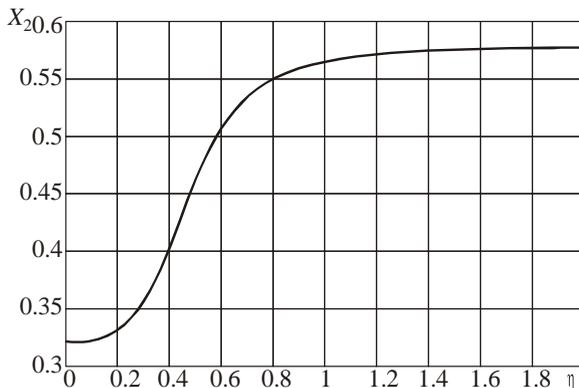


Рис. 3.16. Зависимость от η координаты X_2 , соответствующей точке максимальной деформации ϵ_x

рис. 3.17. Видно, что при малых η появляются участки, где деформация ϵ_x меняет знак. Анализ показывает, что изменение знака ϵ_x наблюдается лишь для значений $\eta < 0.4$. При этом второй экстремум будет наблюдаться в точке с координатами $X_1 = 0$, $X_2 = 0.1 \sqrt{3C_1 - 4 - \sqrt{9C_1^2 + 16C_1 + 16}} / C_1$.

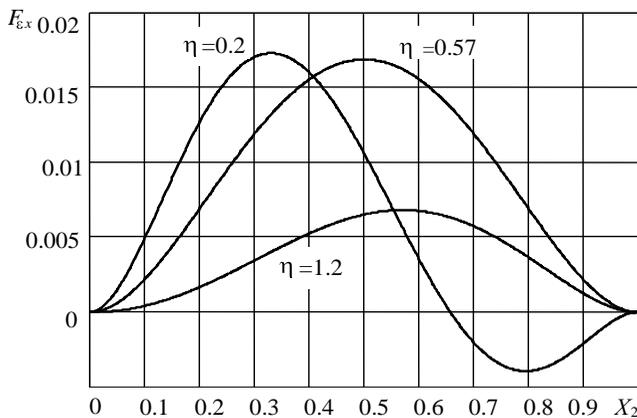


Рис. 3.17. Зависимость F_{ϵ_x} от координаты X_2 при $X_1 = 0$

Зависимости $F_{\varepsilon_y} = \varepsilon_y D / (zSq)$ от координаты X_2 при $X_1 = 0$, рассчитанные с использованием (2.5.17) для нескольких значений η , приведены на рис. 3.18. Видно, что: а) максимальное значение деформации ε_y наблюдается в точке с координатами $X_1 = 0$ и $X_2 = 0$; б) при изменении X_2 имеет место изменение знака деформации; в) что изменение η может приводить к изменению количества экстремумов на кривой.

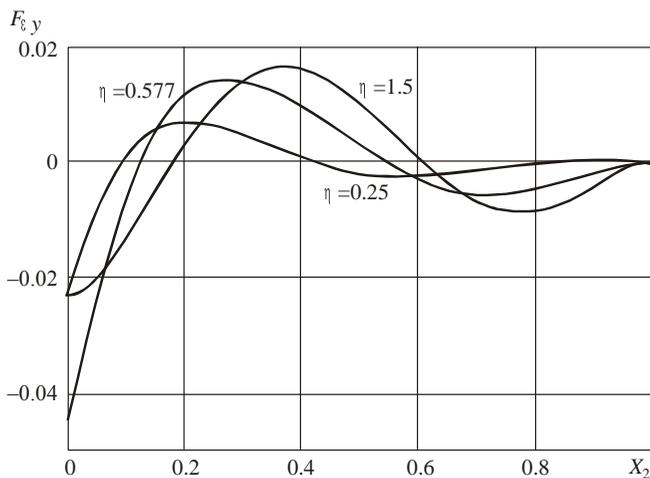


Рис. 3.18. Зависимость F_{ε_y} от координаты X_2 при $X_1 = 0$

Если мембрана выполнена из ортотропного материала, вместо (3.5.1) необходимо использовать уравнение

$$X = \left(D_{11} \frac{\partial^4 W_{x,y}}{\partial x^4} + 2 D_{12} + 2 D_{66} \frac{\partial^4 W_{x,y}}{\partial x^2 \partial y^2} + D_{22} \frac{\partial^4 W_{x,y}}{\partial y^4} \right) - q = 0, \quad (3.5.18)$$

где D_{ij} – изгибные жесткости, связанные с компонентами матрицы упругих податливостей S_{ij} соотношениями

$$D_{11} = \frac{h^3}{12} \frac{S_{22}}{S_{11}S_{22} - S_{12}^2}, \quad D_{22} = \frac{h^3}{12} \frac{S_{11}}{S_{11}S_{22} - S_{12}^2}, \quad (3.5.19)$$

$$D_{12} = -\frac{h^3}{12} \frac{S_{12}}{S_{11}S_{22} - S_{12}^2}, \quad D_{66} = \frac{h^3}{12 \cdot S_{66}}.$$

Отметим, что компоненты S_{ij} матрицы упругих податливостей должны быть рассчитаны в системе координат, связанной с упругим элементом.

Подставляя (3.5.18) в (3.5.2) с учетом (3.5.4), для треугольной мембраны в первом приближении получим уравнение

$$W_{X_1, X_2} = \tilde{C}_0 S^2 \left[X_2 - 1^2 - X_1^2 \right]^2 X_2^2 \frac{q}{D_{11}}, \quad (3.5.20)$$

где
$$\tilde{C}_0 = \frac{5}{16} \left[\eta^{-2} + 2 \frac{D_{12} + 2D_{66}}{D_{11}} + 9 \frac{D_{22}}{D_{11}} \eta^2 \right]^{-1},$$

а во втором приближении

$$W_{X_1, X_2} = \tilde{C}_{\text{тр}} S^2 \left[X_2 - 1^2 - X_1^2 \right]^2 \left[X_2^2 + \tilde{C}_1 X_2^3 \right] \frac{q}{D_{11}}, \quad (3.5.21)$$

где

$$\tilde{C}_{\text{тр}} = \frac{0.2455}{0.2143\eta^{-2} + D_{12} + 2D_{66} / D_{11} + 13.93\eta^2 D_{22} / D_{11}},$$

$$\tilde{C}_1 = 24 \frac{12D_{22}\eta^2 - D_{12} + 2D_{66} - D_{11}\eta^{-2}}{15D_{11}\eta^{-2} + 26 D_{12} + 2D_{66} + 51D_{22}\eta^2}.$$

Отметим, что в D_{ij} входит толщина мембраны h . Таким образом, прогиб определяется ее площадью S , толщиной h и соотношением размеров η .

3.6. УПРУГИЙ ЭЛЕМЕНТ В ВИДЕ РОМБА

Рассмотрим микромеханическую систему, содержащую плоский упругий элемент в виде ромба (рис. 3.19), жестко защемленный по контуру. Будем полагать, что материал упругого элемента (мембраны) однороден, а толщина h много меньше других его размеров. Предположим также, что упругий элемент можно отнести к классу жестких пластин, а прогибы достаточно малы ($W \ll h$ и $h \ll a, b$), т.е. можно использовать линейное приближение.

Как и в предыдущем разделе, для определения механических характеристик такой системы воспользуемся методом Галеркина. Для упругого элемента в виде ромба в качестве пробной функции можно выбрать функцию вида [16]

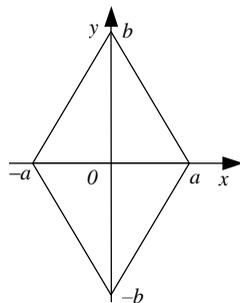


Рис. 3.19. Упругий элемент в виде ромба

$$W(X_1, X_2) = A_0 \left[X_2 - 1^2 - X_1^2 \right]^2 \left[X_2 + 1^2 - X_1^2 \right]^2, \quad (3.6.1)$$

удовлетворяющую условиям жесткого защемления (здесь $X_1 = x/a$, $X_2 = y/b$). Подставляя (3.6.1) в (3.5.2) с учетом (3.5.1), приходим к уравнению для определения коэффициента A_0 .

Если изотропная мембрана нагружена равномерно распределенным давлением q , то уравнение для A_0 можно представить в виде

$$A_0 = \frac{0.003681 S^2}{\eta^2 + 0.7692 + \eta^{-2}} \frac{q}{D}, \quad (3.6.2)$$

где $\eta = a/b$, а $S = 2ab$ – площадь мембраны.

Используя (3.6.2), введем нормированный прогиб F :

$$F(X_1, X_2, \eta) = W(X_1, X_2) \frac{D}{qS^2}. \quad (3.6.3)$$

Зависимость нормированного прогиба F от координаты X_2 при $X_1 = 0$ для нескольких значений η приведена на рис. 3.20. На рис. 3.21 построено распределение линий равного прогиба по площади упругого элемента.

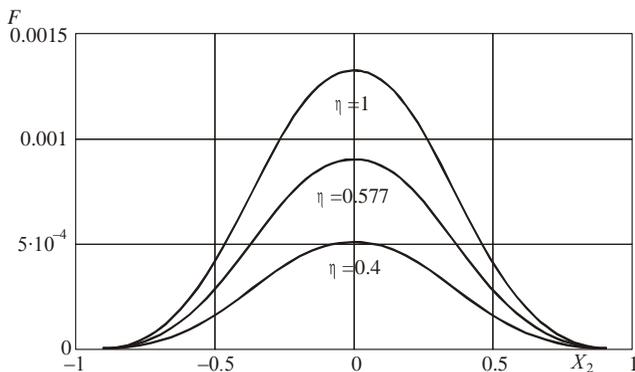


Рис. 3.20. Зависимость нормированного прогиба F от координаты X_2 при $X_1 = 0$

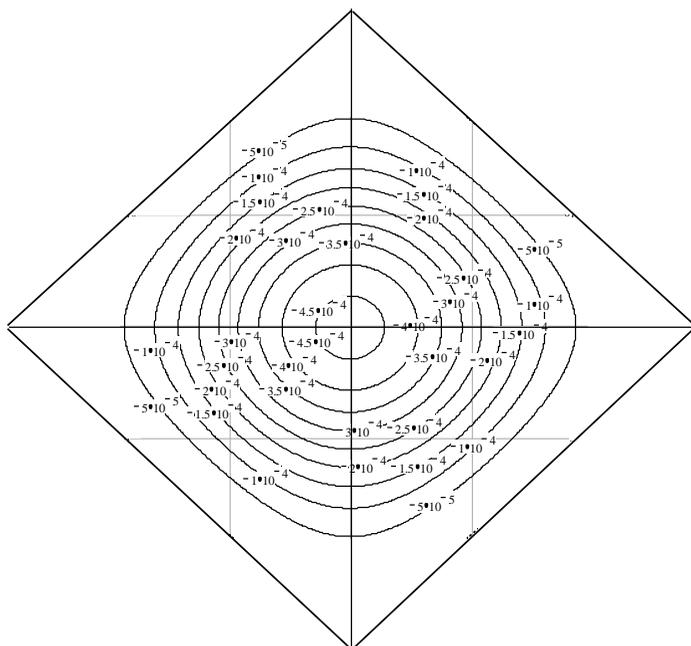


Рис. 3.21. Распределение линий равных прогибов для упругого элемента в виде ромба

Выражения (3.6.1) и (3.6.2) позволяют также рассчитать распределение деформаций и напряжений по площади упругого элемента. Для характеристики деформации ε_x в общем случае удобно ввести относительную переменную $F_{\varepsilon x} = \varepsilon_x D / (zSq)$, здесь z – координата, перпендикулярная к плоскости упругого элемента, отсчитываемая от средней линии. Зависимости $F_{\varepsilon x}$ от X_1 при $X_2 = 0$ и от X_2 при $X_1 = 0$, рассчитанные с использованием (3.5.13), (3.6.1) и (3.6.2) для нескольких значений η , приведены на рис. 3.22 и 3.23. В свою очередь зависимости $F_{\varepsilon y} = \varepsilon_y D / (zSq)$ от X_2 при

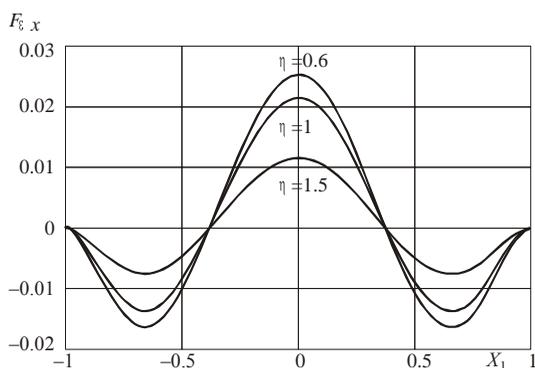


Рис. 3.22. Зависимости $F_{\varepsilon x}$ от X_1 при $X_2 = 0$

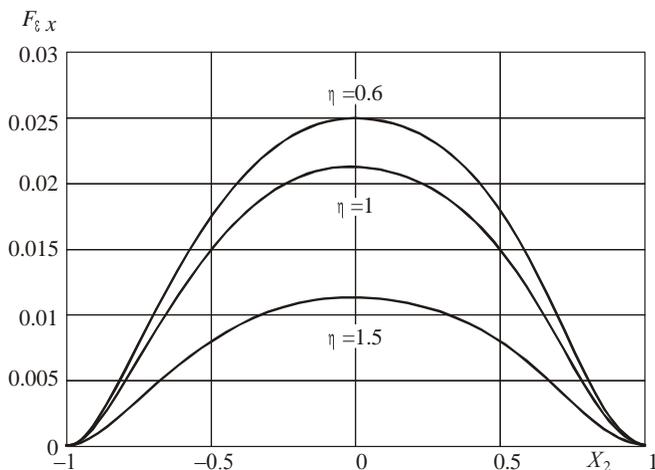


Рис. 3.23. Зависимости $F_{\varepsilon x}$ от X_2 при $X_1 = 0$

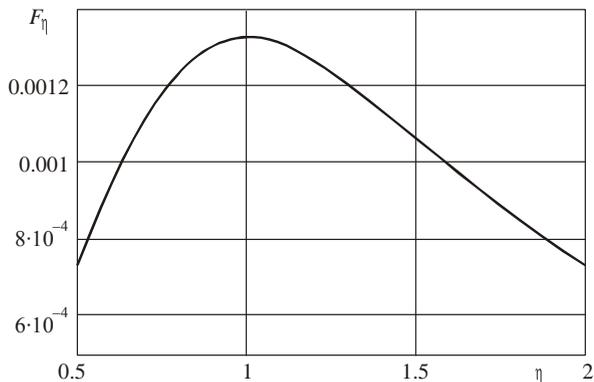


Рис. 3.24. Зависимость нормированного максимального прогиба от отношения a к b

$X_1 = 0$ и от X_1 при $X_2 = 0$ качественно (а при $\eta = 1$ и количественно) совпадают с зависимостями, представленными соответственно на рис. 3.22 и 3.23.

Влияние соотношения размеров диагоналей ромба η на нормированный максимальный прогиб $F_\eta = F(0, 0, \eta) = W(0, 0)D / (qS^2)$ показано на рис. 3.24. Видно, что любое изменение отношения размеров диагоналей ромба от единицы (без изменения площади) будет приводить к уменьшению максимального прогиба [18].

Если анизотропная мембрана может быть представлена как ортотропная пластинка, выражение для прогиба также будет иметь вид (3.6.1). Однако в выражении для A_0 необходимо учесть анизотропию упругих свойств материала мембраны. При этом вместо (3.6.2) получим, что

$$A_0 = \frac{0.003681 S^2}{D_{22}\eta^2 + D_{12} + 2D_{66} \quad 0.7692 + D_{11}\eta^{-2}} q. \quad (3.6.4)$$

3.7. ТРАПЕЦЕИДАЛЬНЫЙ УПРУГИЙ ЭЛЕМЕНТ

Используя метод Галеркина, найдем выражения, определяющие прогиб упругого элемента трапецеидальной формы, жестко защемленного по контуру. При анализе ограничимся линейным приближением, т. е. будем считать, что величина прогиба много

меньше всех размеров мембраны. Для получения решения в наглядной аналитической форме при выборе базисных функций (3.5.3) учтем лишь одно слагаемое. Примем, что [16]

$$W_{x,y} = A_0 y^4 y - b^4 \left[\left(\frac{y}{b} \frac{a-c}{a} - 1 \right)^2 - \left(\frac{x}{a} \right)^2 \right]^2. \quad (3.7.1)$$

Данная функция удовлетворяет граничным условиям жесткого защемления и симметрии задачи, коэффициент A_0 является неизвестным и подлежит определению, параметры a , b и c определяют геометрические размеры и конфигурацию упругого элемента (рис. 3.25).

Введем нормированные координаты $X_1 = x/a$ и $X_2 = y/b$, после чего функция (3.7.1) примет вид

$$W_{x,y} = A_0 b^8 X_2^4 X_2 - 1^4 \left[X_2^2 - n^2 - X_1^2 \right]^2, \quad (3.7.2)$$

здесь $n = c/a$.

Подставляя (3.7.2) в (3.5.2), с учетом (3.5.1) получим

$$A_0 = \frac{b^{-8} S^2}{1+n^2} \frac{0.412 \cdot f_1}{f_2 \eta^{-2} + f_3 + f_4 \eta^2} \frac{q}{D}, \quad (3.7.3)$$

где $S = (1+n)ab$ – площадь мембраны;

$$\begin{aligned} f_1 &= 18n^4 + 32n^3 + 43n^2 + 32n + 18, \\ f_2 &= 0.286n^4 + 0.704n^3 + 0.946n^2 + 0.704n + 0.286, \\ f_3 &= 4.22n^5 - 1.34n^4 + 4.18n^3 + 1.19n^2 + 1.69n + 0.885, \\ f_4 &= 134n^5 - 176n^4 + 158n^3 - 44.6n^2 + 20.2n + 4.48. \end{aligned} \quad (3.7.4)$$

На рис. 3.26 приведены распределения линий равного прогиба для упругого элемента в виде трапеции. Видно, что точка максимального прогиба находится на прямой, проведенной из точки

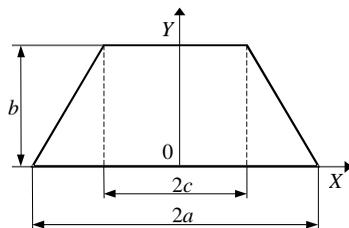
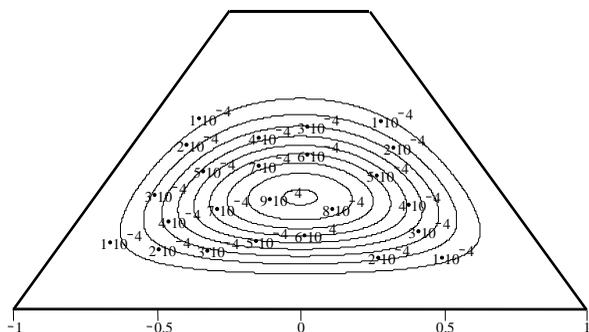
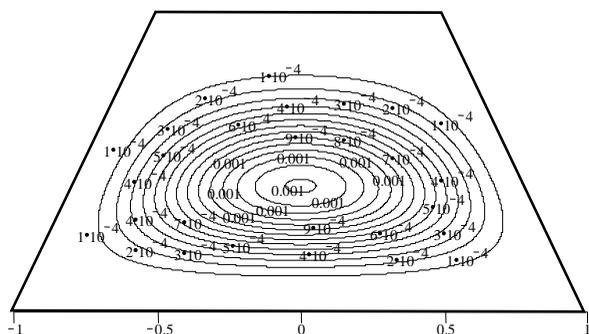


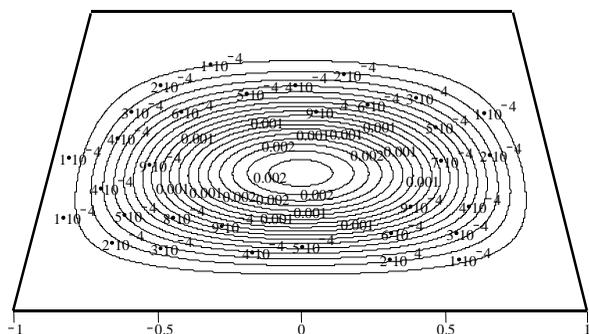
Рис. 3.25. Трапецидальный упругий элемент



a



b



c

Рис. 3.26. Распределение линий равного прогиба для упругого элемента в виде трапеции при $\eta = 1$:

a - $n = 0.25$, б - $n = 0.5$, в - $n = 0.75$

$X_1 = 0$ перпендикулярно к основанию, и смещается к меньшему основанию трапеции по мере увеличения n .

При учете анизотропии упругих свойств материала мембраны выражение (3.7.3) принимает вид

$$A_0 = \frac{b^{-8} S^2}{1+n} \frac{0.412 \cdot f_1}{D_{11} f_2 \eta^{-2} + f_3 D_{12} + 2D_{66} + f_4 \eta^2 D_{22}} q. \quad (3.7.5)$$

Анализируя характер зависимости максимального прогиба W_{\max} от отношения $n = c/a$, можно заметить, что при увеличении n значение W_{\max} увеличивается. Таким образом, при одинаковых площади и толщине упругого элемента прямоугольная форма ($n = 1$) является более «мягкой» и дает больший прогиб, чем треугольная ($n = 0$).

3.8. ШЕСТИУГОЛЬНЫЙ УПРУГИЙ ЭЛЕМЕНТ

Рассмотрим упругий элемент, имеющий форму шестиугольника (рис. 3.27). Как и в предыдущем случае, для получения решения в аналитической форме при выборе функции прогиба ограничимся одним слагаемым ряда (3.5.3). Принимая в качестве такой пробной функции функцию вида [16]

$$W(X_1, X_2) = A_0 \left[X_2^2 - 1 \right]^2 \left[X_2^2 - 1 - n \right]^2 - X_1^2 \times \\ \times \left[X_2^2 - 1 - n + 1 \right]^2 - X_1^2 \right]^2, \quad (3.8.1)$$

где $X_1 = x/a$ и $X_2 = y/b$, $n = c/a$, в рамках метода Галеркина с учетом анизотропии упругих свойств мембраны для коэффициента A_0 получим

$$A_0 = \frac{q}{1+n} \frac{0.0007 S^2 F_1^{\text{III}}}{D_{11} F_2^{\text{III}} \eta^{-2} + D_{12} + 2D_{66} F_3^{\text{III}} + D_{22} F_4^{\text{III}} \eta^2}, \quad (3.8.2)$$

здесь $S = 2ab(1+n)$ – площадь упругого элемента;

$$\begin{aligned}
 F_1^{\text{III}} &= 52.5n^5 - 191n^4 + 126n^3 + 4.31n^2 + 104n + 127, \\
 F_2^{\text{III}} &= -4.004n^5 + 13.23n^4 - 14.76n^3 + 3.659n^2 + 4.395n + 13.48, \\
 F_3^{\text{III}} &= 5.164n^5 - 25.43n^4 + 33.28n^3 - 7.577n^2 - 10.83n + 12.03, \\
 F_4^{\text{III}} &= -54.67n^5 + 116n^4 - 107.9n^3 + 92.75n^2 - 66.09n + 26.49.
 \end{aligned}
 \tag{3.8.3}$$

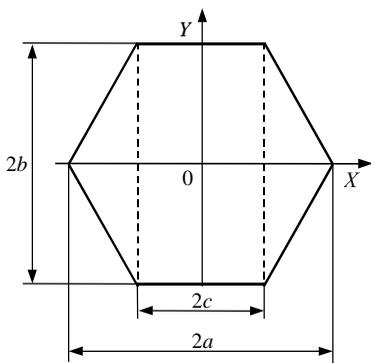


Рис. 3.27. Шестиугольный упругий элемент

Выражение (3.8.1), как и выражения (3.5.5), (3.5.6), (3.6.1) и (3.7.2), представляет собой аналитическую зависимость величины прогиба мембранного упругого элемента от целого ряда факторов: геометрических размеров и конфигурации упругого элемента, его толщины и площади, кристаллографической ориентации поверхности, а также величины приложенного давления и может быть использовано для оптимального выбора геометрических размеров упругого эле-

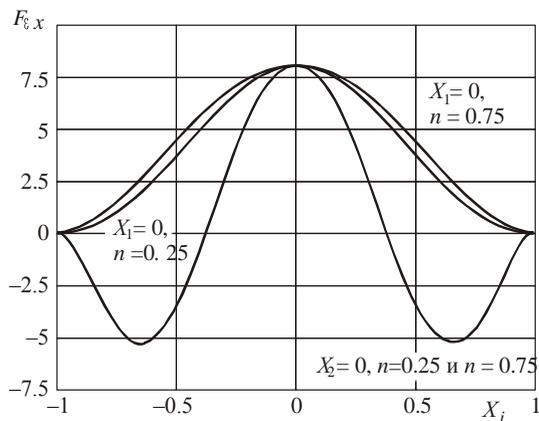
мента и определения полей упругих напряжений и деформаций. Для сопоставления влияния параметра n на характеристики мембраны в табл. 3.6 приведены значения функций f_i и F_i^{III} для трапециевидного и шестиугольного упругих элементов при нескольких значениях отношения n . Заметим, что предельными случаями шестиугольного упругого элемента являются ромб ($n=0$) и прямоугольник ($n=1$).

Зависимости $F_{\text{ex}} = \varepsilon_x / A_0 z$ от координаты X_1 при $X_2=0$ и от X_2 при $X_1=0$ для $n=0.25$ и $n=0.75$ приведены на рис. 3.28. Видно, что зависимости F_{ex} от координаты вдоль осей X_1 и X_2 существенно различаются и лишь в центре мембраны значения F_{ex} даже для разных n совпадают. На рис. 3.29 приведены аналогичные зависимости $F_{\text{ey}} = \varepsilon_y / (A_0 z)$ от координаты. Видно, что в данном случае наблюдается зависимость F_{ey} от n как при изменении X_1 , так и при изменении X_2 . Следует также обратить внимание на

Таблица 3.6

Значения функций f_i и $F_i^{(м)}$

Тип элемента	Функция	$c/a = 0.25$	$c/a = 0.5$	$c/a = 0.75$
Трапецидальный упругий элемент	f_1	29.87	49.88	87.21
	f_2	0.5465	0.98	1.771
	f_3	1.476	2.595	5.308
	f_4	8.845	16.31	38.59
Шестиугольный упругий элемент	$F_1^{м}$	154.6	185.6	212.7
	$F_2^{м}$	14.62	15.45	15.84
	$F_3^{м}$	9.27	7.45	6.86
	$F_4^{м}$	14.48	8.95	7.3

Рис. 3.28. Зависимости F_{ex} от координаты X_i

существенные изменения зависимости F_{ey} от координаты X_2 в окрестности точек $X_1 = 0$, $X_2 = \pm 1$ при изменении n (т. е. при изменении формы мембраны от ромба к прямоугольнику), чего не наблюдалось для F_{ex} . Кроме того, появилась зависимость F_{ey} от n в точке, соответствующей центру мембраны.

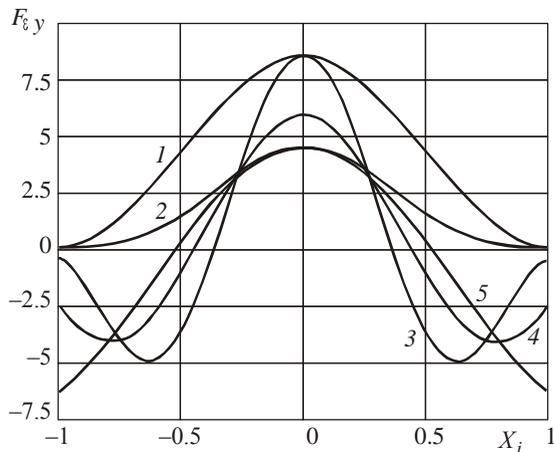


Рис. 3.29. Зависимости $F_{\epsilon y}$ от координат:

1, 2 – от X_1 при $X_2 = 0$; 3, 4 и 5 – от X_2 при $X_1 = 0$; 1 и 3 – для $n = 0.25$; 2 и 5 – для $n = 0.75$; 4 – для $n = 0.5$

Необходимо также отметить, что при n между 0.5 и 0.75 у краев мембраны можно получить достаточно протяженные горизонтальные участки на зависимости $F_{\epsilon y}$ от X_2 , что позволяет разместить на этих участках достаточно протяженные тензорезисторы без потери чувствительности [18,19].

3.9. ВОСЬМИУГОЛЬНЫЙ УПРУГИЙ ЭЛЕМЕНТ

Рассмотрим упругий элемент, имеющий форму правильного восьмиугольника (рис. 3.30). Для такого упругого элемента в первом приближении функцию прогиба, удовлетворяющую условиям жесткого закрепления по периметру, можно выбрать в виде

$$W(X_1, X_2) = A_0 F(X_1, X_2), \quad (3.9.1)$$

где $X_1 = x/a$, $X_2 = y/a$,

$$F(X_1, X_2) = [(X_2 + \lambda)^2 - X_1^2]^2 \times \\ \times [(X_2 - \lambda)^2 - X_1^2]^2 (X_1^2 - 1)^2 (X_2^2 - 1)^2, \quad (3.9.2)$$

$$\lambda = 1 + n, \quad n = c/a.$$

Выражение (3.9.1) в рамках методов Бубнова – Галеркина или Ритца позволяет определить A_0 в аналитической форме. Однако общее выражение достаточно громоздко. В частом случае, например для $n = 0.5$, выражение (3.9.1) принимает вид

$$W_{X_1, X_2} = A_0 [(X_2 + 1.5)^2 - X_1^2]^2 \times \\ \times [(X_2 - 1.5)^2 - X_1^2]^2 (X_1^2 - 1)^2 (X_2^2 - 1)^2,$$

где

$$A_{0\ n=0.5} = \frac{1.21 \cdot 10^{-4} S^2}{D_{11} + 0.6754 D_{12} + 2D_{66} + D_{22}} q,$$

здесь $S = 2a^2 (1 + 2n - n^2)$ – площадь мембраны.

На рис. 3.31 приведены зависимости нормированного прогиба

$$F_W = W_{X_1, X_2} \frac{D}{qS^2}$$

восьмиугольного упругого элемента от координаты X_1 при $X_2 = 0$, рассчитанные с использованием (3.9.1) для изотропного случая и $n = 0.25, 0.5$ и 0.75 . Видно, что зависимость прогиба вдоль оси x от n слабая.

На рис. 3.32 приведены зависимости относительной деформации

$$F_{\varepsilon_x} = -\frac{1}{z} \frac{\partial^2}{\partial x^2} F_W \sim \varepsilon_x$$

от координаты X_1 при $X_2 = 0$ для $n = 0.25, 0.5$ и 0.75 и от X_2 при $X_1 = 0$ для $n = 0.5$. Зависимости $F_{\varepsilon_y} \sim \varepsilon_y$ от X_1 и X_2 имеют аналогичный характер с учетом перестановки координат. Они напоминают соответствующие зависимости для шестиугольного упругого элемента.

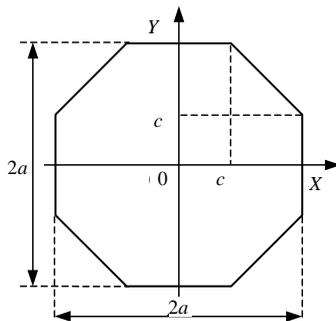


Рис. 3.30. Восьмиугольный упругий элемент

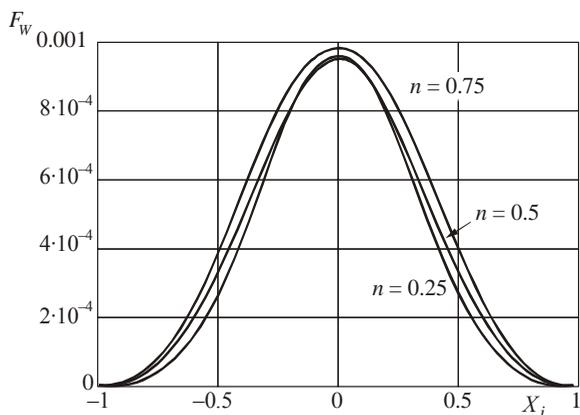


Рис. 3.31. Зависимость нормированного прогиба F_w для восьмиугольного упругого элемента от координаты X_1

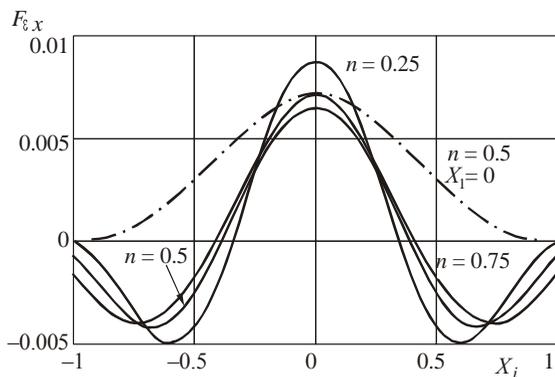


Рис. 3.32. Зависимости F_{ϵ_x} от координаты X_i

Однако в данном случае изменения F_{ϵ_x} на краю мембраны меньше.

На рис. 3.33, *a* приведено распределение линий равного прогиба W X_1, X_2 по площади восьмиугольной мембраны при воздействии однородного давления, рассчитанное с использованием (3.9.1). Видно, что форма прогиба (особенно в окрестности центра) близка к форме прогиба круглой мембраны. Распределение линий равных

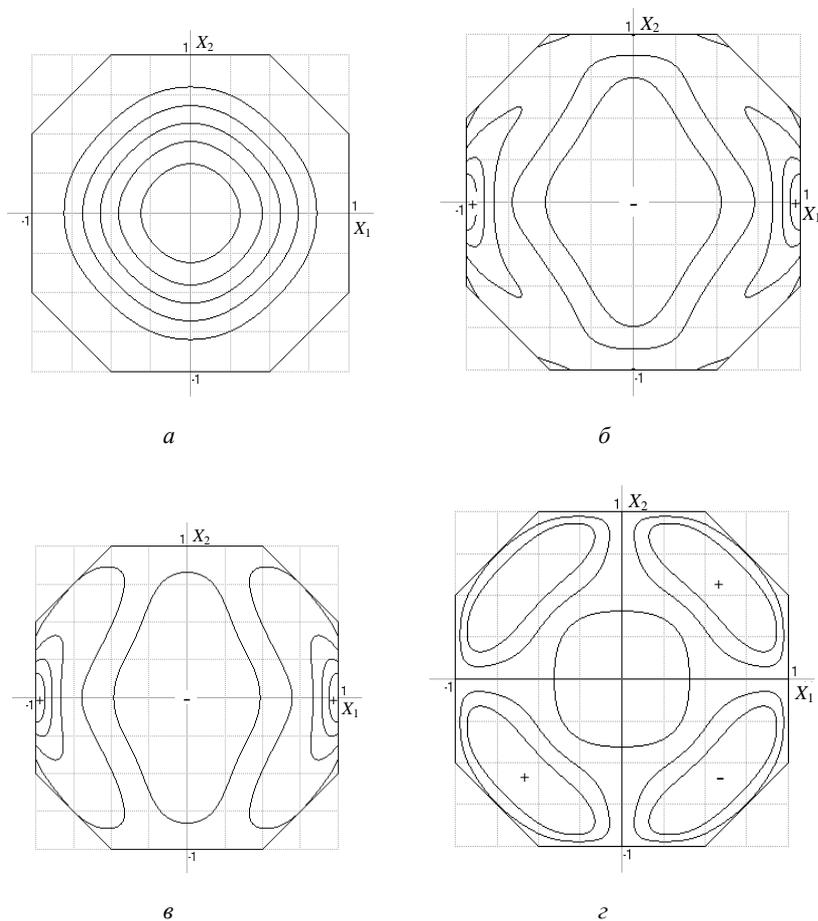


Рис. 3.33. Распределение линий равного прогиба W (а), компонент тензоров напряжений T_{11} (б) и деформаций ϵ_{11} (в) и ϵ_{12} (г) по площади восьмиугольной мембраны при воздействии равномерно распределенного давления

напряжений T_{11} и деформаций ϵ_{11} и ϵ_{12} по площади восьмиугольной мембраны для данного случая показано на рис. 3.33, б, в и г.

Видно, что в отличие от прогиба распределение напряжений и деформаций в данном случае существенно отличается от соответствующих распределений для круглой мембраны.

Отметим, что при учете в (3.2.4) всего одного-двух слагаемых не всегда удается получить необходимую точность оценок. Однако

основные, характерные особенности поведения системы при этом обычно выявляются достаточно хорошо. Так, например, из проведенного анализа поведения упругого элемента в виде плоской жестко защемленной мембраны следует, что независимо от формы мембраны максимальный прогиб будет пропорционален отношению qS^2/D . При этом коэффициент пропорциональности будет определяться лишь топологией конкретной мембраны (ее формой и соотношением размеров сторон) и анизотропией ее упругих свойств (отношением изгибных жесткостей D_{ij}) [19, 20].

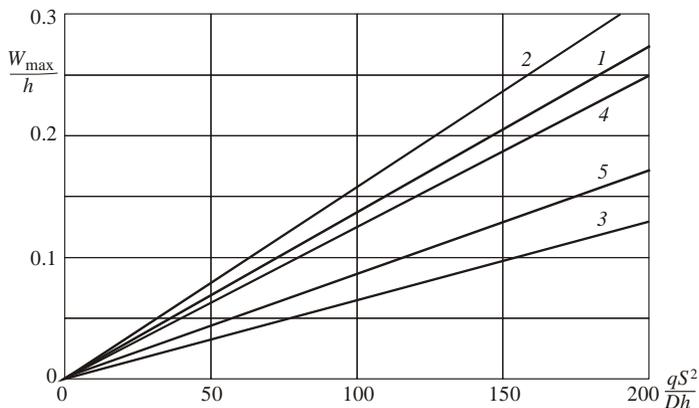
На рис. 3.34 приведены зависимости нормированного максимального прогиба от отношений qS^2/Dh и qa^2/Dh для мембран разной формы в приближении упругой изотропии материала мембраны. Данные зависимости являются универсальными и иллюстрируют соотношение между прогибами мембран различной формы, имеющих одинаковые площади или ширины. Эти зависимости позволяют также оценить диапазон давлений для конкретной мембраны, соответствующий линейному приближению ($W_{\max} \leq (0.1 - 0.2)h$).

В необходимых случаях результаты расчета можно уточнить, удерживая в (3.2.4) большее число слагаемых. При этом, так как эти слагаемые являются функциями координат, их вклады в функцию прогиба для разных участков упругого элемента оказываются различными и предварительно (исходя из конкретных условий) желательнее проанализировать роль дополнительных слагаемых и определить эффективность их использования.

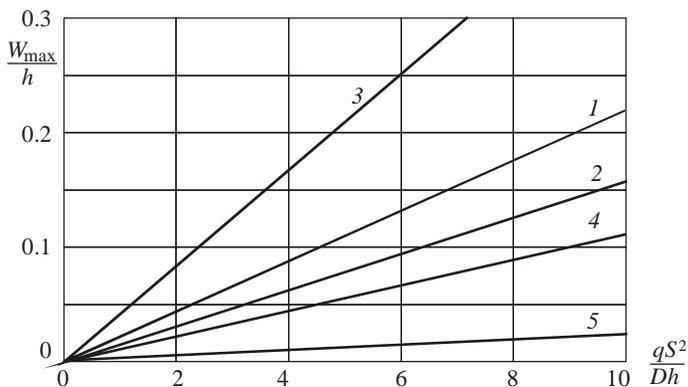
Например, при анализе поведения упругих элементов прямоугольной формы в условиях жесткого защемления по контуру наиболее часто пробные функции $\varphi(x_1, x_2)$ для (3.2.4) выбирают в виде

$$F_{j1} = 1 - X_1^{2m} - 1 - X_2^{2n} - X_1^m X_2^n, \quad (3.9.3)$$

где m и n — целые четные числа. Однако в этом случае на плоскости упругого элемента остаются участки, моделирование поведения которых данными функциями при воздействии однородного давления будет малоэффективно. На рис. 3.35 приведены зависимости функций вида (3.9.3) (сплошные линии) от координаты X_1 при $X_2^0 = 1$ и $X_2^2 = 0$ для нескольких значений m . Видно, что слагаемые с $m \geq 2$ наиболее эффективны при моделировании поведения участков с $X_1 > 0.5$, причем с увеличением m максимум



a



б

Рис. 3.34. Зависимости максимального прогиба от отношений qS^2/Dh для квадратной (1), круглой (2), прямоугольной ($b/a = 2$) (3), шестиугольной ($n = 0.5$) (4) и треугольной ($b = \sqrt{3}a$) (5) мембран, имеющих одинаковую площадь (а) и ширину (б)

данных функций смещается к внешнему контуру упругого элемента. Однако для моделирования поведения участков с $0.2 \leq X_1 \leq 0.4$, т.е. участков в окрестности центра упругого элемента, эти функции оказываются менее эффективными.

Если при функционировании упругого элемента на его поведение оказывают существенное влияние близкие к центру участки, то

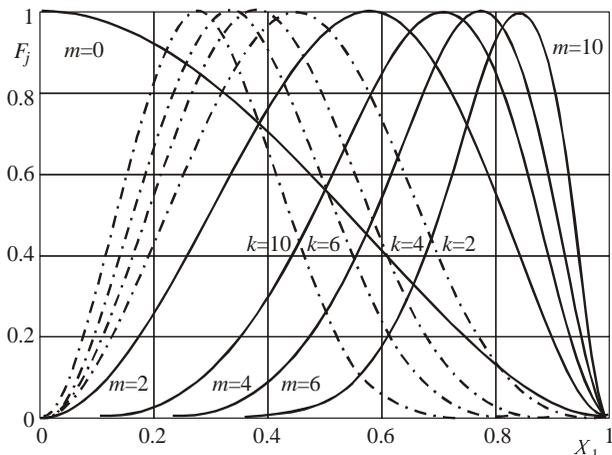


Рис. 3.35. Зависимости функций F_j от координаты X_1 :

сплошные линии – F_{j1} ; штрихпунктир – F_{j2} ; значения функций в максимуме нормированы к единице

в качестве дополнительных пробных функций φ_{x_1, x_2} лучше использовать функции вида

$$F_{j2} = 1 - X_1^{2+kl} - X_2^{2+kd} X_1^{2l} X_2^{2d}, \quad (3.9.4)$$

где k – целое четное число, а $l, d \in 0, 1, 1, 0, 1, 1$.

На рис. 3.35 показаны зависимости функций F_{j2} (штрихпунктирные линии) от координаты X_1 при $X_2^0 = 1$ и $X_2^2 = 0$ для нескольких значений k . Видно, что данные функции эффективны как раз в области $X_1 \leq 0,5$, т. е. в окрестности центра данного упругого элемента, причем этот вывод сохраняется и для направлений с $X_2 \neq 0$ (рис. 3.36).

Чтобы визуализировать области локализации функций F_{j1} и F_{j2} , на рис. 3.36 для них приведены изолинии, соответствующие значению 0.98. При этом полагаем, что в максимуме функции равны 1. Серые области соответствуют значениям меньше 0.98, а белые – значениям больше 0.98. На рис. 3.37 представлены семейства изолиний для функций

$$F_1 = (1 - X^2)^2 (1 - Y^2)^2 X^6 Y^6, \quad F_2 = (1 - X^2)^4 (1 - Y^2)^4 X^2 Y^2.$$

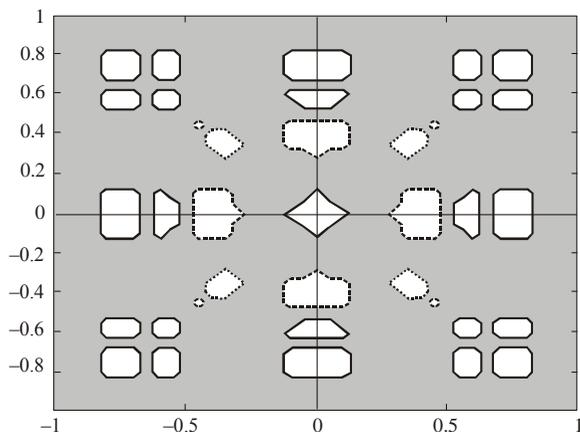


Рис. 3.36. Области локализации максимумов пробных функций F_{j1} и F_{j2} ; первый тип функций – F_{j1} обозначен сплошными линиями, второй тип функций F_{j2} – пунктирными линиями [17]

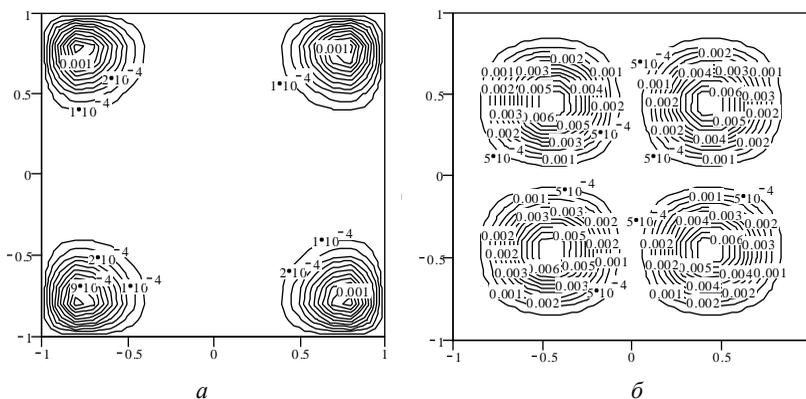


Рис. 3.37. Семейство изолиний для функций F_1 (а) и F_2 (б)

Из рис. 3.36 и 3.37 видно, что для уточнения результатов в окрестности центра мембраны вместо увеличения количества учитываемых функций первого типа эффективнее использовать функции второго типа. В то же время при необходимости уточнения результатов по периметру и в углах мембраны лучше использовать функции второго типа.

3.10. НЕЛИНЕЙНАЯ ТЕОРИЯ ИЗГИБА ТОНКИХ ПЛАСТИН

Линейное приближение теории изгиба тонких пластин, использованное в предыдущих разделах для определения прогибов и полей деформаций в упругих элементах микромеханических систем, является наиболее наглядным и распространенным. Однако, как уже отмечалось ранее, оно справедливо лишь в области малых прогибов (максимальный прогиб не должен превышать одной-двух десятых толщины пластины). Основной причиной, ограничивающей применимость линейной теории, является пренебрежение нормальными и касательными напряжениями, действующими в срединной плоскости. При больших прогибах усилия, возникающие в срединной плоскости, могут стать сравнимыми по величине с максимальными изгибными напряжениями и для их учета кроме нормального перемещения W точек, лежащих в срединной плоскости, необходимо учесть проекции U и V перемещения этих точек на оси, лежащие в этой плоскости. Для упрощения расчетов все же обычно полагают, что эти проекции малы по сравнению с нормальным перемещением W . Это предположение, конечно, ограничивает величину прогибов, до которых справедливо данное приближение. Однако, в отличие от линейного приближения, справедливого лишь при прогибах, малых по сравнению с толщиной пластины, оно справедливо при прогибах, фактически сопоставимых с толщиной пластины.

Система уравнений, описывающих деформированное состояние гибких пластин в предположении, что величины прогибов W достаточно велики и имеют один порядок с толщиной пластины, впервые была получена Карманом и носит его имя. В перемещениях для пластин, выполненных из ортотропного материала, данная система приводится к виду

$$\hat{L}W_{x,y} = q + \left(N_x \frac{\partial^2}{\partial x^2} W_{x,y} + 2T \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} W_{x,y} + N_y \frac{\partial^2}{\partial y^2} W_{x,y} \right); \quad (3.10.1)$$

$$\frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial T}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial N_y}{\partial y} + \frac{\partial T}{\partial x} = 0, \quad (3.10.2)$$

где оператор

$$\hat{L} = D_{11} \frac{\partial^4}{\partial x^4} + 2(D_{12} + 2D_{66}) \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} + D_{22} \frac{\partial^4}{\partial y^4}, \quad (3.10.3)$$

а погонные усилия

$$N_x = \frac{12}{h^2} D_{11} \left\{ \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial W}{\partial x} \right)^2 + \nu_{21} \left[\frac{\partial V}{\partial y} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial W}{\partial y} \right)^2 \right] \right\}; \quad (3.10.4)$$

$$N_y = \frac{12}{h^2} D_{22} \left\{ \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial W}{\partial y} \right)^2 + \nu_{12} \left[\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial W}{\partial x} \right)^2 \right] \right\}; \quad (3.10.5)$$

$$T = \frac{12}{h^2} D_{66} \left\{ \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial x} \frac{\partial W}{\partial y} \right\}; \quad (3.10.6)$$

$$D_{11} = \frac{h^3}{12} \frac{E_x}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}; \quad D_{22} = \frac{h^3}{12} \frac{E_y}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}; \quad D_{66} = \frac{h^3}{12} G;$$

$$D_{12} = \frac{h^3}{12} \cdot \frac{E_y \nu_{12}}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} = D_{21} = \frac{h^3}{12} \cdot \frac{E_x \nu_{21}}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}. \quad (3.10.7)$$

Здесь q – интенсивность поперечной нагрузки; h – толщина пластины; E_x , E_y – модули упругости материала упругого элемента в направлении осей x и y ; ν_{12} , ν_{21} – коэффициенты Пуассона, причем для ортотропного тела $E_x \nu_{21} = E_y \nu_{12}$; G – модуль сдвига в плоскости пластины.

Точное решение системы уравнений (3.10.1), (3.10.2) в аналитической форме получено лишь для некоторых простых задач. Обычно же применяют численные или приближенные методы расчета. В последнем случае для решения системы (3.10.1), (3.10.2) можно воспользоваться либо приближенными методами интегрирования дифференциальных уравнений (например, методом Бубнова – Галеркина), либо сначала проинтегрировать уравнения (3.10.2), а затем вариационным методом (например, методом Ритца) из условия стационарности полной энергии найти остальные параметры.

При решении задачи определения прогибов в нелинейном приближении методом Ритца в выражение для полной энергии изогнутой пластины необходимо добавить потенциальную энергию, соответствующую деформации срединной поверхности, так называемую потенциальную энергию мембранных или цепных

усилий. Если упругий элемент выполнен из ортотропного материала, причем оси ортотропии материала совпадают с направлениями осей x и y , то для однородных по толщине пластин в прямоугольной системе координат энергия мембранных усилий W_M определяется следующим интегралом по площади:

$$W_M = \frac{6}{h^2} \iint_S \left[D_{11} \varepsilon_x^0{}^2 + 2D_{12} \varepsilon_x^0 \varepsilon_y^0 + D_{66} \varepsilon_6^0{}^2 + D_{22} \varepsilon_y^0{}^2 \right] dx dy, \quad (3.10.8)$$

где

$$\varepsilon_x^0 = \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial W}{\partial x} \right)^2, \quad \varepsilon_y^0 = \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial W}{\partial y} \right)^2, \\ \varepsilon_6^0 = \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial x} \frac{\partial W}{\partial y}. \quad (3.10.9)$$

Одной из задач, для которых получено аналитическое решение, является задача о цилиндрическом изгибе пластины. Такая форма срединной поверхности получается, например, при изгибе длинной прямоугольной пластины поперечной нагрузкой, не зависящей от координаты, в направлении длинной стороны пластинки.

3.10.1. ЦИЛИНДРИЧЕСКИЙ ИЗГИБ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ПЛАСТИНКИ

Рассмотрим цилиндрический изгиб пластины, заделанной по двум длинным противоположным кромкам и нагруженной равномерным давлением. Пусть мы имеем прямоугольную пластинку со сторонами $2a$ (вдоль оси x) и b (вдоль оси y), причем $b \gg 2a$. В этом случае на некотором удалении от коротких кромок под действием поперечной нагрузки срединная поверхность пластинки принимает форму, близкую к цилиндрической, а прогибы W , напряжения и деформации будут зависеть только от одной координаты x . Тогда в изотропном приближении уравнения (3.10.1), (3.10.2) принимают вид

$$D \frac{\partial^4 W}{\partial x^4} = q + N_x \frac{\partial^2 W}{\partial x^2}; \quad (3.10.10)$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial W}{\partial x} \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} = 0. \quad (3.10.11)$$

Причем усилие N_x постоянно по величине.

Общее решение уравнения (3.10.10) может быть представлено в виде

$$W(x) = C_1 \exp \sqrt{\alpha} x + C_2 \exp -\sqrt{\alpha} x + C_3 + C_4 x - \tilde{q} \frac{x^2}{2\alpha}, \quad (3.10.12)$$

где $\alpha = N_x/D$ и $\tilde{q} = q/D$.

Из граничных условий при $x = \pm a$ ($W = 0$ и $\partial W/\partial x = 0$) получим

$$C_1 = C_2 = \tilde{q} \frac{a}{\alpha} \frac{1}{2\sqrt{\alpha} \operatorname{sh} \sqrt{\alpha} a}, \quad C_4 = 0,$$

$$C_3 = \tilde{q} \frac{a^2}{2\alpha} \left[1 - 2 \frac{\operatorname{ch} \sqrt{\alpha} a}{a\sqrt{\alpha} \operatorname{sh} \sqrt{\alpha} a} \right].$$

В результате имеем

$$W(x) = \tilde{q} \frac{a^2}{2\alpha} \left[1 - \frac{x^2}{a^2} - 2 \frac{\operatorname{ch} \sqrt{\alpha} a - \operatorname{ch} \sqrt{\alpha} x}{a\sqrt{\alpha} \operatorname{sh} \sqrt{\alpha} a} \right]. \quad (3.10.13)$$

Теперь из условия отсутствия перемещений U на краях пластины можно установить связь между нагрузкой q и величиной α . В результате получим [22], что

$$\frac{qa^4}{Dh} = \frac{\lambda^4 \operatorname{sh} \lambda}{\sqrt{12 \operatorname{sh}^2 \lambda - 9\lambda \operatorname{sh} \lambda \operatorname{ch} \lambda - 3\lambda^2 + 2\lambda^2 \operatorname{sh}^2 \lambda}}, \quad (3.10.14)$$

здесь $\lambda = \sqrt{\alpha} a$. Кроме того, из (3.10.13) имеем

$$W(x) = \frac{qa^4}{2D\lambda^2} \left[1 - \frac{x^2}{a^2} - 2 \frac{\operatorname{ch} \lambda - \operatorname{ch} \lambda x/a}{\lambda \operatorname{sh} \lambda} \right]. \quad (3.10.15)$$

Из (3.10.15) видно, что нормированный прогиб $W(x)/h$ в координатах x/a зависит только от величины qa^4/Dh (поскольку λ согласно (3.1.14) тоже зависит от этой же величины). Таким образом, используя (3.10.14) и (3.10.15), можно рассчитать и построить зависимости $W(x)/h$ от координаты при различных значениях qa^4/Dh . Аналогично можно получить и зависимость максимального прогиба W_{\max}/h (прогиба в точках с $x=0$) от qa^4/Dh . На рис. 3.38 приведена зависимость W_{\max}/h от величины приведенной нагрузки qa^4/Dh (кривая 1). Видно, что при учете цепных усилий зависимость прогиба от нагрузки становится существенно нелинейной.

В линейном приближении при рассмотрении цилиндрического изгиба пластин выражение (3.10.10) упрощается и принимает вид

$$D \frac{d^4 W}{dx^4} = q. \quad (3.10.16)$$

Решение данного уравнения в случае защемления длинных кромок имеет вид

$$W(x) = \frac{qa^4}{24D} \left(\frac{x^2}{a^2} - 1 \right)^2. \quad (3.10.17)$$

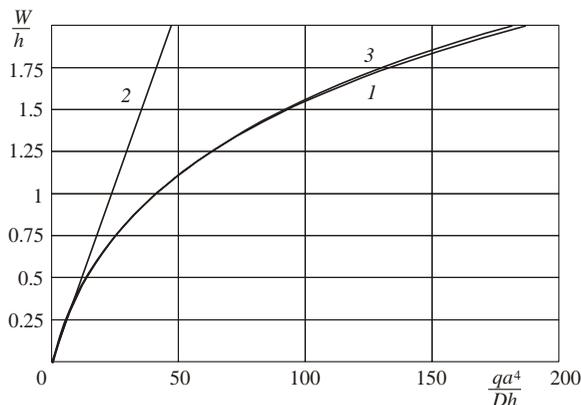


Рис. 3.38. Зависимость W_{\max}/h от величины приведенной нагрузки qa^4/Dh :

1 – расчет по (3.10.15), 2 – по (3.10.17), 3 – по (3.10.22)

Для сравнения на рис. 3.38 представлена зависимость W_{\max}/h от приведенной нагрузки qa^4/Dh (прямая 2), рассчитанная в линейном приближении. Видно, что в данном случае приемлемая для сенсоров линейность упругой характеристики сохраняется примерно до $W_{\max}/h \approx 0.3$.

Получим выражение для расчета прогиба при цилиндрическом изгибе пластины методом Бубнова – Галеркина. В качестве пробной функции для прогиба будем использовать функцию вида

$$W(x) = A_0(x^2 - a^2)^2, \quad (3.10.18)$$

соответствующую точному решению (3.10.17) задачи в линейном приближении. Интегрируя (3.10.11), получим выражение, связывающее функции прогиба $W(x)$ и смещения $U(x)$:

$$U(x) = -\frac{1}{2} \int \left(\frac{dW}{dx} \right)^2 dx + C_1 x + C_2. \quad (3.10.19)$$

Отсюда с учетом граничных условий, соответствующих жесткому защемлению, можно найти C_i . В результате получим, что

$$U(x) = A_0^2 \frac{8}{105} (a^2 - x^2)(15x^4 - 27x^2 a^2 + 8a^4). \quad (3.10.20)$$

Следует отметить, что в соответствии с (3.10.19) максимальная степень n у переменной x в выражении для $W(x)$ связана с максимальной степенью m у x в выражении для $U(x)$ соотношением

$$m = 2n - 1. \quad (3.10.21)$$

Используя (3.10.18) и (3.10.20), методом Бубнова – Галеркина можно получить выражение для оценки прогиба пластины при воздействии равномерно распределенного давления в виде

$$W(x) = \frac{h}{16} \left(F - \frac{245}{2F} \right) \left(\frac{x^2}{a^2} - 1 \right)^2, \quad (3.10.22)$$

где

$$F = \left(\frac{245}{2} \right)^{\frac{1}{3}} \left[\frac{qa^4}{Dh} + \sqrt{\frac{245}{2} + \left(\frac{qa^4}{Dh} \right)^2} \right]^{\frac{1}{3}}. \quad (3.10.23)$$

На рис. 3.38 приведена зависимость W_{\max}/h от величины приведенной нагрузки qa^4/Dh , рассчитанная с использованием (3.10.22). Видно, что в данном случае наблюдается достаточно хорошее согласие с результатами точного расчета. Оценки показывают, что различие для $W_{\max}/h \leq 2$ не превышает 1.2 %. При этом для расчетов гораздо удобнее использовать (3.10.22).

На рис. 3.39 приведены зависимости прогиба удлиненной пластинки от координаты $X = x/a$, рассчитанные при $qa^4/Dh = 237$ с использованием (3.10.15) (кривая 1, пунктир) и (3.10.22) (кривая 2). Видно, что кривая 2 достаточно хорошо согласуется с точными расчетами только в окрестности точки максимального прогиба. При приближении к линии заделки различие возрастает и для давлений, соответствующих $W_{\max}/h \approx 2$, может достигать 45 %. Такое поведение является следствием использования в качестве пробной функции выражения (3.10.18). Данная функциональная зависимость прогиба от координаты соответствует линейному приближению, не учитывающему растяжение средней линии. При этом достаточно хорошо удается согласовать лишь зависимость максимального прогиба от внешнего давления. Однако точное решение показывает, что цепные усилия изменяют и форму прогиба, увеличивая прогиб периферийных областей.

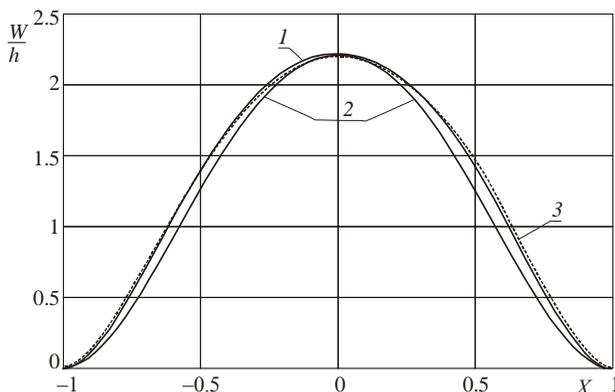


Рис. 3.39. Зависимость нормированного прогиба удлиненной пластинки от координаты $X = x/a$ при

$$qa^4/Dh = 237 :$$

1 – расчет по (3.10.15), 2 – по (3.10.22), 3 – по (3.10.24)

Влияние напряжений, возникающих в срединной поверхности, можно учесть, увеличив количество слагаемых, удерживаемых в пробной функции. В частности, учитывая у пробной функции (3.10.18) еще одно слагаемое, получим выражение для прогиба в виде

$$W_x = \frac{h}{16} \left(F - \frac{245}{2F} \right) \left(\frac{x^2}{a^2} - 1 \right)^2 \left[1 + 0.01875 \left(F - \frac{245}{2F} \right) \frac{x^2}{a^2} \right]. \quad (3.10.24)$$

Анализ показывает, что оценки прогибов, выполненные с использованием данного выражения, для давлений, соответствующих $W_{\max}/h \leq 2$, будут отличаться от точного решения не более чем на 10 %, что вполне приемлемо для практических оценок.

3.10.2. ИЗГИБ КРУГЛОЙ ИЗОТРОПНОЙ ПЛАСТИНЫ

Кроме упругих элементов в виде балочек и прямоугольных пластин широкое распространение получили упругие элементы круглой формы. Рассмотрим задачу осесимметричного изгиба круглой однородной изотропной равномерно нагруженной пластины при больших деформациях [23]. В этом случае порядок системы дифференциальных уравнений (3.10.1), (3.10.2) может быть понижен. В результате для осесимметричного изгиба придем к системе уравнений

$$D \left[\frac{d^4 W}{dr^4} + \frac{2}{r} \frac{d^3 W}{dr^3} - \frac{1}{r^2} \frac{d^2 W}{dr^2} + \frac{1}{r^3} \frac{dW}{dr} \right] = q + \frac{1}{r} 12 D h^{-2} T_r, \quad (3.10.25)$$

$$1 - \nu \left[\frac{U_r}{r} - \frac{dU_r}{dr} - \frac{1}{2} \left(\frac{dW}{dr} \right)^2 \right] = r \left(\frac{d^2 U_r}{dr^2} + \frac{1}{2} \frac{d}{dr} \left(\frac{dW}{dr} \right)^2 + \frac{\nu}{r} \frac{dU_r}{dr} - \nu \frac{U_r}{r^2} \right), \quad (3.10.26)$$

где $D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu)}$ – изгибная жесткость, а

$$T_r = \left[\frac{dU_r}{dr} + \frac{1}{2} \left(\frac{dW}{dr} \right)^2 + \nu \frac{U_r}{r} \right] \left(\frac{dW}{dr} + r^2 \frac{d^2 W}{dr^2} \right) +$$

$$+r \frac{dW}{dr} \left(\frac{d^2U}{dr^2} + \frac{1}{2} \frac{d}{dr} \left(\frac{dW}{dr} \right)^2 + \frac{\nu}{r} \frac{dU}{dr} - \nu \frac{U}{r^2} \right).$$

Решение данной системы уравнений будем искать методом Бубнова – Галеркина (БГ).

Рассмотрим случай жесткого защемления по внешнему контуру. Известно, что в этом случае при малых нагрузках прогибы будут определяться выражением

$$W = A_0(1 - \rho^2)^2, \quad (3.10.27)$$

где $\rho = r/R$; $A_0 = qR^4/64D$ – прогиб центра пластинки, а R – радиус пластинки.

Предположим, что и при больших прогибах форма изогнутой поверхности пластинки тоже имеет вид, аналогичный (3.10.27), т.е. $W(\rho) = W_0(1 - \rho^2)^2$. Тогда с учетом (3.10.21) выражение для функции смещения $U(r)$ можно выбрать в виде

$$U \rho = W_0^2 \frac{\rho}{6R} (1 - \rho^2) (b_0 + b_1 \rho^2 + b_2 \rho^4). \quad (3.10.28)$$

Подставляя (3.10.28) и (3.10.27) в (3.10.26), в рамках метода БГ получим

$$b_0 = 5 - 3\nu, \quad b_1 = -13 + 3\nu, \quad b_2 = 7 - \nu. \quad (3.10.29)$$

Теперь, решая (3.10.25), можно получить уравнение для определения W_0 в виде

$$\lambda \frac{1}{h^2} W_0^3 + \frac{4}{3} W_0 - q \frac{R^4}{48D} = 0. \quad (3.10.30)$$

Отсюда

$$W_0 = 0.6667h \left[F - \frac{1}{\lambda F} \right], \quad (3.10.31)$$

где

$$F = \left[\frac{0.003562}{\lambda} SP + \sqrt{\frac{1}{\lambda^3} + \left(\frac{0.003562}{\lambda} SP \right)^2} \right]^{1/3},$$

$\lambda = 0.5476 + 0.3333\nu - 0.2143\nu^2$, $SP = qS^2/Dh$, S – площадь пластинки.

Подставляя (3.10.31) в (3.10.27), видим, что при учете цепных усилий нормированный прогиб $W(\rho)/h$ пластинки зависит от SP и ν , причем зависимость от ν довольно слабая.

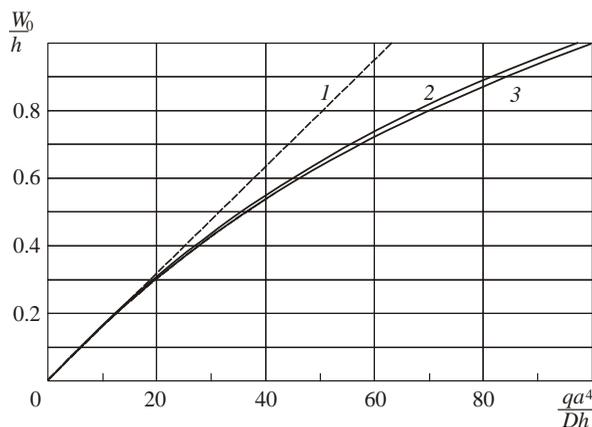


Рис. 3.40. Зависимости W_{\max}/h от величины приведенной нагрузки:

сплошные линии — расчет с использованием (3.10.27) и (3.10.31), штриховая линия 1 соответствует линейному приближению; 2 — $\nu=0.06219$, 3 — $\nu=0.3$

На рис. 3.40. приведены зависимости W_{\max}/h от величины приведенной нагрузки SP , рассчитанные по (3.10.27) с использованием (3.10.31). На этом же рисунке представлены результаты расчета в линейном приближении (прямая 1), т.е. без учета усилий, возникающих в срединной поверхности пластины. Видно, что в данном случае линейное приближение достаточно хорошо описывает зависимость максимального прогиба от нагрузки лишь до прогибов $W_{\max}/h < 0.3$.

3.10.3. ИЗГИБ КВАДРАТНОЙ ИЗОТРОПНОЙ ПЛАСТИНЫ

Рассмотрим изгиб изотропной квадратной пластинки, жестко защемленной по всему контуру, под действием равномерно распределенного поперечного давления с учетом растяжения срединной поверхности. Решение будем искать методом БГ.

В качестве пробной функции для прогиба используем функцию вида

$$W(X, Y) = W_0 (X^2 - 1)^2 (Y^2 - 1)^2, \quad (3.10.32)$$

удовлетворяющую граничным условиям (здесь $X = x/a$ и $Y = y/a$).

Учитывая результаты анализа цилиндрического изгиба пластин, смещения по x и y будем представлять в виде

$$U = W_0^2 \frac{X}{a} (X^2 - 1) (b_0 + b_1 X^2 + b_2 X^4) (Y^2 - 1)^4; \quad (3.10.33)$$

$$V = W_0^2 \frac{Y}{a} (Y^2 - 1) (b_0 + b_1 Y^2 + b_2 Y^4) (X^2 - 1)^4. \quad (3.10.34)$$

Данные функции удовлетворяют граничным условиям и симметрии задачи, а также соотношению (3.10.21).

В рамках метода БГ, подставляя (3.10.32), (3.10.33) в (3.10.2), можно определить коэффициенты b_i :

$$\begin{aligned} b_0 &\cong -0.761 + 0.4912 \cdot \nu, \\ b_1 &\cong 2.172 - 0.54 \cdot \nu, \\ b_2 &\cong -1.177 + 0.234 \cdot \nu. \end{aligned} \quad (3.10.35)$$

Теперь, учитывая (3.10.1), (3.10.32) – (3.10.34), получим

$$W_0 = 0.6095h \left[F - \frac{1}{\lambda F} \right], \quad (3.10.36)$$

где $\lambda = 0.4864 + 0.2961\nu - 0.1654\nu^2$, а

$$F = \left[\frac{0.0032711}{\lambda} SP + \sqrt{\frac{1}{\lambda^3} + \left(\frac{0.0032711}{\lambda} SP \right)^2} \right]^{1/3}.$$

Подставляя (3.10.36) в (3.10.32), видим, что при учете цепных усилий нормированный прогиб $W(X, Y)/h$ квадратной пластинки, как и в случае круглой пластинки, зависит от SP и ν .

На рис. 3.41 приведены зависимости W_{\max}/h от величины приведенной нагрузки qS^2/Dh , рассчитанные по (3.10.32) с использованием (3.10.36). На этом же рисунке приведены результаты расчета в линейном приближении без учета усилий, возникающих в срединной поверхности пластины. Видно, что и в данном случае линейное приближение достаточно хорошо описывает зависимость максимального прогиба от нагрузки лишь до прогибов $W_{\max}/h < 0.3$.

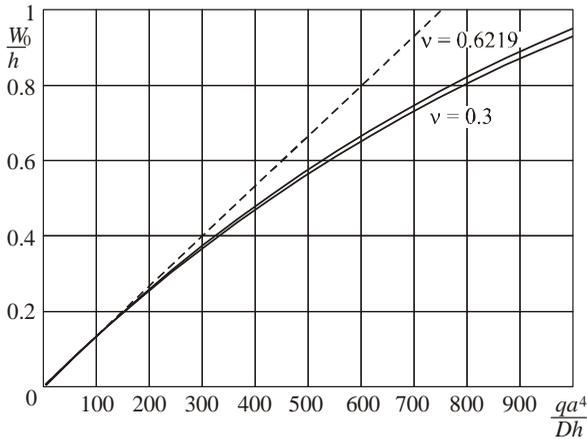


Рис. 3.41. Зависимости W_{\max}/h от величины приведенной нагрузки:

сплошные линии – расчет с использованием (3.10.36),
штриховая линия – линейное приближение

На рис. 3.42 приведено распределение линий равного смещения U по площади пластины. Зависимость смещения U от координаты $X = x/a$ при $Y = y/a = 0$ для квадратной пластины при воздействии равномерно распределенного поперечного давления приведена на рис. 3.43. На рис. 3.44 приведено распределение линий равных деформаций ε_x^0 по площади пластины при воздействии равномерно распределенного поперечного давления.

Рассчитав с учетом (3.10.9) распределение деформаций ε_x^0 , ε_y^0 и ε_z^0 для срединной поверхности пластины, можно определить

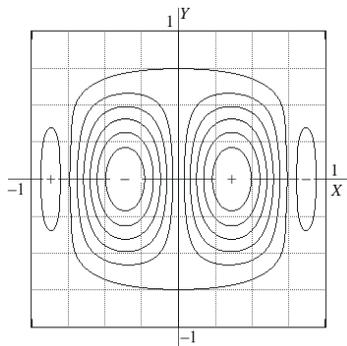


Рис. 3.42. Распределение линий равного смещения U по площади пластины при воздействии равномерно распределенного поперечного давления; $X = x/a$ и $Y = y/a$

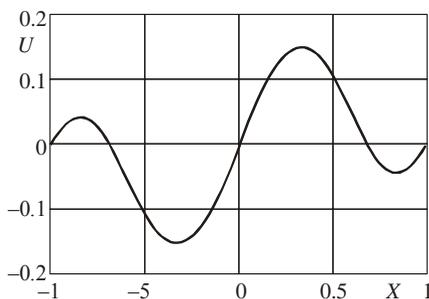


Рис. 3.43. Зависимость смещения U от координаты X при $Y=0$ для квадратной пластины при воздействии равномерно распределенного поперечного давления

компоненты тензора деформаций ϵ_x , ϵ_y и ϵ_z в точках, находящихся на расстоянии z от срединной поверхности. При этом

$$\epsilon_x = \epsilon_x^0 - z \frac{\partial^2 W}{\partial x^2}, \quad \epsilon_y = \epsilon_y^0 - z \frac{\partial^2 W}{\partial y^2}, \quad \epsilon_z = \epsilon_z^0 - 2z \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y}. \quad (3.10.37)$$

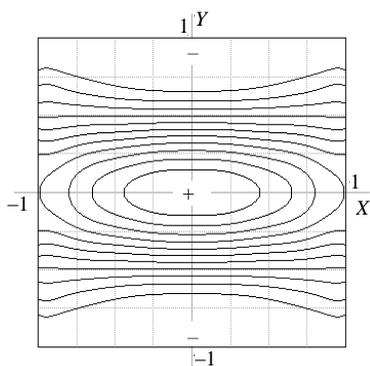


Рис. 3.44. Распределение линий равных деформаций ϵ_x^0 по площади квадратной пластины при воздействии равномерно распределенного поперечного давления

Если прогибы пластины достаточно малы, то связь между деформациями и приложенным давлением линейная. При увеличении давления и прогиба растяжение срединной поверхности приводит к появлению нелинейности в соотношении давление – деформация. В свою очередь степень нелинейности будет зависеть от величины и направления действия давления, а также координаты точки на пластине.

Количественно нелинейность зависимости давление – деформация можно охарактери-

зовать коэффициентом нелинейности $N\varepsilon_i$. Например, коэффициент

$$N\varepsilon_x = \frac{0.5\varepsilon_x(q_{\max}) - \varepsilon_x(0.5q_{\max})}{\varepsilon_x(q_{\max})},$$

где $\varepsilon_x(q_{\max})$ – компонента тензора деформации ε_x при воздействии давления q_{\max} , а $\varepsilon_x(0.5q_{\max})$ – компонента тензора деформации ε_x при воздействии давления $0.5q_{\max}$.

Зависимости коэффициента нелинейности $N\varepsilon_x$ от величины приведенной нагрузки SP приведены на рис. 3.45. Кривые 1 и 3 рассчитаны с использованием (3.10.32) для верхней поверхности пластины ($z = 0.5h$), а 2, 4 – для нижней ($z = -0.5h$); кривые 1, 2 соответствуют точкам в центре пластины (т. е. точкам с координатами $X = 0$ и $Y = 0$), а 3, 4 – точкам в центре боковой стороны пластины (т. е. точкам с координатами $X = 1$ и $Y = 0$).

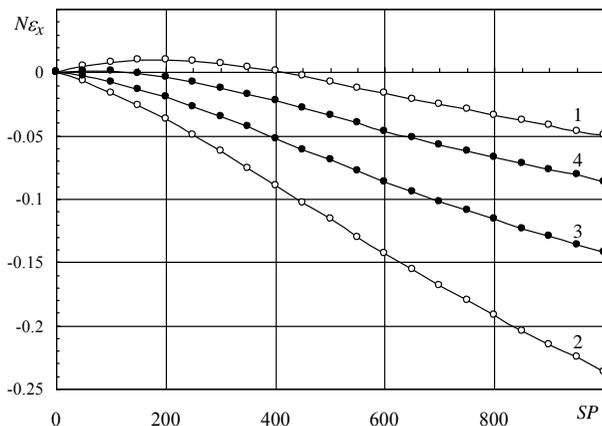


Рис. 3.45. Зависимости коэффициента нелинейности $N\varepsilon_x$ от приведенной нагрузки:

кривые 1, 2 – для точки с координатами $\{0,0\}$, 3, 4 – для точки с координатами $\{1,0\}$

Видно, что наблюдается существенная зависимость коэффициента нелинейности как от координаты точки в плоскости пластины, так и от выбора поверхности пластины, что необходимо учитывать при проектировании упругих элементов сенсоров.

3.10.4. ИЗГИБ ТРЕУГОЛЬНОЙ ИЗОТРОПНОЙ ПЛАСТИНЫ

В рамках метода Бубнова – Галеркина получим выражение, позволяющее описать изгиб изотропной равносторонней треугольной пластинки (см. рис. 3.10) под действием равномерно распределенного поперечного давления с учетом растяжения срединной поверхности.

Будем полагать, что пластинка жестко закреплена по контуру. Тогда в качестве пробной функции для прогиба можно использовать функцию вида

$$W(X, Y) = A_0 (Y - 1)^2 - X^2 Y^2, \quad (3.10.38)$$

удовлетворяющую граничным условиям (здесь $X = x/a$, $Y = y/b$, A_0 – искомая функция, определяющая прогиб, $2a$ – длина стороны и b – высота треугольника). Смещения по x и y с учетом (3.10.2) представим как

$$U = A_0^2 a^{-1} (Y - 1)^2 - X^2 b_0 - b_1 X^2 XY^4, \quad (3.10.39)$$

$$V = A_0^2 b^{-1} \left[3Y - 1 - (Y - 1)^2 - X^2 \right] \times \\ \times (Y - 1)^2 - X^2 b_2 + b_3 Y^2 + b_4 X^2 Y^3. \quad (3.10.40)$$

Данные функции удовлетворяют граничным условиям и симметрии задачи. Подставляя (3.10.38), (3.10.39) и (3.10.40) в (3.10.2), можно найти связь между A_0 и b_i :

$$b_0 \cong 0.1943 - 0.056\nu + 0.0222\nu^2; \\ b_1 \cong 1.2066 + 0.4127\nu + 0.0285\nu^2, \quad (3.10.41)$$

$$b_2 \cong -0.27967 + 0.0422\nu + 0.001\nu^2; \\ b_3 \cong 0.59243 + 0.2622\nu + 0.136\nu^2; \quad (3.10.42)$$

$$b_4 \cong 1.0947 - 0.0423\nu - 0.193\nu^2.$$

Теперь, подставив (3.10.38) – (3.10.42) в (3.10.1) и произведя интегрирование, получим, что

$$A_0 = 47.513 \cdot h \left[F - \frac{1}{\lambda F} \right], \quad (3.10.43)$$

где $\lambda = 1.1285 + 0.74982\nu - 0.2266\nu^2$, а

$$F = \left[\frac{0.0012332}{\lambda} SP + \sqrt{\frac{1}{\lambda^3} + \left(\frac{0.0012332}{\lambda} SP \right)^2} \right]^{1/3}.$$

На рис. 3.46 приведены зависимости нормированного максимального прогиба W_{\max}/h равносторонней треугольной пластины, жестко защемленной по контуру, от величины приведенной нагрузки qS^2/Dh , рассчитанные по (3.10.31) с использованием (3.10.36) (здесь S – площадь пластины). Видно, что отклонения от расчета в линейном приближении для треугольной пластины становятся заметными при $W_{\max}/h \approx 0.3$. Отметим, что у пластинки в форме правильного треугольника максимальный прогиб наблюдается в ортоцентре. Таким образом, для нее $W_0 = 0.021948A_0$, при этом, как и в случае квадратной пластины, у треугольной пластины прогиб определяется величинами qS^2/Dh и λ .

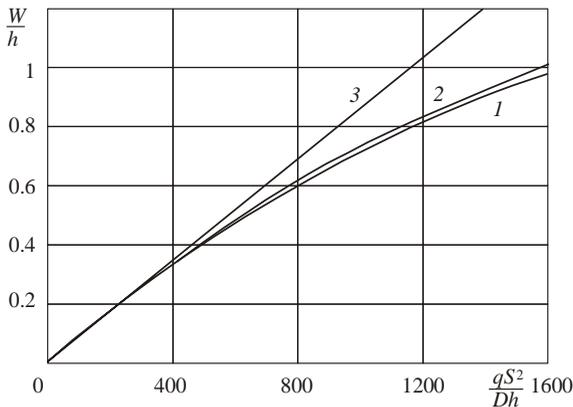


Рис. 3.46. Зависимости максимального прогиба W_{\max}/h равносторонней треугольной пластины от величины приведенной нагрузки SP :

1 – $\nu = 0.3$, 2 – $\nu = 0.06219$, 3 – линейное приближение

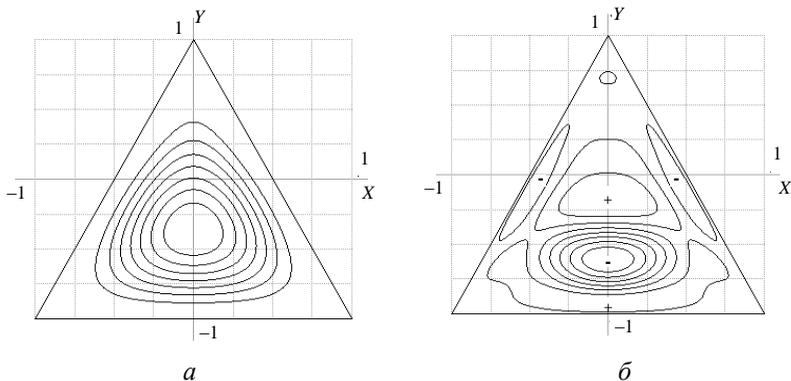


Рис. 3.47. Распределение линий равного прогиба W (а) и смещения V (б) по площади треугольной пластины при изгибе равномерно распределенным давлением

На рис. 3.47 приведено распределение линий равного прогиба $W(X,Y)$ и равного смещения V по площади треугольной мембраны, рассчитанное с использованием (3.10.1) – (3.10.6).

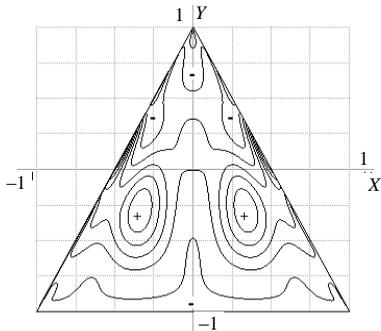


Рис. 3.48. Распределение линий равной деформации ϵ_x^0 по площади треугольной пластины при изгибе равномерно распределенным давлением

Распределение линий равной деформации ϵ_x^0 по площади треугольной пластины, рассчитанное с использованием (3.10.9), приведено на рис. 3.48.

Следуя общему алгоритму, можно найти зависимость прогиба и компонент тензора деформаций от координат и давления с учетом напряжений в срединной поверхности и для упругих элементов, например, в виде трапеции и шестиугольника. В качестве основных базисных функций для прогиба и смещений U и V , удовлетворяющих граничным условиям жесткого защемления по контуру и симметрии задачи, в этих случаях можно выбрать функции вида

$$W(X_1, X_2) = A_0 X_2^4 X_1 - 1^4 F_1^2,$$

$$U(X_1, X_2) = A_0^2 X_2^4 X_2 - 1^4 F_1^2 d_0 + d_1 X_1^2 \frac{X_1}{a}, \quad (3.10.44)$$

$$V(X_1, X_2) = A_0^2 X_2^8 X_2 - 1^8 F_1^2 \cdot \left[X_2 - \frac{1+2n}{3(1+n)} \right] d_2 + d_3 X_2^2 / b$$

для трапецидального упругого элемента (см. рис. 3.25) (здесь $X_1 = x/a$, $X_2 = y/a$, $n = c/a$) и

$$\begin{aligned} W(X_1, X_2) &= W_0 X_2^2 - 1^2 F_1^2 F_2^2, \\ U(X_1, X_2) &= W_0^2 X_2^2 - 1^4 F_1^2 F_2^2 (1-n)^2 X_2^2 + 1 - X_1^2 \times \\ &\times g_0 + g_1 X_1^2 X_1 / a, \end{aligned} \quad (3.10.45)$$

$$V(X_1, X_2) = W_0 X_2^2 - 1^2 F_1^4 F_2^4 X_2 g_2 + g_3 X_2^2 / b$$

для шестиугольного упругого элемента (см. рис. 3.27), здесь

$$F_1 = [X_2 - 1 - n - 1]^2 - X_1^2 \quad \text{и} \quad F_2 = [X_2 - 1 - n + 1]^2 - X_1^2.$$

Неизвестные коэффициенты A_0 , $d_0 - d_3$, W_0 и $g_0 - g_3$ можно определить, применив ту же процедуру, что и для треугольного упругого элемента. Например, для упругого элемента в форме правильного шестиугольника, используя (3.10.35), получим

$$g_0 = 1.405 - 0.79\nu, \quad g_1 = -5.713 - 4.04\nu,$$

$$g_2 = 1.1204 - 0.628\nu, \quad g_3 = -3.51 - 1.71\nu.$$

Теперь, подставив (3.10.35) в (3.10.1) и произведя интегрирование, получим, что для шестиугольного упругого элемента

$$W_0 = 1.1345 \cdot h \left[F - \frac{1}{\lambda \cdot F} \right], \quad (3.10.46)$$

где $\lambda = 1.8316 + 0.85537 \cdot \nu - 0.856 \cdot \nu^2$, а

$$F = \left[\frac{0.0017074}{\lambda} SP + \sqrt{\frac{1}{\lambda^3} + \left(\frac{0.0017074}{\lambda} SP \right)^2} \right]^{1/3},$$

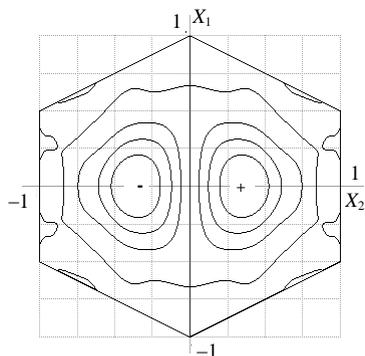


Рис. 3.49. Распределение линий равного смещения U по площади шестиугольной пластины при изгибе равномерно распределенным давлением

На рис. 3.49 приведено распределение линий равного смещения V по площади шестиугольной пластины при изгибе равномерно распределенным давлением, рассчитанное с использованием (3.10.45).

Полные деформации и механические напряжения, возникающие в слое, отстоящем от срединной плоскости упругого элемента на расстояние z , определяются выражениями (3.10.37) и (3.5.12). При использовании (3.10.44) и (3.10.45) были рассчитаны зависимости прогиба и смещений от координат и давления, а также проведено сопоставление их с аналогичными зависимостями, полученными с помощью САПР ANSYS.

Сравнение показало, что выбранные базисные функции достаточно хорошо описывают прогиб упругого элемента и в линейном, и в нелинейном приближении (максимальная ошибка составляет около 2 %). При этом прогиб упругого элемента в нелинейном приближении примерно на 25 % меньше прогиба, рассчитанного в линейном приближении. Кроме того, оценки нелинейности выходной характеристики тензорезистивного сенсора давления показывают, что максимальная нелинейность в этом случае вплоть до давлений, приводящих к прогибу кремниевой мембраны, равному ее толщине, не превысит 16 %.

Полученные в этой главе аналитические выражения позволяют рассмотреть влияние размеров и формы упругого элемента на его характеристики. На рис. 3.50 показаны зависимости нормированного максимального прогиба W_0/h от величины приведенной нагрузки SP , рассчитанные с использованием (3.9.27), (3.10.32), (3.10.38) и (3.10.45) для диафрагм разной формы, но одинаковой площади. Видно, что при одинаковых площадях наименьшая эффективная жесткость будет у диафрагмы круглой формы, а наибольшая – у диафрагмы треугольной формы (рассматриваются правильные многоугольники). Прогибы же в центрах квадратной и шестиугольной диафрагм будут практически совпадать. Такое

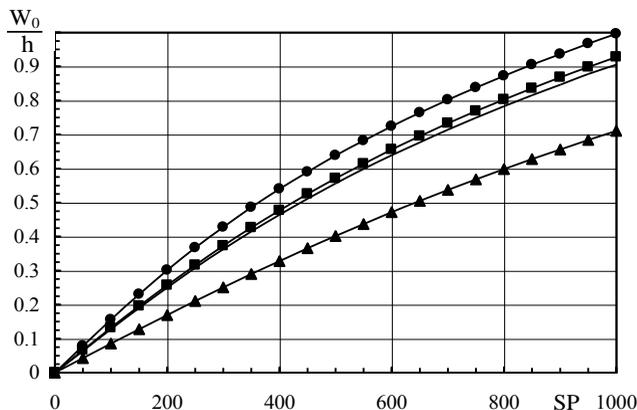


Рис. 3.50. Зависимости относительного максимального прогиба W_0/h от величины приведенной нагрузки SP при $\nu = 0.3$ для диафрагм разной формы, но одинаковой площади:

- – круглая диафрагма, ■ – квадратная диафрагма, ▲ – треугольная диафрагма, — – шестиугольная диафрагма

расположение кривых определяется соотношением топологий упругих элементов (рис. 3.51, а).

Изменяя размеры диафрагм, можно изменять соотношение эффективных жесткостей, а следовательно, и максимальных прогибов у диафрагм разной формы. На рис. 3.52 приведены зависимости нормированного максимального прогиба W_0/h от величины приведенной

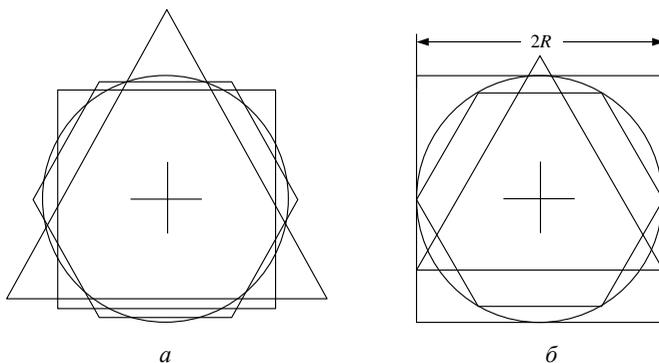


Рис. 3.51. Соотношение топологий диафрагм разной формы:
а – при одинаковой площади, б – при одинаковой длине базы

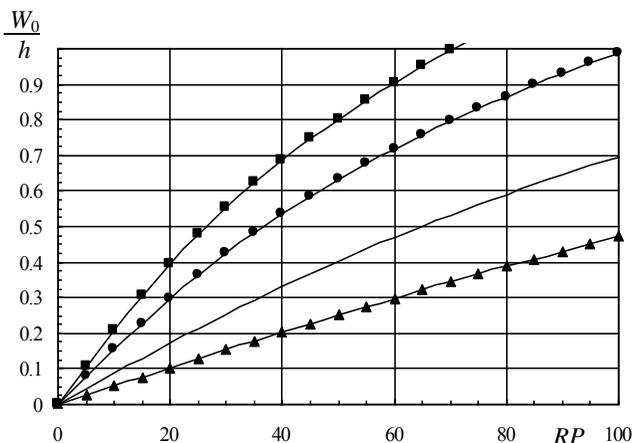


Рис. 3.52. Зависимости относительного максимального прогиба W_0/h от величины приведенной нагрузки RP при $\nu = 0.3$ для диафрагм разной формы, но одинаковой длины базы:

- – круглая диафрагма, ■ – квадратная диафрагма, ▲ – треугольная диафрагма, — – шестиугольная диафрагма

нагрузки $RP = qR^4/Dh$, рассчитанные с использованием (3.9.27), (3.10.32), (3.10.38) и (3.10.45) для диафрагм разной формы, но одинаковой длины базы $2R$ (рис. 3.51, б). Видно, что в этом случае при одинаковом давлении максимальный прогиб будет у диафрагмы квадратной формы, несколько меньше прогнется круглая диафрагма, еще меньше – диафрагма в виде правильного шестиугольника и треугольника.

Используя результаты, полученные в этом разделе, можно найти распределение прогибов, смещений, напряжений и деформаций по площади диафрагмы, что необходимо для выявления областей, наиболее перспективных для размещения чувствительных элементов датчиков или испытывающих критические напряжения, способные вызвать разрушение конструкции.

3.11. ДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ УПРУГИХ ЭЛЕМЕНТОВ МИКРОМЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

При создании микромеханических датчиков давления необходимо обеспечить требуемые значения таких параметров, как верхняя граничная частота $f_{гр}$ и допустимая неравномерность амплитудной

частотной характеристики ε_f для широкополосных датчиков или время установления $t_{уст}$ (ε %) и допустимое значение относительного выброса δ переходной характеристики для импульсных датчиков (датчиков ударных волн). Поэтому необходимо иметь возможность их оценки уже на этапе проектирования.

Оценить эти параметры можно, используя динамические характеристики микромеханической системы. В принципе под динамической характеристикой системы можно понимать любое соотношение, заданное аналитически, графически или в виде таблицы, которое позволяет рассчитать поведение системы во времени. Наиболее часто в качестве динамической характеристики используются дифференциальные уравнения, записанные в различной форме. Наряду с дифференциальными уравнениями используются и их различные преобразования. Например, применяя преобразования Лапласа, Карсона – Хевисайда или оператор дифференцирования $p = d/dt$ к обеим частям дифференциального уравнения системы (с учетом вида воздействия) при нулевых начальных условиях, можно найти соотношения между входными и выходными параметрами и получить так называемую передаточную функцию.

Обычно динамические характеристики датчиков определяют экспериментально либо на основании расчетов в предположении изотропии упругих свойств материала мембраны без учета влияния окружающей воздушно-газовой среды. Однако в ряде случаев применение такой «изотропной» модели может приводить к заметным ошибкам, особенно в случае тонких мембран. В данном разделе проведем моделирование передаточной характеристики полупроводникового чувствительного элемента датчика давления с учетом анизотропии упругих свойств материала мембраны и потерь за счет внешних и внутренних факторов [24–26].

В качестве мембраны рассмотрим прямоугольную жестко заземленную пластинку, ортотропную в отношении упругих свойств. Передаточную характеристику чувствительного элемента найдем в результате решения дифференциального уравнения, описывающего колебания тонкой пластинки.

Расположим декартову систему координат так, чтобы оси ортотропии совпали с направлением осей x и y . Ограничимся случаем малых прогибов $W(x, y, t)$, когда выполняется условие $W \ll h$, где h – толщина пластинки. При этом уравнение, описывающее колебания пластинки, может быть представлено в виде

$$\rho h \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} + \mu \frac{\partial W}{\partial t} + \mu_1 \frac{\partial}{\partial t} \hat{L}W + \hat{L}W = q \quad x, y, t, \quad (3.11.1)$$

где ρ – плотность материала пластинки; μ – коэффициент, характеризующий затухание под действием внешних факторов; μ_1 – коэффициент внутреннего трения (по гипотезе вязкого трения); $q(x, y, t)$ – интенсивность внешней нагрузки; оператор

$$\hat{L} = D_{11} \frac{\partial^4}{\partial x^4} + D_{22} \frac{\partial^4}{\partial y^4} + 2 D_{12} + 2D_{66} \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2},$$

D_{ij} – жесткости пластинки при изгибе; $W = W(x, y, t)$ – прогиб пластинки.

Решение (3.11.1) будем искать методом Бубнова – Галеркина. При этом прогибы пластинки под действием нагрузки представим в виде ряда

$$W(x, y, t) = \sum_m \sum_n A_{mn} T_{mn}(t) U_m(x) U_n(y), \quad (3.11.2)$$

где A_{mn} – неопределенные параметры; $T_{mn}(t)$ – пока не известные функции времени; U_k – базисные функции, удовлетворяющие всем граничным условиям.

В качестве базисных выберем систему функций вида

$$\begin{aligned} U_m(x) &= x^2 - a^2 \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right), \quad m = 0, 1, 2, \dots, \\ U_n(y) &= y^2 - b^2 \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right), \quad n = 0, 1, 2, \dots, \end{aligned} \quad (3.11.3)$$

здесь a, b – длина и ширина прямоугольной пластинки.

Подставляя (3.11.2) в (3.11.1) с учетом (3.11.3), в соответствии с методом Галеркина приходим к системе линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами [27]

$$\sum_m \sum_n \alpha_{mnij} \ddot{T}_{mn} + \beta_{mnij} \dot{T}_{mn} + c_{mnij} T_{mn} = F_{ij}(t), \quad (3.11.4)$$

$$i = 0, 1, 2, \dots, \quad j = 0, 1, 2, \dots,$$

где

$$\alpha_{mnij} = \rho h d_{mnij}, \quad \beta_{mnij} = \mu_1 c_{mnij} + \mu d_{mnij};$$

$$c_{mnij} = \iint_S A_{mn} U_i(x) U_j(y) \hat{L} U_m(x) U_n(y) dx dy;$$

$$d_{mnij} = \iint_S A_{mn} U_i(x) U_j(y) U_m(x) U_n(y) dx dy ;$$

$$F_{ij}(t) = \iint_S q(x, y, t) U_i(x) U_j(y) dx dy .$$

Записав систему уравнений (3.11.4) в операционной форме, можно найти $T_{mn}(p)$, а затем и $T_{mn}(t)$, т. е. определить зависимость прогиба пластинки от времени (здесь $T(p) \doteq T(t)$).

Так, переходя к двухиндексной записи, вместо (3.11.4) получим

$$\sum_d \alpha_{df} \ddot{T}_d + \beta_{df} \dot{T}_d + c_{df} T_d = F_f(t) , \quad (3.11.5)$$

здесь d нумерует все наборы mn , а f нумерует все наборы ij . Теперь из (3.11.5) при нулевых начальных условиях имеем

$$T_d(p) = \frac{1}{\Delta(p)} \sum_f \Delta_{fd}(p) F_f(p) , \quad (3.11.6)$$

где $\Delta(p)$ – определитель системы (3.11.5); $\Delta_{fd}(p)$ – алгебраическое дополнение элемента fd , $F_f(p) \doteq F_f(t)$

Проводя численные расчеты, в (3.11.4) можно учесть достаточно большое число слагаемых и, следовательно, большое число типов колебаний, возбуждаемых при сложных зависимостях внешнего воздействия от пространственных координат и времени.

Однако значительный интерес представляет поиск аналитических решений, позволяющих облегчить дальнейший анализ результатов и упростить оптимизацию.

Ограничимся учетом пяти типов колебаний, т. е. в (3.11.4) сохраним слагаемые с $m=0, 1$; $n=0, 1, 2$; $i=0, 1$ и $j=0, 1, 2$. При этом (3.11.5) будет содержать пять уравнений.

Предположим также, что на пластинку действует равномерно распределенная внешняя нагрузка единичной интенсивности $q_1(t)$. Тогда, применяя преобразование Лапласа при нулевых начальных условиях, имеем

$$T_{00}(p) = q_1(p) \frac{B}{\delta_5} \left\{ p^2 + \left(\frac{\mu}{\rho h} + \mu_1 \delta_5 \right) p + \delta_5 \right\} / D ,$$

$$T_{01}(p) = T_{10}(p) = T_{11}(p) = 0 , \quad (3.11.7)$$

$$T_{02} p = q_1 p \frac{B}{\delta_6} \left\{ p^2 + \left(\frac{\mu}{\rho h} + \mu_1 \delta_6 \right) p + \delta_6 \right\} / D,$$

здесь

$$\begin{aligned} \delta_5 &= D_1 \left(1 + 17.642D_2 + 3.6108D_3 \right), \\ \delta_6 &= D_1 \left(1 + 1.5183D_3 \right), \quad D_1 = 504D_{11} / \rho h a^4, \\ B &= D_1^2 \left(1 + 30.266D_2 + 29.1D_2^2 + 21.852D_2D_3 + \right. \\ &\quad \left. + 5.376D_3 + 2.59D_3^2 \right), \end{aligned} \quad (3.11.8)$$

$$q_1 p \equiv q_1 t, \quad D_2 = \eta^4 D_{22} / D_{11}, \quad D_3 = \eta^2 D_{12} + 2D_{66} / D_{11},$$

$$\begin{aligned} D &= p^4 + 2 \left(\frac{\mu}{\rho h} + \mu_1 g \right) p^3 + \left[\left(\frac{\mu}{\rho h} \right)^2 + 2 \left(1 + \frac{\mu}{\rho h} \mu_1 \right) g + \mu_1^2 B \right] p^2 + \\ &\quad + 2 \left(\frac{\mu}{\rho h} g + \mu_1 B \right) p + B, \quad \eta = \frac{a}{b}, \\ g &= D_1 \left(1 + 15.133D_2 + 2.688D_3 \right). \end{aligned}$$

При сделанных допущениях с учетом (3.11.2), (3.11.3) и (3.11.7) передаточная функция для тонкой жестко защемленной пластинки может быть представлена в виде

$$\begin{aligned} H p &= \frac{W(x, y, p)}{q p} = A_{00} T_{00} p + \\ &+ A_{02} T_{02} p \cos 2\pi y / b \left[x - a \quad y - b \right]^2 / q_1 p, \end{aligned} \quad (3.11.9)$$

здесь

$$A_{00} = \frac{727.33 \delta_5}{\rho h a^4 b^4 B}, \quad A_{02} = \frac{455.54 \delta_6}{\rho h a^4 b^4 B}.$$

Используя передаточную функцию (3.11.9), можно стандартным образом получить реакцию пластинки (т. е. прогиб) на воздействие давления, произвольно зависящего от времени (но равномер-

но распределенного по площади пластинки). В том числе можно определить переходную $h(t)$, амплитудную частотную $A(\omega)$ (АЧХ) и фазовую частотную $\varphi(\omega)$ (ФЧХ) характеристики.

При использовании метода Бубнова – Галеркина качество расчетов во многом определяется удачным выбором базисных функций. Нам не известны литературные данные по расчету передаточных характеристик жестко защемленных пластин с учетом анизотропии их упругих свойств при наличии затухания. Однако наши расчеты позволяют найти частоты собственных колебаний рассматриваемой системы. Эти результаты при отсутствии затухания в приближении изотропии упругих свойств материала пластины можно сопоставить, например, с данными работы [28].

Расчеты показали, что при отсутствии затухания выражение для оценки основной частоты и, по крайней мере, пяти первых гармоник может быть представлено в виде

$$\omega_i^2 = \frac{\alpha_i}{\rho h a^2 b^2} \left\{ \frac{D_{11}}{\eta^2} + \beta_i D_{22} \eta^2 + \gamma_i D_{12} + 2D_{66} \right\}. \quad (3.11.10)$$

Значения параметров α , β и γ приведены в табл. 3.6.

Таблица 3.6

Значения α , β и γ для прямоугольной мембраны

i	α_i	β_i	γ_i
0	504	1	0.57143
1	504	7.5635	2.205
2	3812	1	1.1251
3	504	29.266	4.8047
4	14751	0.258	0.634
5	14619	1	1.3975

В приближении изотропии упругих свойств пластины (3.11.10) принимает вид

$$\omega_i = \frac{\lambda_i}{a^2} \sqrt{\frac{D}{\rho h}}. \quad (3.11.11)$$

Значения λ_i для квадратной пластины, вычисленные с использованием базисных функций (3.11.3), представлены в табл. 3.7, здесь же приведены λ_i из [28].

Таблица 3.7

Значения λ_i для квадратной пластины

Источник	Число узловых линий m по оси X	Число узловых линий n по оси Y		
		0	1	2
Наши данные	0	36	73.67	132.95
Данные [28]		35.965	73.390	130.77
Разница %		0.1	0.38	1.67
Наши данные	1	73.67	109.15	167.07
Данные [28]		73.390	108.071	164.98
Разница %		0.38	1	1.27
Наши данные	2	132.95	167.07	222.86
Данные [28]		130.77	164.98	220.13
Разница %		1.67	1.27	1.24

В табл. 3.8 представлены результаты расчета λ_0 для прямоугольной пластинки при различных отношениях длин боковых сторон.

Таблица 3.8

Результаты расчета λ_0

Источник	b/a					
	1	1.5	2	2.5	3	∞
Наши данные	36	27.05	24.65	23.73	23.28	22.45
Данные [28]	35.98	27.00	24.57	23.77	23.19	22.37
Разница %	0.055	0.185	0.326	-0.17	0.4	0.357

Как видно из табл. 3.7 и 3.8, результаты расчетов с использованием функций (3.11.3) и данные из работы [28] в изотропном приближении довольно хорошо согласуются.

В работе [29] приведены результаты эксперимента по измерению резонансной частоты кремниевых мембран, изготовленных в плоскости (100). Было установлено, что частота основного резонанса мембраны с размерами $2 \times 2 \times 0.018$ мм³ равна 61.46 кГц. Согласно расчетам по формуле (3.11.10) с учетом анизотропии упругих свойств кремния частота основного резонанса для такой мембраны составляет 61.12 кГц, что всего на 0.56 % меньше значения, полученного экспериментально.

Таким образом, можно предположить, что и с учетом анизотропии упругих свойств анализируемая модель хорошо отражает

реальную ситуацию, а (3.11.9) позволяет с достаточной точностью определять зависимости прогиба и компонент тензоров механических напряжений и деформаций для прямоугольной мембраны от пространственных координат и времени, что и необходимо для определения динамических характеристик датчика [25, 26].

Если на вход микромеханической системы подается периодическое воздействие заданной амплитуды и частоты, то реакция системы также будет иметь периодический характер. Взаимосвязь между параметрами периодических сигналов на входе и выходе системы определяют частотные характеристики.

В нашем случае согласно (3.11.9) обобщенная частотная характеристика прямоугольной мембраны может быть представлена в виде

$$W_{x, y, j\omega} = \frac{A}{\rho h a^4 b^4 G} \left\{ 727.33 K_1 - 455.54 K_2 \cos\left(\frac{2\pi}{b} y\right) \right\} \times \\ \times [x \ x - a \ y \ y - a]^2, \quad (3.11.12)$$

где

$$G = \omega^4 - j2\omega \ K_3 \omega^2 - K_5 - K_4 \omega^2 + B,$$

$$K_1 = \left(-\omega^2 + j\omega \left(\frac{\mu}{\rho h} + \mu_1 \delta_5 \right) + \delta_5 \right),$$

$$K_2 = \left(-\omega^2 + j\omega \left(\frac{\mu}{\rho h} + \mu_1 \delta_6 \right) + \delta_6 \right),$$

$$K_3 = \frac{\mu}{\rho h} + \mu_1 g, \quad K_5 = \frac{\mu}{\rho h} g + \mu_1 B,$$

$$K_4 = \left(\frac{\mu}{\rho h} \right)^2 + 2 \left(1 + \frac{\mu}{\rho h} \mu_1 \right) g + \mu_1^2 B.$$

Типичная амплитудно-фазовая характеристика для квадратной мембраны, рассчитанная с использованием (3.11.12), приведена на рис. 3.53. При расчете использовали следующие параметры: материал мембраны – Si, размеры $2 \times 2 \times 0.018$ мм³, добротность $Q = 130$ [29].

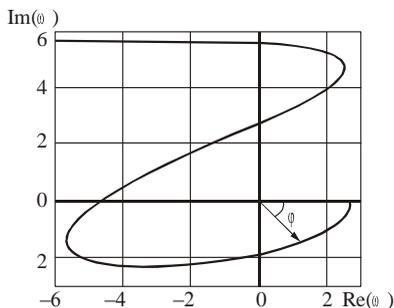


Рис. 3.53. Амплитудно-фазовая характеристика кремниевой квадратной мембраны

На практике большее распространение получили не сама обобщенная частотная характеристика, а ее составляющие и в первую очередь амплитудная и фазовая частотные характеристики.

На рис. 3.54 приведена АЧХ для данной мембраны, рассчитанная с использованием (3.11.12). Результаты расчета достаточно хорошо согласуются с данными эксперимента [25, 26, 29, 30].

Приведенная АЧХ типична для монокристаллических полупроводниковых мембран, имеющих

высокие добротности. Характерной особенностью таких систем является слабое взаимодействие разных мод колебаний. В результате в системе (3.11.4), как правило, можно пренебречь слагаемыми, учитывающими взаимодействие различных мод. Кроме того, при проектировании упругих элементов микромеханических систем обычно достаточно иметь информацию о поведении упругого элемента лишь в диапазоне частот до первого резонанса. Данные приближения существенно облегчают расчет и анализ динамических характеристик. Например, в рассматриваемом случае, пренебрегая взаимным влиянием различных мод колебаний, можно

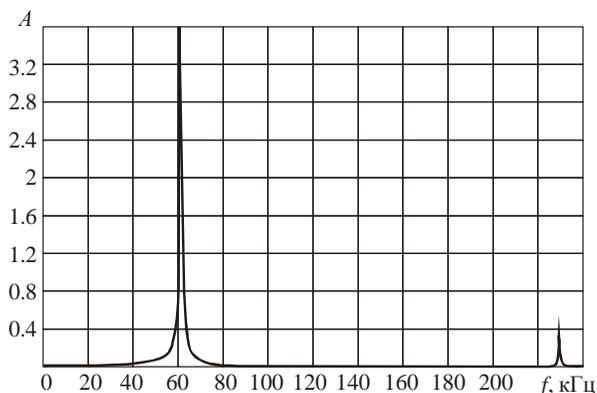


Рис. 3.54. Амплитудная частотная характеристика квадратной кремниевой мембраны с размерами $2 \times 2 \times 0.018$ мм и добротностью $Q = 130$

рассчитать передаточную функцию, обобщенную частотную характеристику и АЧХ с учетом только основной моды. В результате для передаточной функции и АЧХ, связанных с движением центра прямоугольной мембраны, получим

$$H_p = \frac{W \cdot 0.5a, 0.5b, p}{q \cdot p} = \frac{1.722}{\rho h} \frac{1}{p^2 + \left(\frac{\mu}{\rho h} + \mu_1 \omega_0^2 \right) p + \omega_0^2}, \quad (3.11.13)$$

$$A_\omega = \frac{1.722}{\rho h} \frac{1}{\sqrt{\omega_0^2 - \omega^2}^2 + \omega^2 \left(\frac{\mu}{\rho h} + \mu_1 \omega_0^2 \right)^2}, \quad (3.11.14)$$

где ω_0^2 может быть найдено по (3.11.10) при $i = 0$.

Фрагменты АЧХ, рассчитанных с использованием (3.11.12) и (3.11.14), приведены на рис. 3.55. Видно, что совпадение как по амплитуде, так и по частоте резонанса достаточно хорошее.

Используя (3.11.12), можно рассчитать и ФЧХ анализируемого чувствительного элемента. Результаты такого расчета приведены на рис. 3.56. На рис. 3.57 приведены фрагменты фазовой частотной характеристики квадратной кремниевой мембраны с размерами

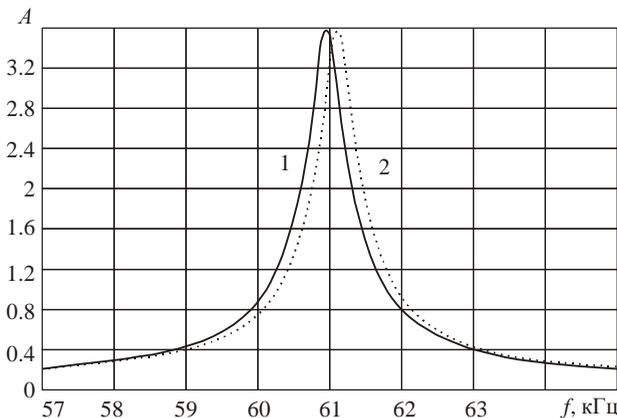


Рис. 3.55. Амплитудные частотные характеристики квадратной мембраны с размерами $2 \times 2 \times 0.018$ мм и добротностью $Q = 130$, рассчитанные по (3.11.12) – кривая 1 и (3.11.13) – кривая 2

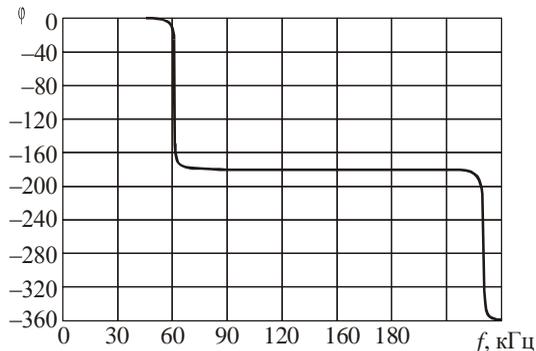


Рис. 3.56. Фазовая частотная характеристика квадратной мембраны с размерами $2 \times 2 \times 0.018$ мм и добротностью $Q = 130$

$2 \times 2 \times 0.018$ мм, рассчитанные с учетом (кривая 1) и без учета взаимодействия различных мод колебаний (кривая 2). Видно, что и в данном случае совпадение вполне приемлемое для инженерных оценок.

Следует отметить, что анализ динамических характеристик упругих элементов микромеханических устройств, отличающихся от прямоугольной формы, во многих случаях также может проводиться с учетом только основной колебательной моды. При этом

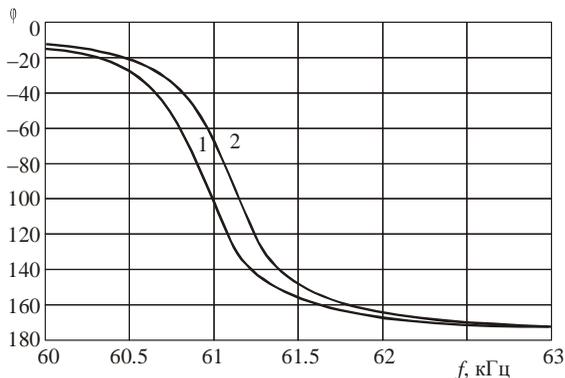


Рис. 3.57. Фазовые частотные характеристики квадратной мембраны с размерами $2 \times 2 \times 0.018$ мм и добротностью $Q = 130$:

1 – с учетом взаимодействия различных мод колебаний,
2 – без учета взаимодействия

поведение плоских упругих элементов из ортотропного материала будет описываться дифференциальным уравнением (3.11.1) и все они будут относиться к колебательным системам второго порядка. Для таких систем передаточная функция имеет вид

$$H(p) = \frac{W(x, y, p)}{q(p)} = \frac{k}{T^2 p^2 + 2dT p + 1} F(x, y). \quad (3.11.15)$$

Она зависит от трех параметров: коэффициента усиления $k = m\omega_0^2$, постоянной времени $T = \omega_0^{-1}$ и коэффициента демпфирования (степени успокоения) $d = 0.5h/\omega_0 = 0.5/Q$. Здесь ω_0 – собственная частота колебательной системы, $0.5h$ – декремент затухания, Q – добротность, $F(x, y) = U_0(x)V_0(y)$.

Обобщенная частотная характеристика в этом случае может быть представлена в виде

$$W(x, y, j\omega) = \frac{k}{-T^2\omega^2 + 2dTj\omega + 1} F(x, y), \quad (3.11.16)$$

АЧХ

$$A(x, y, \omega) = \frac{k}{\sqrt{1 - T^2\omega^2 + 2d^2T^2\omega^2}} F(x, y), \quad (3.11.17)$$

ФЧХ

$$\varphi(\omega) = \arctg\left(\frac{-2dT\omega}{1 - T^2\omega^2}\right). \quad (3.11.18)$$

При этом для треугольного упругого элемента

$$\omega_0 = \frac{55.14h \sqrt{F_2 F_3 D_{11} + F_4 D_{22} + F_5 D_{12} + 2D_{66}}}{S\sqrt{\rho} F_1} / h^3, \quad (3.11.19)$$

где

$$\begin{aligned} F_1 &= \eta^{-4} + 4.702\eta^{-2} + 38.56 + 89.47\eta^2 + 399.3\eta^4, \\ F_2 &= 0.2127\eta^{-4} + \eta^{-2} + 8.201 + 19.03\eta^2 + 84.93\eta^4, \\ F_3 &= \eta^{-4} + 9.794\eta^{-2} + 35.34 + 236.3\eta^2 + 0.1944\eta^{-6}, \end{aligned}$$

$$F_4 = 221\eta^4 + 9.217\eta^{-2} + 33.06 + 117.2\eta^2 + 902.4\eta^6,$$

$$F_5 = 0.7444\eta^{-4} + 3.146\eta^{-2} + 20.97 + 66.06\eta^2 + 414.3\eta^4.$$

В случае равностороннего треугольного упругого элемента из (3.11.19) имеем

$$\omega_0 = \frac{27.4h}{S\sqrt{\rho}} \sqrt{\frac{D_{11} + D_{22} + 0.6667 D_{12} + 2D_{66}}{h^3}}.$$

Для трапецидального упругого элемента

$$\omega_0 = \frac{2.353h}{S\sqrt{\rho}} \sqrt{\frac{D_{11}f_2\eta^{-2} + D_{22}\eta^2 f_4 + D_{12} + 2D_{66} f_3 / h^3}{f_5}}, \quad (3.11.20)$$

где $f_2 - f_4$ определяются (3.7.4), а

$$f_5 = 20.9 + 282n - 476n^2 + 2.3 \cdot 10^5 n^3 - 2.13 \cdot 10^5 n^4 + 2.16 \cdot 10^5 n^5.$$

Для шестиугольного упругого элемента

$$\omega_0 = \frac{1.053h}{S\sqrt{\rho}} \sqrt{\frac{D_{11}F_2\eta^{-2} + D_{22}\eta^2 F_4 + D_{12} + 2D_{66} F_3 / h^3}{F_5}}, \quad (3.11.21)$$

где $F_2 - F_4$ определяются (3.8.3), а

$$F_5 = 4.46 + 1.21n + 0.264n^2 + 1.97n^3 - 2.37n^4 + 0.536n^5 \cdot 10^5.$$

Для упругого элемента эллипсоидальной формы

$$\omega_0 = \frac{3.24h}{ab\sqrt{\rho}} \sqrt{\frac{3D_{11}\eta^{-2} + 3D_{22}\eta^2 + 2 D_{12} + 2D_{66} / h^3}{h^3}}, \quad (3.11.22)$$

где a, b – длины большой и малой полуосей эллипса соответственно.

Для оценки быстродействия микромеханических систем также используют различные параметры. Как правило, они определяют время от начала процесса до какого-либо характерного значения. Поскольку в реальных системах закон изменения действующих на систему измеряемых или управляющих воздействий, а также по-

мех обычно заранее неизвестен, рассматривают реакцию системы на некоторые типовые воздействия, близкие к реальным. Относительно тяжелым для отработки является единичное ступенчатое воздействие, и если удается обеспечить необходимое качество при таком входном сигнале, то система будет удовлетворительно работать и при других воздействиях. Поэтому о качестве работы системы обычно судят по показателям качества переходного процесса.

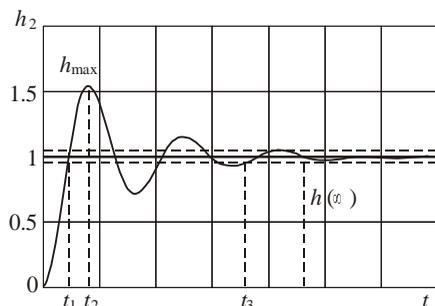


Рис. 3.58. Переходная характеристика колебательной системы

На рис. 3.58 приведена типичная переходная характеристика колебательной системы. Видно, что оценками быстродействия могут служить [31]:

- t_1 – время от начала процесса до первого момента, когда достигается установившееся значение $h(\infty)$;
- t_2 – время достижения первого максимума (данные параметры подходят только для колебательных процессов);
- t_3 – время от начала процесса до момента достижения установившегося значения $h(\infty)$ с ошибкой ($\varepsilon\%$) не более заданной ($t_{уст}(\varepsilon\%)$).

Как уже отмечалось, при создании датчиков для оценки качественных показателей быстропротекающих процессов обычно оперируют такими параметрами, как время установления $t_{уст}(\varepsilon\%)$ и допустимое значение относительного выброса δ переходной характеристики:

$$\delta = \frac{h_{\max} - h(\infty)}{h(\infty)}.$$

Как правило, требование к динамике системы, т. е. к характеру переходных процессов, задают в виде неравенств (оценок переходного процесса)

$$t_{уст}(\varepsilon\%) \leq t_{уст}^* \quad \text{и} \quad \delta \leq \delta^*.$$

Выполнение этих условий и представляет одну из основных задач проектирования. Обычно переходной процесс считают закончив-

шимся, когда выходная величина достигает установившегося значения с ошибкой не более 5%.

На рис. 3.59 приведена нормированная переходная характеристика $h(t)/h(\infty)$ для квадратной кремниевой жестко заземленной мембраны с размерами $2 \times 2 \times 0.018$ мм и добротностью $Q = 26$.

В большинстве случаев аналитическое представление переходной характеристики системы – очень трудоемкая задача, поэтому часто используют косвенные оценки качества переходных процессов.

Отметим некоторые из них для линейных систем.

Так как между переходной характеристикой и составляющими частотной характеристики имеют место соотношения

$$W(j\omega) = R(\omega) + jI(\omega),$$

$$h(t) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} R(\omega) \frac{\sin \omega t}{\omega} d\omega = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} I(\omega) \frac{\cos \omega t}{\omega} d\omega,$$

здесь $R(\omega)$ и $I(\omega)$ – соответственно вещественная и мнимая частотные характеристики (ВЧХ и МЧХ), то:

– начальное значение переходной характеристики равно конечному значению ВЧХ $h(0) = R(\infty)$, а конечное значение переходной характеристики равно начальному значению ВЧХ $h(\infty) = R(0)$;

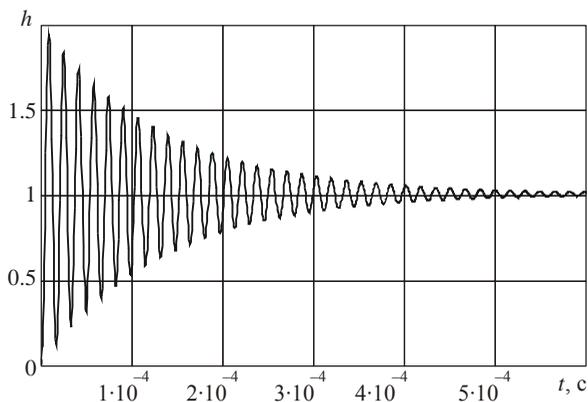


Рис. 3.59. Переходная характеристика квадратной кремниевой жестко заземленной мембраны с размерами $2 \times 2 \times 0.018$ мм и добротностью $Q = 26$

– если $R(\omega)$ является положительной невозрастающей функцией, то значение относительного выброса δ не превысит 18 %;

– если ВЧХ двух систем связаны соотношениями $R_2(\omega) = mR_1(\omega)$ или $R_2(\omega) = m^{-1}R_1(\omega)$, или $R_2(\omega) = R_1(m\omega)$, то переходные характеристики данных систем будут соответственно связывать соотношения $h_2(t) = mh_1(t)$ или $h_2(t) = m^{-1}h_1(t)$, или $h_2(t) = h_1(m^{-1}t)$;

– характеристика $h(t)$ имеет монотонный характер, если $dR(\omega)/d\omega$ представляет собой отрицательную, убывающую по модулю непрерывную функцию;

– время переходного процесса для монотонных процессов приближенно можно оценить по формуле

$$t_{\text{уст}} \approx \frac{(3...5)\pi}{\omega_n},$$

где ω_n определяется выражением $R(\omega_n) = 0$ или $R(\omega_n) = 0.5R(0)$, если ВЧХ всегда положительна;

– начальный участок переходной характеристики соответствует частотной характеристике $W(j\omega) = b_m(j\omega)^m / (j\omega)^n$ интегратора $(n - m)$ -го порядка;

– время попадания в 5 %-ную зону (длительность переходного процесса) можно оценить по соотношению

$$t_{\text{уст}} \ 5\% \cong 3/\eta,$$

где $\eta = \min |\operatorname{Re} \lambda_i|$ – расстояние до мнимой оси ближайшего к ней корня λ_i характеристического уравнения системы. Для системы второго порядка с передаточной функцией (3.11.15) $\eta = d/T$ и $t_{\text{уст}} \ 5\% \cong 3T/d$. Таким образом, в системе второго порядка время переходного процесса зависит не только от постоянной времени T , но и от коэффициента демпфирования d ;

– склонность системы к колебаниям характеризуют величиной колебательности $\mu = \beta_i / \alpha_i$, где α_i и β_i – соответственно вещественная и мнимая части i -го комплексно-сопряженного корня $\lambda_i = -\alpha_i \pm j\beta_i$ характеристического уравнения. При $\mu = 0$ колебания отсутствуют и переходной процесс носит аperiodический ха-

рактически. Обычно допускаемая колебательность системы $\mu \leq 1.57$.

Для систем второго порядка при $d < 1$ $\mu = \sqrt{1-d^2}/d$. Таким образом, коэффициент демпфирования d определяет колебательность системы, а следовательно, и величину относительного выброса δ .

Для колебательных систем второго порядка с учетом (3.11.15) переходная характеристика может быть представлена в виде

$$h(t) = k \left(1 - \frac{\alpha}{\beta} \exp(-\alpha t) \sin \beta t - \exp(-\alpha t) \cos \beta t \right), \quad (3.11.23)$$

отсюда для оценки величины относительного выброса переходной характеристики колебательной системы имеем

$$\delta \cong \exp\left(-\pi \frac{\alpha}{\beta}\right). \quad (3.11.24)$$

3.12. МИКРОМЕХАНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ С ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКИМ УПРАВЛЕНИЕМ

При разработке микромеханических систем возникает необходимость в оценке влияния электростатических полей на поведение упругого элемента. В микроэлектромеханических системах электрическое поле может использоваться, во-первых, для управления движением упругого элемента (микрочлапаны, микрореле, перестраиваемые зеркала и т.п. [32–35]) и, во-вторых, для преобразования механического перемещения в электрический сигнал (емкостные преобразователи, микрофоны, гироскопы) [36–40].

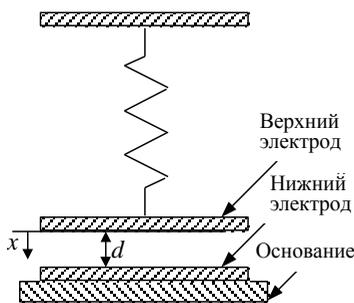


Рис. 3.60. Схема простейшей электромеханической системы

Одной из первых работ по исследованию влияния электрического поля на упругие элементы микроэлектромеханических систем была работа Nathanson и др. [41]. В этой пионерной работе проанализировано поведение простейшей механической системы (рис. 3.60) (mass-spring model) при воздействии электрического поля. Предполагалось, что на верхний электрод действуют только две силы: сила упругости пружины и электростатическая сила. В этом

случае уравнение равновесия (баланс сил) может быть представлено в виде

$$F_{\text{уп}} + F_{\text{эл}} = -kx + \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{2} \left(\frac{V}{d-x} \right)^2 = 0,$$

где k – коэффициент квазиупругой силы, x – величина смещения верхнего электрода от положения равновесия, d – расстояние между электродами, ε_0 – электрическая постоянная, ε – относительная диэлектрическая проницаемость, S – площадь электрода, V – приложенное напряжение. Вводя безразмерные переменные

$$W = \frac{x}{d}, \quad V^* = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{2kd} \left(\frac{V}{d} \right)^2,$$

уравнение равновесия можно представить в следующей форме:

$$W(W-1)^2 = V^*.$$

Зависимость относительного смещения верхнего электрода W от величины приведенного напряжения V^* , рассчитанная с использованием данного выражения, приведена на рис. 3.61. Данная кривая отражает характерные особенности поведения электромеханических систем при изменении управляющего напряжения. Видно, что

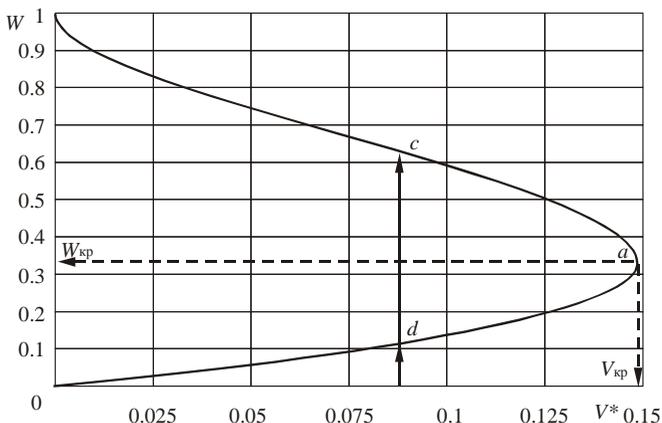


Рис. 3.61. Зависимость относительного смещения верхнего электрода W от приведенного напряжения V^* для электромеханической системы, показанной на рис. 3.60

в интервале $0 - V_{кр}^*$ каждому значению управляющего напряжения соответствуют два состояния системы. При этом нижняя ветвь с $0 \leq W < W_{кр}$ соответствует устойчивому состоянию системы, а верхняя с $W \geq W_{кр}$ – неустойчивому.

Анализируя поведение относительного изменения приращения силы упругости F_1 и электростатической силы F_2

$$F_1 = \frac{1}{F_{уп}} \frac{\partial F_{уп}}{\partial W} = \frac{1}{W}, \quad F_2 = \frac{1}{F_{эл}} \frac{\partial F_{эл}}{\partial W} = \frac{2}{1-W},$$

от величины прогиба W (рис. 3.62), можно видеть, что при изменении прогиба от нуля до $W_{кр}$ превалирует F_1 , а при $W > W_{кр}$ – F_2 . В критической точке (точка «а» на рис. 3.61) $F_1 = F_2$. В результате на участке с $0 \leq W < W_{кр}$ силе упругости удастся скомпенсировать возрастание электростатической силы при случайных флуктуациях системы, приводящих к увеличению прогиба. Однако на участке с $W \geq W_{кр}$ малейшие флуктуации в сторону увеличения прогиба приведут к дальнейшему увеличению прогиба вплоть до $W = 1$ (т. е. до схлопывания электродов), так как в этом случае сила упругости уже не сможет скомпенсировать приращение электростатической

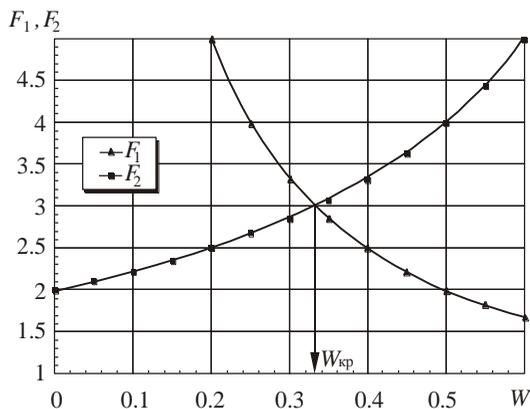


Рис. 3.62. Зависимости относительного изменения приращения силы упругости F_1 и электростатической силы F_2 от величины прогиба W

силы. В критической точке $F_{\text{уп}} + F_{\text{эл}} = 0$ и $\partial F_{\text{уп}} / \partial W + \partial F_{\text{эл}} / \partial W = 0$. Анализ показывает, что для данной системы

$$W_{\text{кр}} = \frac{1}{3}, \quad \text{а} \quad V_{\text{кр}} = \frac{0.183 \cdot 10^6}{S} \sqrt{kSd^3}.$$

После схлопывания система перестает реагировать на изменения управляющего напряжения. В этом случае при уменьшении управляющего напряжения работоспособность системы может быть восстановлена либо с помощью принудительного отрыва упругого элемента от основания, либо при уменьшении управляющего напряжения до нуля.

Если наряду с электростатической силой и силой упругости пружины на верхний электрод действует дополнительная постоянная сила F_0 , не зависящая от смещения подвижного электрода (например, гравитационная сила), то уравнение равновесия представляется в виде

$$F_0 + F_{\text{уп}} + F_{\text{эл}} = F_0 - kx + \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{2} \left(\frac{V}{d-x} \right)^2 = 0.$$

Зависимости относительного смещения верхнего электрода W от величины приведенного напряжения V^* , рассчитанные с использованием данного выражения при различных значениях нормированной силы $Sp = F_0/kd$, приведены на рис. 3.63. Видно, что приложение дополнительной постоянной силы приводит к изменению как критического прогиба, так и критического напряжения. Зависимости критического прогиба и критического напряжения от величины дополнительной силы имеют вид

$$W_{\text{кр}} = \frac{1+2Sp}{3}, \quad V_{\text{кр}}^* = \frac{4}{27} (1-SP)^3.$$

Таким образом, при увеличении силы F_0 , прижимающей подвижный электрод к основанию ($Sp > 0$), $W_{\text{кр}}$ растет, а $V_{\text{кр}}^*$ — уменьшается. При этом рост $W_{\text{кр}}$ в основном определяется появлением начального смещения $W_0 = Sp$, вызванного силой F_0 , приращение же критического смещения, обусловленное электростатической силой, составляет $\Delta W_{\text{кр}} = 1 - Sp / 3$, т. е. уменьшается с увеличением прижимающей силы.

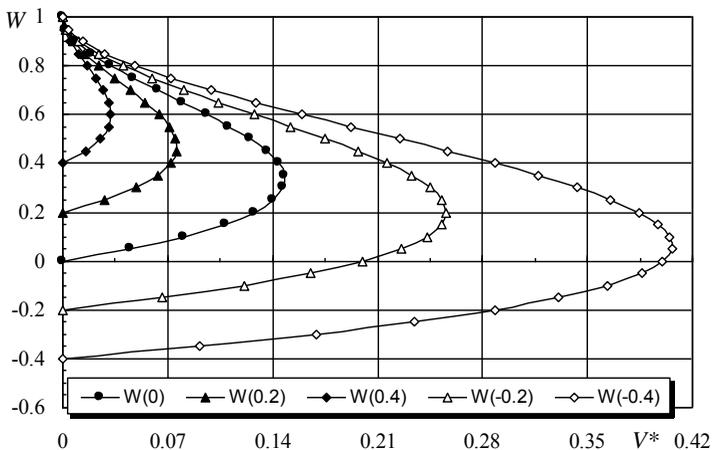


Рис. 3.63. Зависимости относительного смещения верхнего электрода W от приведенного напряжения V^* для электро-механической системы, показанной на рис. 3.60, при значениях нормированной силы Sp – 0.4, – 0.2, 0, 0.2 и 0.4

Явление схлопывания («pull-in instability») – типичное для электро-механических систем с подвижными электродами. Особенности, присущие конкретной системе, могут быть связаны с формой упругого элемента и электродов, зависимостью прогиба от координаты в плоскости, перпендикулярной к смещению, жесткостью системы и ее конструктивными особенностями.

Проведем анализ влияния электрического поля на поведение основных видов упругих элементов, используемых в электро-механических системах [19, 42–44].

На рис. 3.64 представлен фрагмент одной из наиболее распространенных конструкций подвижного узла микроэлектро-механической системы. В случае приложения электрического напряжения

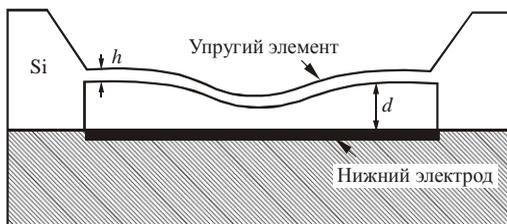


Рис. 3.64. Подвижный узел МЭМС

между упругим элементом – мембраной и нижним электродом упругий элемент прогибается, что и используется для совершения полезной работы. Прогиб мембраны в первую очередь определяется конструкцией упругого элемента (топологией и анизотропией упругих свойств), а также формой и особенностями электродов (наличие диэлектрического покрытия, величина и распределение электрического сопротивления).

При моделировании работы подвижного узла микроэлектромеханической системы необходимо находить самосогласованные решения системы нелинейных дифференциальных уравнений, описывающих распределение электрического поля в зазоре упругий элемент – нижний электрод (уравнение Пуассона) и механические характеристики упругого элемента. В свою очередь наличие точки ветвления существенно затрудняет численные расчеты и делает актуальным поиск аналитических решений.

Ограничимся рассмотрением упругих элементов с малым отношением величины зазора между электродами к длине мембраны. Тогда при оценке распределения напряженности электрического поля под мембраной можно не учитывать искривление силовых линий, а также пренебречь краевыми эффектами.

3.12.1. ИЗГИБ УДЛИНЕННОЙ ПЛАСТИНКИ ПРИ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОМ ВОЗДЕЙСТВИИ

Рассмотрим изгиб прямоугольной пластинки, заделанной по двум противоположным длинным краям (рис. 3.65), при воздействии однородного электрического поля. Примем, что вдоль оси x длина стороны пластинки равна $2a$, а вдоль оси y – равна b , причем $b \gg 2a$. При этом изгибом пластинки вдоль y направления можно пренебречь.

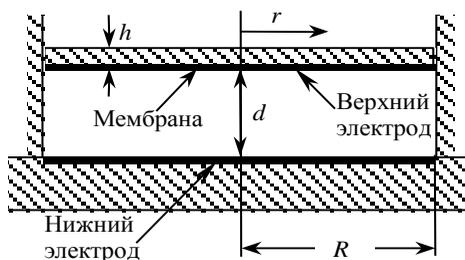


Рис. 3.65. Микромеханическая система с электростатическим управлением

Давление, действующее на пластинку со стороны однородного электрического поля, в данном случае будет равно

$$P_{\text{эл}} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon V^2}{2(d - W(x))^2}, \quad (3.12.1)$$

где $W(x)$ – прогиб пластинки.

Будем полагать, что пластинка относится к классу жестких пластин и прогибы ее достаточно малы ($W \ll h$). Тогда уравнение равновесия принимает вид

$$\frac{\partial^4 W(x)}{\partial x^4} - \frac{P_{\text{эл}}}{D} = 0. \quad (3.12.2)$$

Для случая жесткого защемления кромок прогиб пластинки можно представить в виде

$$W(X) = W_0(X^2 - 1)^2, \quad (3.12.3)$$

где $X = x/a$, а W_0 – прогиб пластинки при $x = 0$.

Решая (3.12.2) с учетом (3.12.3) методом Бубнова – Галеркина, получим уравнение

$$204.8z - F(z)SV = 0, \quad (3.12.4)$$

связывающее прогиб пластинки W_0 с приложенным напряжением V . Здесь $z = W_0/d$, $SV = 4.425 \cdot 10^{-12} 2a^4 V^2 / Dd^3$,

$$F(z) = \frac{2z + \sqrt{z} - 1 F_3(z)F_1(z) + 2\sqrt{z} + 2z - \sqrt{z} - 1 F_4(z)F_2(z)}{8(1-z)\sqrt{z}}, \quad (3.12.5)$$

$$F_{1,2}(z) = \sqrt{\frac{\sqrt{z}}{1 \mp \sqrt{z}}}, \quad F_3(z) = \arctg(F_1(z)), \quad F_4(z) = \text{arcth}(F_2(z)).$$

Зависимость нормированного прогиба W_0/d от величины приведенного электрического напряжения, рассчитанная с использованием (3.12.4), приведена на рис. 3.66 (кривая с $SP = 0$). Анализ показывает, что в данном случае

$$W_{0\text{кр}} \cong 0.397d, \quad SV_{\text{кр}} \cong 70.61, \quad V_{\text{кр}} \cong \frac{4 \cdot 10^6}{(2a)^2} \sqrt{Dd^3}. \quad (3.12.6)$$

Таким образом, по сравнению с простейшей механической системой (mass-spring model, см. рис. 3.60) критический прогиб в данном случае увеличился примерно на 20 % (1.19 раза).

Предположим, что наряду с электростатической силой на пластинку действует равномерно распределенное внешнее давление P . Тогда с использованием (3.12.3) в рамках метода Бубнова – Галеркина можно показать, что (3.12.4) примет вид

$$204.8z - 0.53333Sp - F(z)SV = 0, \quad (3.12.7)$$

здесь $Sp = (2a)^4 P/Dd$. На рис. 3.66 приведены зависимости нормированного прогиба W_0/d для прямоугольной пластинки от величины приведенного электрического напряжения SV при различных значениях нормированного внешнего давления Sp . Видно, что качественно данные зависимости совпадают с аналогичными кривыми (см. рис. 3.63) для простейшей электромеханической системы. Количественные же отличия связаны с появлением зависимости прогиба от координаты x и различиями в нормировке. Анализ (3.12.7) показывает, что в данном случае

$$W_{0\text{кр}} \approx 10.171 - 9.774\sqrt{1 - 0.0003248SP} d, \quad (3.12.8)$$

$$SV_{\text{кр}} \approx 70.6 - 0.465Sp + 0.00088SP^2, \quad (3.12.9)$$

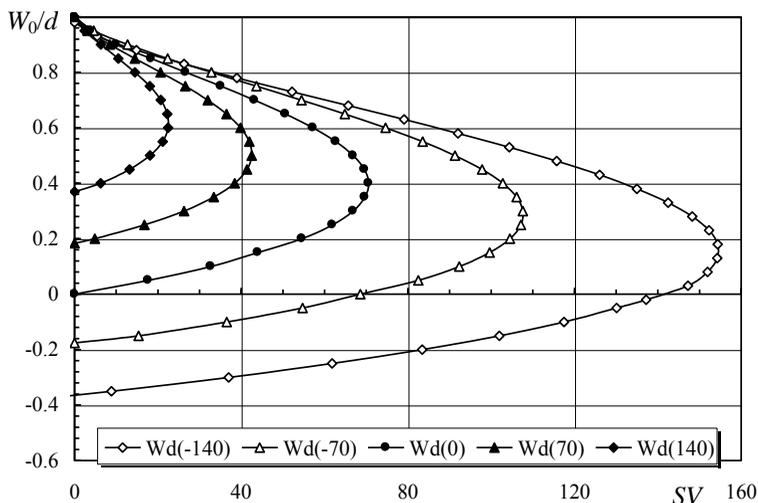


Рис. 3.66. Зависимости нормированного прогиба для прямоугольной пластинки от величины приведенного электрического напряжения SV при значениях нормированного внешнего давления Sp – 140, – 70, 0, 70 и 140

т.е., как и у простейшей электромеханической системы, с увеличением внешнего давления, прижимающего пластинку к основанию, величина критического прогиба растет, а критического напряжения – уменьшается.

3.12.2. ИЗГИБ КРУГЛОЙ МЕМБРАНЫ ПРИ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОМ ВОЗДЕЙСТВИИ

Рассмотрим микромеханическую систему, содержащую плоскую круглую мембрану радиуса R и толщиной h , расположенную на расстоянии d от жесткого основания, как показано на рис. 3.65. Если между мембраной и основанием приложить электрическое напряжение V , то мембрана подвергнется осесимметричному изгибу. Поскольку мы рассматриваем осесимметричный изгиб однородной изотропной мембраны, то все напряжения и деформации в ней будут зависеть только одной координаты r и не будут зависеть от угла.

Давление, действующее на мембрану со стороны однородного электрического поля, в данном случае будет равно

$$P_{\text{эл}} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon V^2}{2 d - W r^2}, \quad (3.12.10)$$

где $W(r)$ – прогиб мембраны.

Если предположить, что мембрана относится к классу жестких пластин и прогибы ее достаточно малы ($W \ll h$), то уравнение равновесия можно представить в виде

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left\{ r \frac{d}{dr} \left[\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dW}{dr} \right) \right] \right\} - \frac{P_{\text{эл}}}{D} = 0. \quad (3.12.11)$$

Уравнение (3.12.11) можно решить лишь приближенными методами или численно. Например, для защемленной по внешнему контуру мембраны, представив $P_{\text{эл}}$ полиномом

$$P_{\text{эл}} \approx \sum_{i=0}^n c_i V^2 r^i \quad (3.12.12)$$

и произведя четыре последовательных интегрирования уравнения (3.12.11), можно получить аналитическое решение (3.12.11) в виде

$$W(r) = \frac{R^2 - r^2}{2D} \sum_{i=0}^n \frac{c_i R^{i+2}}{i+2} - \frac{1}{D} \sum_{i=0}^n \frac{c_i R^{i+4} - r^{i+4}}{i+4}. \quad (3.12.13)$$

В данном подходе вместо проблем, связанных с интегрированием (3.12.11), мы сталкиваемся с необходимостью представления $P_{\text{эл}}$ полиномом до того, как будет найден явный вид $W(r)$.

Для нахождения коэффициентов разложения в (3.12.12) можно, например, воспользоваться методом итераций. В качестве первого приближения используем (3.12.10) с $W(r) = 0$. При этом в выражении (3.12.12) остается только одно слагаемое с $i = 0$, а

$$c_0 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon \cdot V^2}{2d^2}. \quad (3.12.14)$$

Теперь, подставляя (3.12.14) в (3.12.13), $W(r)$ представим в следующем виде:

$$W(r) = \frac{c_0}{64D} (R^2 - r^2)^2. \quad (3.12.15)$$

Данное выражение описывает прогиб мембраны при условии, что $P_{\text{эл}}$ не зависит от $W(r)$ (нулевое приближение), т. е. на мембрану действует постоянное давление $P = c_0$.

Подставляя (3.12.15) в (3.12.10), можно с заданной точностью определить c_i , а следовательно, и $W(r)$ в первом приближении.

Продолжая данную процедуру, $W(r)$ рассчитывают с необходимой точностью. Если $d \geq h$, то обычно достаточно провести всего 3-4 итерации.

На рис. 3.67 приведены зависимости $W(0)_i/h$ от величины приложенного напряжения для рассматриваемой системы с воздушным диэлектриком. Видно, что при $W(0)/h \leq 0.2$ различие между $W(0)_2/h$ и $W(0)_3/h$ составляет менее 5%.

В случае $d < h$ результаты расчетов $W(r)$ итерационным методом могут существенно отличаться от действительности. Дело в том, что в данной системе имеет место положительная обратная связь. Увеличивая напряжение, мы увеличиваем электростатическое давление на мембрану и ее прогиб, что, в свою очередь, до-

полнительно увеличивает электростатическое давление. При достижении критического прогиба $W(0)_{кр}$ возникает неустойчивое состояние системы с $dW/dV = \infty$, в результате дальнейшее малейшее увеличение электрического напряжения приводит к самопроизвольному неограниченному прогибу мембраны, вплоть до ее касания с основанием (происходит «схлопывание» (collapse)). Следует отметить, что в данном процессе существенную роль могут играть нелинейные эффекты и даже разрыв мембраны.

В дальнейшем будет показано, что величина $W(0)_{кр}$ несколько меньше $0.5d$. Поэтому в рамках приближения малых прогибов, когда $W \ll h$ (обычно принимают $W < 0.2h$), при $d \geq h$ в расчетах критическая ситуация автоматически не достигается. В случае же $d < h$ прогиб мембраны может приближаться к $W(0)_{кр}$ (даже в рамках приближения малых прогибов). При этом резко возрастает производная dW/dV , что существенно усложняет представление $P_{эл}$ в виде (3.12.12), так как требуется находить зависимости $c(V)_i$ с большой точностью.

Рассмотрим решение задачи об изгибе жесткой, плоской, круглой, изотропной мембраны под действием однородного электрического поля (3.12.10) методом Бубнова – Галеркина.

Так как в данном случае дифференциальное уравнение срединной поверхности при изгибе жесткой круглой пластины имеет вид

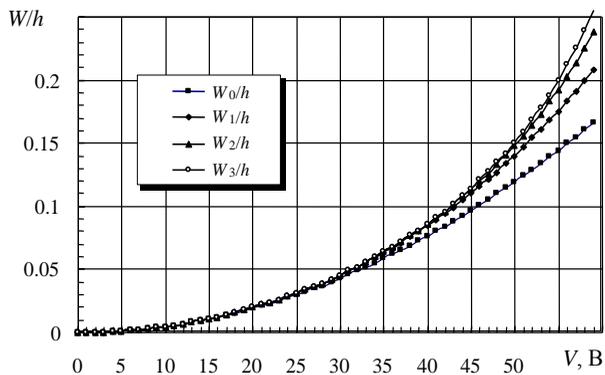


Рис. 3.67. Зависимости $W(0)_i/h$ от величины приложенного напряжения V для электромеханической системы с $R = 5$ мм, $h = d = 20$ мкм, $E = 1.69 \cdot 10^{11}$ Н/м², $\nu = 0.0622$

(3.12.11), то уравнение метода БГ для вариации прогиба $\delta W(r)$ можно представить в виде

$$\int_0^R \left\{ \left[\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left\{ r \frac{d}{dr} \left[\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dW}{dr} \right) \right] \right\} \right] - \frac{P_{эл}}{D} \right\} \cdot \delta W \cdot r \, dr = 0, \quad (3.12.16)$$

В качестве аппроксимирующей функции для прогиба мембраны $W(r)$ будем использовать выражение

$$W(r) = W(0) \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right)^2, \quad (3.12.17)$$

удовлетворяющее граничным условиям жесткого защемления по контуру и совпадающее с точным решением для прогиба жестко защемленной пластинки при воздействии равномерно распределенного поперечного давления P . Подставляя (3.12.17) в (3.12.16), после интегрирования уравнение для определения $W(0)$ можно представить в виде

$$421.104z - \frac{\sqrt{z} + (z-1) \operatorname{arth}\sqrt{z}}{z\sqrt{z} - 1 - z} SV = 0, \quad (3.12.18)$$

где $z = W(0)/d$; $SV = 0.5\epsilon_0\epsilon S^2V^2/Dd^3$, S – площадь мембраны. Решая (3.12.18), найдем $W(0)$, удовлетворяющее данной задаче.

На рис. 3.68 (кривая с $Sp = 0$) приведена зависимость относительного прогиба для центра круглой мембраны от величины нормированного электрического напряжения SV . Данная зависимость является универсальной и позволяет в линейном приближении определить величину прогиба центра для круглой жесткозащемленной мембраны при заданном значении приложенного напряжения. Линейное приближения в данном случае предполагает, что максимальные прогибы не превышают $(0.1 \dots 0.2)h$.

Используя (3.12.18), можно рассчитать значения критического прогиба для центра мембраны $W_{кр}$ (pull-in displacement) и критического напряжения $V_{кр}$ (pull-in voltage). При этом получим, что

$$W_{кр} = 0.464d, \quad V_{кр} = \frac{5.63 \cdot 10^6}{S} \sqrt{d^3 D}. \quad (3.12.19)$$

Таким образом при сделанных допущениях критический прогиб, как и в «mass-spring model», определяется только величиной

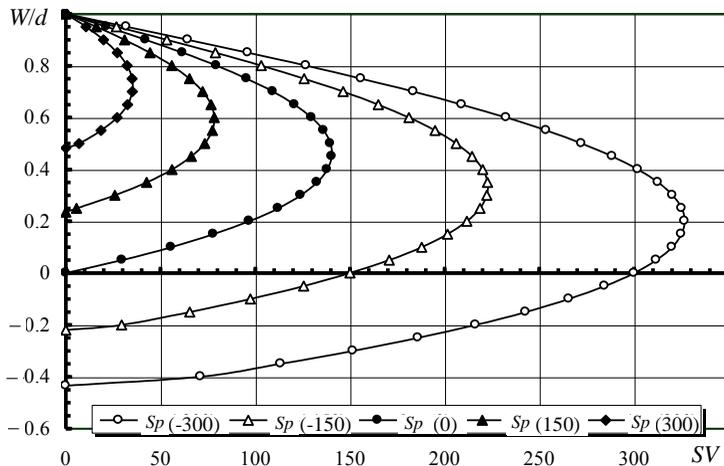


Рис. 3.68. Зависимости нормированного прогиба $W(0)/d$ для круглой мембраны от величины приведенного электрического напряжения SV при разных значениях нормированного внешнего давления Sp – 300, – 150, 0, 150 и 300

зазора между мембраной и жестким основанием. Однако значение $W_{кр}$ для круглой мембраны оказалось в 1.39 раза больше. Критическое же напряжение, как и в рамках простой модели, оказалось зависящим от всех механических характеристик системы и возрастет не только при увеличении зазора d , но и при увеличении жесткости мембраны.

Используя метод БГ, наряду с электрическим полем удастся учесть и воздействие внешнего давления P . При этом второе слагаемое в (3.12.16) принимает вид $(P_{эл} + P)/D$. В результате вместо (3.12.18) получим

$$105.276z - 0.1667Sp - 4z\sqrt{z} - (1-z) - \left[\sqrt{z} + z - 1 \operatorname{arth} \sqrt{z} \right] SV = 0, \quad (3.12.20)$$

здесь $Sp = S^2P/dD$ – нормированное внешнее давление.

Результаты расчета прогибов круглой мембраны при одновременном воздействии электрического поля и внешнего давления приведены на рис. 3.67. При расчете за положительное принимали давление, прижимающее мембрану к жесткому основанию. Видно, что в области устойчивого равновесия внешнее давление приводит

к параллельному сдвигу кривых, изменению $W_{кр}$ и $V_{кр}$. Анализ показывает, что в этом случае

$$W_{кр} = \frac{10.457 + 0.01638Sp}{10.2445 - 0.006898Sp + 12.249\sqrt{1 + 1.0553 \cdot 10^{-6} Sp^2}} d, \quad (3.12.21)$$

$$SV_{кр} = -0.484Sp - 718.872 + 859.534\sqrt{1 + 1.0553 \cdot 10^{-6} Sp^2}. \quad (3.12.22)$$

Зависимости $W_{кр}$ и $SV_{кр}$ от нормированного внешнего давления Sp приведены на рис. 3.69 и 3.70. Видно, что при увеличении внешнего давления величина критического прогиба центра мембраны растет, а критического напряжения – уменьшается, причем рост критического прогиба $W_{кр}$ происходит медленнее, чем увеличивается начальный прогиб центра данной мембраны в отсутствие электрического напряжения. Отметим также, что согласно (3.12.21) в области отрицательных внешних давлений могут наблюдаться отрицательные значения критического прогиба. То есть в случае, когда внешнее давление направлено от основания системы к мембране (действует против электрического поля), при увеличении управляющего напряжения состояние неустойчивого равновесия может быть достигнуто при плоской мембране и даже, когда мембрана выгнута от основания. В свою очередь данный эффект может существенно сказываться при функционировании различного рода компенсационных устройств.

В анализируемой системе (рис. 3.69) часто применяется емкостной способ считывания информации о прогибе упругого элемента.

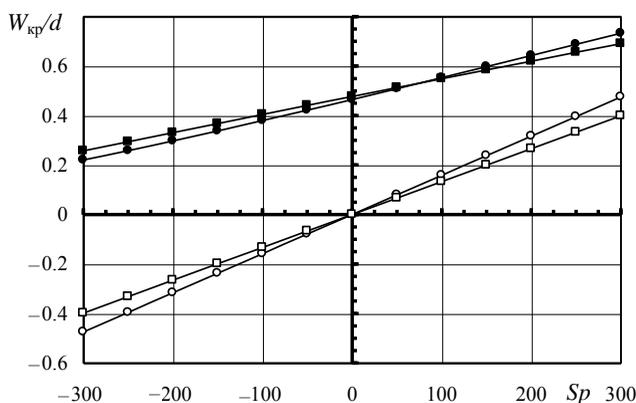


Рис. 3.69. Зависимости критического (●, ■) и максимального ((при $V = 0$) ○, □) прогибов для круглой и квадратной мембраны от величины нормированного внешнего давления Sp

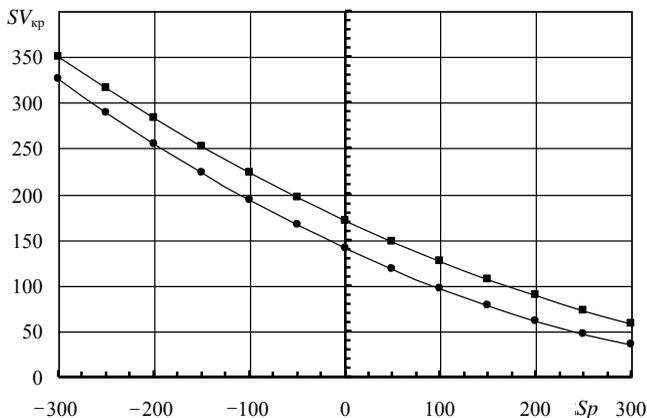


Рис. 3.70. Зависимости критического напряжения для круглой (●) и квадратной (■) мембраны от величины нормированного внешнего давления Sp

Используя (3.12.18), можно рассчитать зависимость изменения емкости системы от величины приложенного (или управляющего) напряжения. Если используются круглые осесимметричные электроды радиуса $G \leq R$, то относительное изменение емкости при изгибе мембраны под действием приложенного напряжения может быть рассчитано по формуле

$$Q(G, V) = \frac{\Delta C}{C_0} = \int_0^G \frac{2\pi r d}{\pi G^2 [d - W r]} dr - 1, \quad (3.12.23)$$

здесь C_0 — емкость системы при $V = 0$.

Так как прогиб мембраны зависит от радиуса, разные области мембраны вносят разный вклад в полное изменение емкости. Чем дальше область электрода от центра мембраны, тем меньший вклад она вносит в полное изменение емкости, тем самым уменьшая относительное изменение емкости (т.е. чувствительность) от приложенного напряжения. Таким образом, изменяя радиус электродов G , можно добиться увеличения чувствительности емкостного преобразователя. На рис. 3.71 приведены зависимости относительного изменения емкости Q от величины приложенного напряжения для системы, показанной на рис. 3.65, рассчитанные с использованием (3.12.23) при различных значениях радиуса электродов G . Видно, что по мере уменьшения радиуса электродов чувствительность

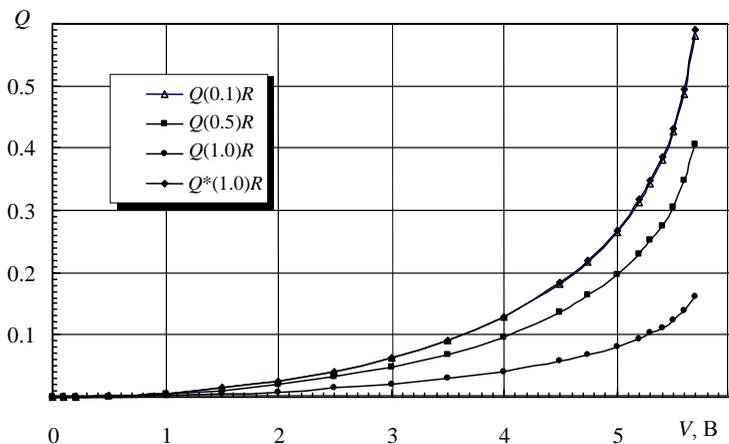


Рис. 3.71. Зависимости относительного изменения емкости Q от величины приложенного напряжения для электромеханической системы с $R = 5$ мм, $d = 4$ мкм, $h = 20$ мкм, $E = 1.69 \cdot 10^{11}$ Н/м², $\nu = 0.0622$ при $G = 0.1R$, $G = 0.5R$ и $G = R$

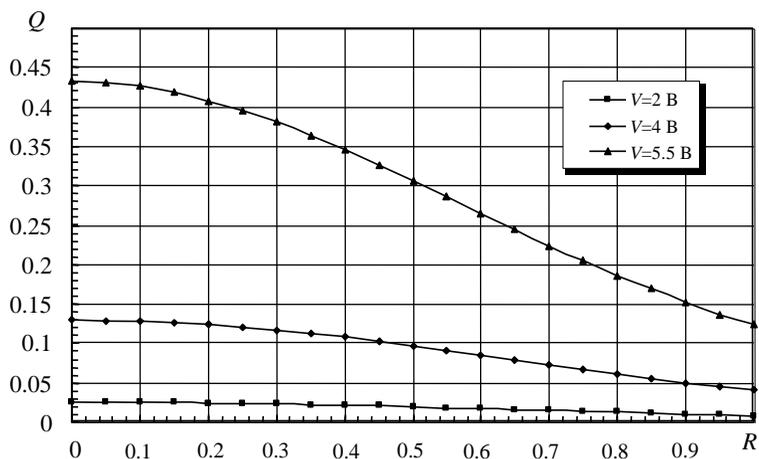


Рис. 3.72. Зависимости относительного изменения емкости Q от величины нормированного радиуса электродов G/R для трех значений управляющего напряжения

преобразователя существенно возрастает. Для сравнения на этом же рисунке приведена зависимость Q^* , соответствующая относительному изменению емкости плоского конденсатора, у которого расстояние между обкладками изменяется при воздействии напряжения как $W(0)$. Видно, что при радиусе электродов $G = 0.1R$ кривая $Q(0.1R)$ практически совпадает с кривой $Q^*(1.0R)$. Анализ показывает, что при радиусе измерительных электродов $G \leq 0.2R$ уменьшение чувствительности системы от максимальной не превысит 6%. На рис. 3.72 приведены зависимости относительного изменения емкости от радиуса электродов для трех значений управляющего напряжения. Из рисунка видно, что в области малых радиусов кривые выходят на насыщение.

3.12.3. ИЗГИБ КВАДРАТНОЙ МЕМБРАНЫ ПРИ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОМ ВОЗДЕЙСТВИИ

Рассмотрим влияние электрического поля на прогиб упругого элемента микроэлектромеханической системы, содержащей плоскую квадратную мембрану (рис. 3.73) толщиной h , расположенную на расстоянии d от жесткого основания, как показано на рис. 3.65. Давление, действующее на мембрану со стороны однородного электрического поля, и в данном случае определяется выражением (3.12.10), но с $W = W(x, y)$. При этом в отличие от случая с круглой мембраной данная задача не сводится к одномерной.

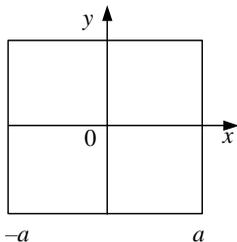


Рис. 3.73. Квадратный упругий элемент

Будем полагать, что мембрана относится к классу жестких пластин и прогибы ее достаточно малы ($W \ll h$). Тогда уравнение равновесия для квадратной изотропной мембраны можно представить в виде

$$X = \left(\frac{\partial^4 W}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 W}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 W}{\partial y^4} \right) - \frac{P_{\text{эл}}}{D} = 0.$$

Для случая жесткого защемления по внешнему контуру представим прогиб квадратной мембраны в виде

$$W(x, y) = W(0,0) \cdot \left[\frac{x}{a} - 1 \right]^2 \left[\frac{y}{a} - 1 \right]^2. \quad (3.12.24)$$

Теперь, используя (3.12.24), в рамках метода БГ можно определить $W(0,0)$ и, следовательно, прогиб мембраны при воздействии электрического поля. Получающееся при этом уравнение для определения $W(0,0)$ оказывается достаточно громоздким и неудобным для практического применения [20]. Однако в интервале $0 \leq W(0,0)/d \leq 0.94$ с погрешностью менее 5 % его можно аппроксимировать выражением

$$0.2178 z^3 - 1.2178 z^2 + z - 0.001307SV = 0, \quad (3.12.25)$$

где $z = W(0,0)/d$.

Анализ (3.12.25) показывает, что в случае упругого элемента квадратной формы значения критического прогиба и критического напряжения можно оценить, используя выражения

$$W_{кр} = 0.477d, \quad V_{кр} = \frac{6.22 \cdot 10^6}{S} \sqrt{d^3 D}. \quad (3.12.26)$$

Сопоставление расчетов для упругого элемента квадратной формы с использованием (3.12.25) с результатами численного анализа [17] показало, что отличие в оценке величины приведенного критического напряжения $SV_{кр}$ не превышает 2 %.

Результаты расчета прогибов квадратного упругого элемента при одновременном воздействии электрического поля и внешнего давления приведены на рис. 3.74. Видно, что и в данном случае учет внешнего давления приводит к параллельному сдвигу кривых в области устойчивого равновесия, а также к изменению $W_{кр}$ и $V_{кр}$. При этом зависимости $W_{кр}$ и $V_{кр}$ от нормированного внешнего давления Sp могут быть представлены в виде

$$W_{кр} = 2.294 + 0.0004431 Sp - \sqrt{3.3022 - 0.001016 Sp + 1.96 \cdot 10^{-7} Sp^2} d, \quad (3.12.27)$$

$$SV_{кр} \cong 171.3882 - 0.01165 Sp + 2.273 \cdot 10^{-5} Sp^2, \quad (3.12.28)$$

здесь $SV = 0.5\epsilon_0\epsilon S^2V^2/Dd^3$, а $Sp = aS^2P/dD$. Данные зависимости показаны на рис. 3.69 и 3.70. Для сравнения на этих приведены и соответствующие зависимости для круглой мембраны одинаковой площади. Видно, что зависимости схожи, однако для квадратной мембраны изменения несколько меньше.

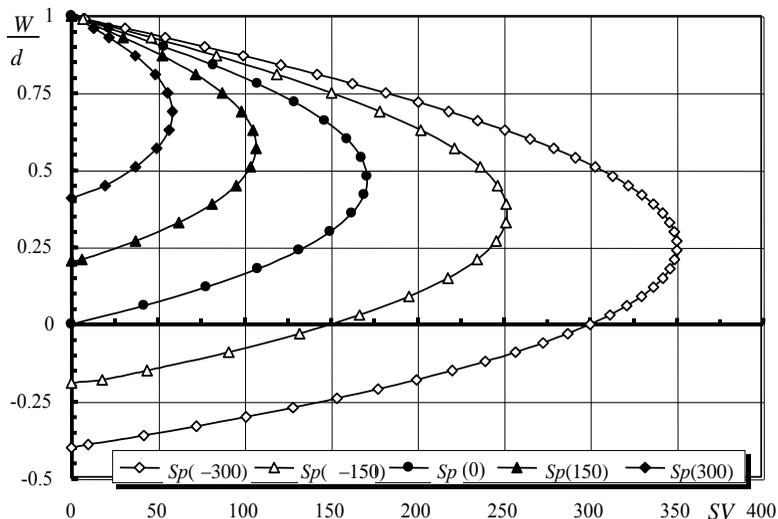


Рис. 3.74. Зависимости нормированного прогиба для квадратной мембраны от величины приведенного электрического напряжения SV при значениях нормированного внешнего давления Sp $-300, -150, 0, 150$ и 300

Используя (3.12.25), можно рассчитать зависимость изменения емкости системы от величины приложенного напряжения. Если для измерения емкости применяются квадратные, расположенные симметрично относительно центра мембраны электроды ширины $2na$, то относительное изменение емкости при изгибе мембраны под действием приложенного напряжения может быть рассчитано по формуле

$$\frac{\Delta C_n}{C_n} \frac{V}{0} = \iint_G \frac{d}{G [d - W(x, y)]} dydx - 1, \quad (3.12.29)$$

здесь $G = 2na^2$ — площадь измерительного электрода.

Так как прогиб мембраны зависит от координаты, разные области мембраны вносят разный вклад в полное изменение емкости. При этом периферийные области вносят меньший вклад в полное изменение емкости, тем самым уменьшая ее относительное изменение (а следовательно, и чувствительность) от приложенного напряжения. На рис. 3.75 приведены зависимости относительного изменения емкости от величины приложенного напряжения для

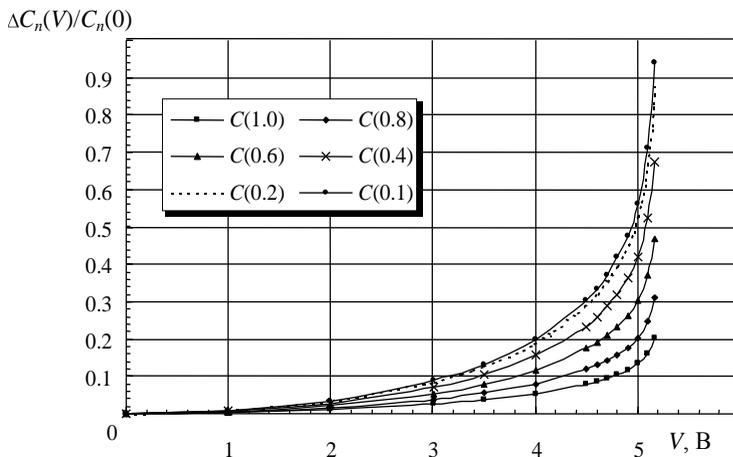


Рис. 3.75. Зависимости относительного изменения емкости от величины приложенного напряжения для электромеханической системы с квадратными электродами ширины $l = 2na$:

$$C \ 1.0 \ -n=1, \ C \ 0.8 \ -n=0.8, \ C \ 0.6 \ -n=0.6, \ C \ 0.4 \ -n=0.4, \\ C \ 0.2 \ -n=0.2 \ \text{и} \ C \ 0.1 \ -n=0.1$$

электромеханической системы с квадратной мембраной, рассчитанные с использованием (3.12.29) при различных значениях площади электродов Gn . При расчетах принимали $a = 5$ мм, $d = 4$ мкм, $h = 20$ мкм, $E = 1.69 \cdot 10^{11}$ Н/м² и $\nu = 0.0622$. Видно, что по мере уменьшения размеров электродов (уменьшения n) чувствительность преобразователя существенно возрастает. Анализ показывает, что при ширине квадратных измерительных электродов $l \leq 0.2 \ 2a$ уменьшение чувствительности системы становится практически несущественным.

3.12.4. ИЗГИБ ТРЕУГОЛЬНОЙ МЕМБРАНЫ ПРИ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОМ ВОЗДЕЙСТВИИ

Как уже отмечалось, в настоящее время технологии микроэлектроники позволяют создавать упругие элементы не только круглой и квадратной, но и другой формы [19]. Используя метод БГ, можно провести анализ поведения MEMS, имеющих упругий элемент практически любой формы [43]. Например, полагая, что упругий элемент имеет форму равностороннего треугольника со сторонами

длиной $2a$, жесткозашемленного по контуру, в качестве пробной функции можно выбрать функцию вида

$$W(x, y) = A_{00}y^2[(y - \sqrt{3}a)^2 - 3x^2]^2. \quad (3.12.30)$$

Тогда в рамках сделанных ранее приближений выражение для нормированного прогиба центра мембраны удастся представить в следующем виде:

$$260.62z^3 - 1445.2z^2 + 1184.6z - SV = 0, \quad (3.12.31)$$

где $z = W(0,0)/d$. Отсюда получим, что

$$W_{кр} = 0.477d, \quad V_{кр} = \frac{7.73 \cdot 10^6}{S} \sqrt{d^3 D}. \quad (3.12.32)$$

Кроме того, при учете внешнего давления можно показать, что

$$W_{кр} = 1.8485 + 0.0002904SP - 1.379\sqrt{1 - 2.822 \cdot 10^{-4}SP + 4.43 \cdot 10^{-5}SP^2} d; \quad (3.12.33)$$

$$SV_{кр} \cong 264.58 - 0.49086Sp + 2.535 \cdot 10^{-4}Sp^2 - 2.368 \cdot 10^{-8}Sp^3, \quad (3.12.34)$$

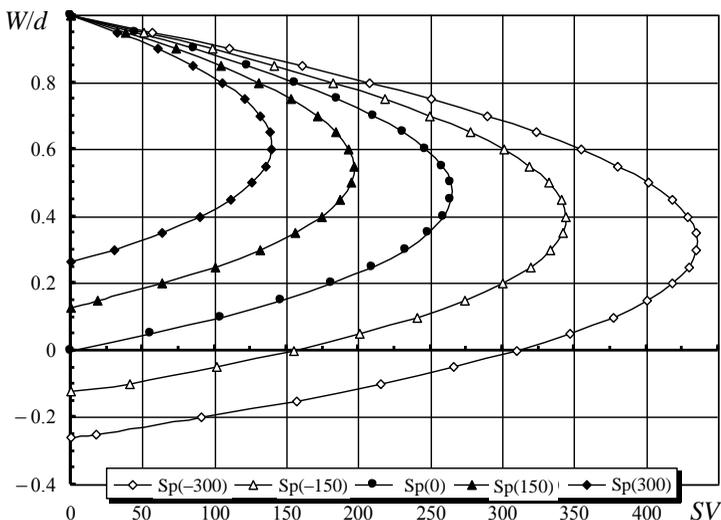


Рис. 3.76. Зависимости нормированного прогиба для треугольной мембраны от величины приведенного электрического напряжения SV при значениях приведенного внешнего давления $Sp - 300, -150, 0, 150, 300$

здесь $SV = 0.5\varepsilon_0\varepsilon S^2V^2 / Dd^3$, а $Sp = PS^2 / dD$. Соответствующие зависимости, рассчитанные с использованием (3.12.31), (3.12.33) и (3.12.34), показаны на рис. 3.76 – 3.78. Видно, что данные зависимости подобны соответствующим характеристикам для упругих элементов

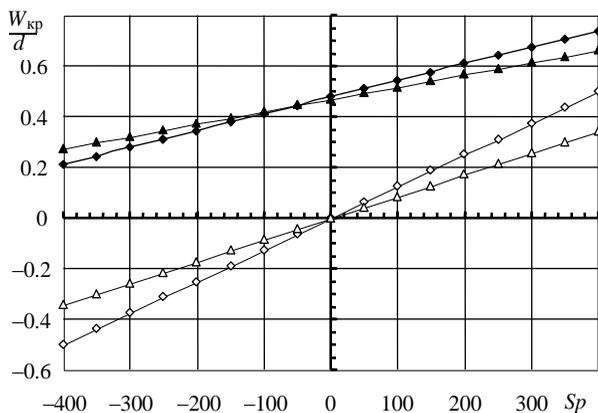


Рис. 3.77. Зависимости критического (▲, ◆) и максимального при $V = 0$ (△, ◇) прогиба для треугольной и шестиугольной мембран от величины нормированного внешнего давления Sp

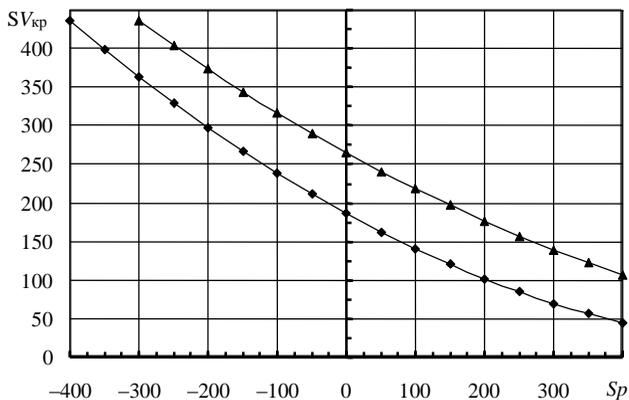


Рис. 3.78. Зависимости критического напряжения для треугольной (▲) шестиугольной (◆) мембран от величины нормированного внешнего давления Sp

круглой и квадратной формы. Однако для достижения одинаковых прогибов в случае треугольного упругого элемента требуются существенно большие электрические напряжения и внешние давления.

3.12.5. ИЗГИБ ШЕСТИУГОЛЬНОЙ МЕМБРАНЫ ПРИ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОМ ВОЗДЕЙСТВИИ

Полагая, что упругий элемент имеет форму шестиугольника (рис. 3.79), жесткозашемленного по контуру, в качестве пробной функции можно выбрать функцию

$$W(X_1, X_2) = W_0 \left(X_2^2 - 1 \right)^2 \times \left[X_2^2 - n^2 - X_1^2 \right]^2 \left[X_2^2 - n^2 + X_1^2 \right]^2, \quad (3.12.35)$$

где $X_1 = x/a$ и $X_2 = y/b$, $n = c/a$.

Рассматривая влияние электрического поля на MEMS (см. рис. 3.65) с шестиугольным упругим элементом, в рамках метода БГ выражение для нормированного прогиба центра мембраны при $n = 0.5$ можно представить в виде

$$193.6z - z^2 - 2\eta^{-2} + 1 + 1.125\eta^2 - SV \left(1 + 1.125z + .0724z^2 + .251z^3 \right) = 0, \quad (3.12.36)$$

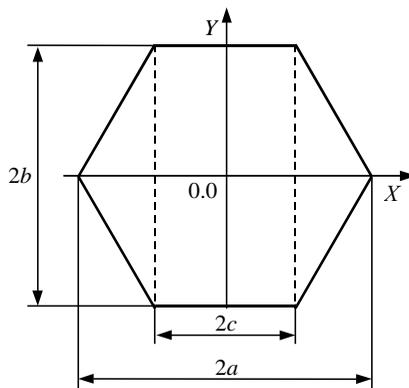


Рис. 3.79. Топология шестиугольного упругого элемента

где $z = W / d$, $\eta = b/a$. Анализ (3.12.36) показывает, что для упругого элемента в форме шестиугольника

$$W_{кр} = 0.477d, \quad (3.12.37)$$

а

$$V_{кр} = 3.19 \cdot 10^6 \sqrt{(2\eta^{-2} + 1 + 1.125\eta^2)} d^3 D / S.$$

Согласно (3.12.37) минимальное $V_{кр}$ будет у мембраны с $\eta \approx 1.155$.

Если наряду с электрическим полем на упругий элемент действует и внешнее давление P , то выражение для критического прогиба при $\eta = 1$ можно представить в виде

$$W_{кр} = -13.3 + 13.7767 \sqrt{1 + 9.579 \cdot 10^5 Sp} d. \quad (3.12.38)$$

При этом для критического напряжения получим

$$SV_{кр} = 186.1 - 0.49 \cdot Sp + 3.4 \cdot 10^{-4} Sp^2. \quad (3.12.39)$$

Результаты расчета прогибов упругого элемента с $\eta = 1$ и $n = 0.5$ при одновременном воздействии электрического поля и внешнего давления приведены на рис. 3.79. Зависимости $W_{кр}/d$ и $SV_{кр}$ для шестиугольного упругого элемента от величины нормированного внешнего давления Sp при $\eta = 1$ и $n = 0.5$ приведены на рис. 3.80 и 3.81. На рис. 3.80 представлена также зависимость прогиба центра данной мембраны от величины нормированного внешнего давления Sp при отсутствии электрического поля. Видно, что качественно зависимости для шестиугольного упругого элемента аналогичны соответствующим зависимостям для круглого, квадратного и треугольного упругих элементов.

Следует отметить, что при проектировании электромеханических систем необходимо принимать во внимание дополнительные ограничения, связанные с возможностью электрического пробоя между электродами. В воздухе при нормальных условиях (температуре $T = 297$ К и давлении $P = 760$ мм рт. ст.) напряженность электрического поля, при которой возникает пробой воздушного промежутка, составляет порядка 30 кВ/см. Однако при уменьшении давления и расстояния между электродами эта величина может заметно возрастать.

В теории электромеханических систем оправдал себя феноменологический подход к определению предельных электрических

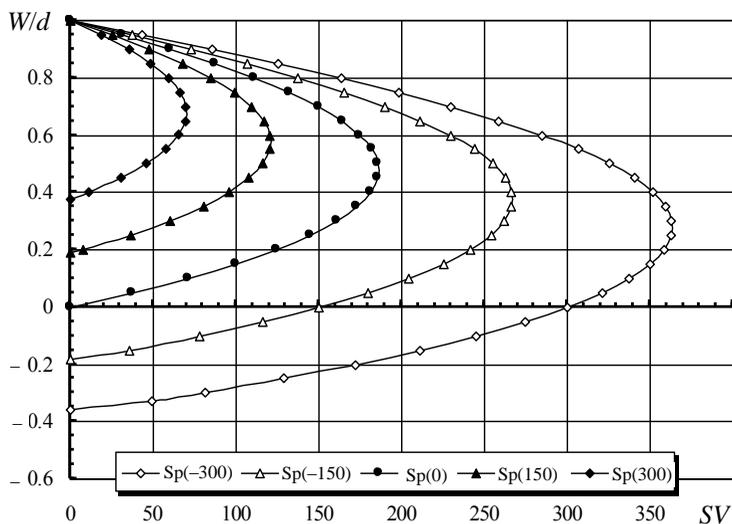


Рис. 3.80. Зависимости нормированного прогиба $W(0,0)/d$ для шестиугольной мембраны от величины приведенного электрического напряжения SV при значениях нормированного внешнего давления Sp – 300, – 150, 0, 150, 300

напряжений, основанный на аппроксимации экспериментальных зависимостей электрического пробоя микронных промежутков при широком наборе материалов электродов и разных условиях технологической подготовки. В частности удобной является аппроксимация вида [45]

$$V_{\text{пр}} \approx A \frac{kd}{1+kd} + Bkd, \quad (3.12.40)$$

где в случае заполнения пробивного промежутка d сухим воздухом при нормальном давлении: $A = 198$ В, $B = 2$ В, $k = 10^7 \text{ м}^{-1}$, а в случае вакуума – $A = 257$ В; $B = 25$ В; $k = 7.1 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$. Наибольшая ошибка данной аппроксимации составляет +40...–10% при $0 \leq d \leq 4$ мкм и $\pm 20\%$ при $4 \leq d \leq 20$ мкм (знак «+» здесь означает, что экспериментально определенные напряжения пробоя лежат выше аппроксимирующей кривой).

ЛИТЕРАТУРА

1. Kovacs G.T.A. Micromachined Transducers Sourcebook. – Boston: WCB / McGraw-Hill Companies Inc, 1998. – 911 p.
2. Tufte O.N., Chapman P.W., Long D. Silicon diffused-element piezoresistive diaphragms // J. of Appl.Phys. – 1962. – Vol. 33, № 11. – P. 3322.
3. Кальнус В.Ю. Кремниевые диффузионные тензопреобразователи мембранного типа: Дис. ... канд. техн. наук. – Новосибирск: НЭТИ, 1975. – 158 с.
4. Шадрин В.С., Кальнус В.Ю., Гридчин В.А. Тензочувствительная кремниевая мембрана // Приборы и техника эксперимента. – 1975. – № 2. – С. 185–186.
5. Heuberger A. Mikromechanik. – В.: Springer-Verlag, 1991. – 501 p.
6. Тимошенко С.П., Войновский-Кригер С. Пластинки и оболочки. – М., 1963. – 635 с.
7. Филоненко-Бородич М.М. Теория упругости. – М., 1959.
8. Гридчин В.А. Расчет интегральной тензочувствительной мостовой схемы на круглой мембране // Физика и техника полупроводников. – Новосибирск: НЭТИ, 1974. – С. 120–133.
9. Гридчин В.А., Минкевич Л.М. Расчет напряжений квадратного кремниевого упругого элемента интегрального тензопреобразователя // Физические основы полупроводниковой тензометрии. – Новосибирск: НЭТИ, 1981. – С. 130–137.
10. Гридчин В.А. Расчет механических напряжений в прямоугольном упругом элементе интегрального тензопреобразователя // Полупроводниковая тензометрия. Физические и технологические проблемы. – Новосибирск: НЭТИ, 1986. – С. 38–45.
11. Bourouina T., Vauge C. Variational method for tensile stress evaluation and application to heavily borondoped square-shaped silicon diaphragms // Sensors and Actuators: A. – 1995. – Vol. 49. – P. 21–27.
12. Kanda Y. Optimum design considerations for silicon pressure sensor using a four-thermal gauge // Sensors and Actuators: A. – 1983. – Vol. 4. – P. 199–206.
13. Steinmann R. et al. Mechanical behavior of micromachined sensor membranes under uniform external pressure affected by in-plane stresses using a Ritz method and Hermite polynomials // Sensors and Actuators: A. – 1995. – Vol. 48. – P. 37–46.
14. Falk S. Das Verfahren von Rayleigh-Ritz mit hermiteschen Interpolationspolinomen // Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik. – 1963. – Н. 4-5. – S. 149–166.
15. Gridchin V., Lee J.H., Gridchin A., Gribov A., Berdinsky A., Shaporin A. Comparison of Ritz and Finite Element method for stress analysis of silicon Elastic Elements // KORUS 99. The 3 Korean – Russian Intern. Symp. on Science and Technology: Proc. – 1999. – Vol. 2. – P. 647–651.
16. Драгунов В.П., Ворошилов В.П. Моделирование характеристик мембранных чувствительных элементов нетрадиционной формы // Актуал. проблемы электрон. приборостроения: Тр. IV Междунар. конф. АПЭП-98. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 1998. – Т.4. – С. 97–101.
17. Francais O., Dufour I. Normalized abacus for the global behavior of diaphragms: pneumatic, electrostatic, piezoelectric or electromagnetic // J. of Modeling and Simulation of Microsystems. – 1999. – Vol. 1, № 2. – P. 149–160.
18. Dragunov V.P., Voroshilov V.P. Mechanical behaviour of membranes' micromachined sensor under uniform pressure // KORUS 99. The 3 Korean – Russian Intern. Symp. on Science and Technology: Proc. – 1999. – Vol. 2. – P. 657–660.

19. *Dragunov V.P., Voroshilov V.P.* Optimization of the arrangement of the piezoresistors on the elastic elements of the nontraditional form // KORUS 2000. The 4 Korean-Russian Intern. Symp. on Science and Technology / Univ. of Ulsan, Republic of Korea. – Ulsan 2000. – Pt 2. – P. 240–243.

20. *Dragunov V.P.* A simple technique for the simulation of capacitive pressure transducers // Актуальные проблемы электронного приборостроения: Мат. VI Междунар. конф., АПЭП-2002. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2002. – Т. 1. – С. 11 – 15.

21. *Драгунов В.П., Ворошилов В.П.* Оптимизация расположения тензорезисторов на (110) мембранном чувствительном элементе // Актуальные проблемы электронного приборостроения: Тр. V Междунар. конф. АПЭП-2000. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2000. – Т. 4. – С. 32–33.

22. *Бидерман В.Л.* Механика тонкостенных конструкций. Статика. – М.: Машиностроение, 1977. – 488 с.

23. *Драгунов В.П.* Нелинейность упругих элементов микромеханических систем // Микросистемная техника. – 2004. – № 5. – С. 21–27.

24. *Драгунов В.П.* Расчет передаточной характеристики прямоугольного упругого элемента интегрального тензопреобразователя // Радиотехника, электроника, физика: Сб. науч. тр. – Новосибирск: НГТУ, 1996. – С. 93 – 99.

25. *Драгунов В.П., Парлюк А.В.* Применение методов дискриминации для идентификации интегральных датчиков // Сб. науч. тр. НГТУ. – Новосибирск, 2001. – № 3. – С. 76–82.

26. *Драгунов В.П., Парлюк А.В.* Идентификация динамических характеристик датчиков давления с использованием метода максимального правдоподобия // Науч. вестн. НГТУ. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2001. – № 2(11). – С. 43–52.

27. *Голосков Е.Г., Филиппов А.П.* Нестационарные колебания деформируемых систем. – Киев: Наук. думка, 1977. – 338 с.

28. *Филиппов А.П.* Колебания деформируемых систем. – М.: Машиностроение, 1970. – 736 с.

29. *Яковлев О.В.* Вибрационно-частотный преобразователь давления // Датчики на основе технологии микроэлектроники / МД НТП им. Ф.Э. Дзержинского. – М., 1989. – С. 102–105.

30. *Драгунов В.П.* Анализ прогиба полупроводниковых мембран в нелинейном приближении // Датчики и преобразователи информации систем измерения, контроля и управления: Материалы IX науч.-техн. конф. – М.: МГИЭМ, 2002. – С. 84–85.

31. *Востриков А.С., Французова Г.А.* Теория автоматического управления. Линейные системы: Учеб. пособие. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 1997. – 123 с.

32. *Fischer M. et al.* Electrostatically deflectable polysilicon micromirrors – dynamic behavior and comparison with the results from FEM modeling with ANSYS // Sensors and Actuators: A. – 1998. – № 67. – P. 89–95.

33. *Oosterbroek R.E. et al.* A micromachined pressure/flow-sensor // Sensors and Actuators: A. – 1999. – № 77. – P. 167–177.

34. *Francais O., Dufour I.* Normalized abacus for the global behavior of diaphragms: pneumatic, electrostatic, piezoelectric or electromagnetic actuation // J. of Modeling and Simulation of Microsystems. – 1999. – Vol. 1, N 2. – P. 149–160.

35. *Yang F., Kao I.* Analysis of fluid flow and deflection for pressure-balanced MEMS diaphragm valves // Sensors and Actuators: A. – 2000. – № 79. – P. 13–21.

36. Wang Q., Ko W. H. Modeling of touch mode capacitive sensors and diaphragms // *Sensors and Actuators: A.* – 1999. – № 75. – P. 230–241.
37. Hussam Eldin A. Elgamel A simple and efficient technique for the simulation of capacitive pressure transducers // *Sensors and Actuators: A.* – 1999. – № 77. – P. 183–186.
38. Bao M. et al. Effects of electrostatic forces generated by the driving signal on capacitive sensing devices // *Sensors and Actuators: A.* – 2000. – № 84. – P. 213–219.
39. Rombach P. et al. The first low voltage, low noise differential silicon microphone, technology development and measurement results // *Sensors and Actuators: A.* – 2002. – № 95. – P. 196–201.
40. Ayazi F., Najafi K. A HARPSS Polysilicon Vibrating Ring Gyroscope // *J. of Microelectromechanical Systems.* – 2001. – Vol. 10, № 2. – P. 169–179.
41. Nathanson H.C. et al. The resonant gate transistor // *IEEE Tras. On Electron Devices.* – 1967. – № 14. – P. 117–133.
42. Драгунов В.П. Микромеханические системы с электростатическим управлением // *Научный вестник НГТУ.* – 2003. – № 1(14). – С. 61–72.
43. Драгунов В.П. Влияние формы упругого элемента на характеристики микроэлектромеханических систем // *Микромеханическая техника.* – 2004. – № 1. – С. 20–27.
44. Драгунов В.П. Нелинейная модель упругого элемента МЭМС // *Микро-системная техника.* – 2004. – № 6. – С. 21–28.
45. Дятлов В.Л., Коняшкин В.В., Потапов Б.С. Электромеханические емкостные среды в интегральном исполнении // *Пленочная электромеханика.* – Новосибирск, 1991. – Вып. 143. – С. 19–45.



ГЛАВА 4

ТЕНЗОРЕЗИСТИВНЫЙ ЭФФЕКТ В МОНОКРИСТАЛЛИЧЕСКОМ КРЕМНИИ

Для построения сенсоров механических величин (давлений, усилий, ускорений и вибраций) широко применяются два эффекта: тензорезистивный и емкостной. Суть емкостного метода состоит в изменении емкости конденсатора из-за смещения одного из его электродов под влиянием измеряемого механического воздействия. Здесь кремний используется как конструкционный материал, из которого методами микросистемной технологии формируется конденсатор. Особенности емкостных сенсоров будут рассмотрены в следующих главах.

В большинстве сенсоров механических величин используется тензорезистивный эффект (в иностранной литературе – эффект пьезосопротивления), состоящий в изменении сопротивления проводника под действием деформации. В технике тензорезистивный эффект в металлической проволоке и фольге начал применяться с 40-х годов прошлого столетия. Для цилиндрического или прямоугольного однородного проводника длиной l , сечением S и удельным сопротивлением ρ относительное изменение сопротивления под действием одноосного напряжения (например, растяжения) равно

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta l}{l} - \frac{\Delta S}{S} + \frac{\Delta \rho}{\rho}.$$

Тензорезистивный эффект может быть охарактеризован коэффициентом тензочувствительности, равным отношению относительного изменения сопротивления к продольной деформации

$\varepsilon = \Delta l / l$ проводника: $K = (\Delta R / R) / \varepsilon$. Изменение сечения проводника под действием нагрузки может быть представлено в виде

$$\frac{\Delta S}{S} = -2\nu \frac{\Delta l}{l},$$

где ν – коэффициент Пуассона. Изменение сопротивления проводников также пропорционально деформации

$$\frac{\Delta \rho}{\rho} = m\varepsilon,$$

где m – константа эластосопротивления, зависящая от свойств вещества. Учитывая это, коэффициент тензочувствительности может быть представлен в виде

$$K = 1 + 2\nu + m.$$

Здесь величина $1 + 2\nu$ характеризует вклад в изменение сопротивления проводника от изменения его геометрии; эластосопротивление m отражает зависимость физических свойств от деформации.

Экспериментальное значение K для применяемых в технике металлов или сплавов (например, нихром, константан) составляет 2...2.5. Поскольку коэффициент Пуассона для различных материалов лежит в пределах 0.3...0.6, геометрический фактор $1 + 2\nu$ равен 1.6...2.2. Это означает, что вклад изменения удельного сопротивления в коэффициент тензочувствительности для металлов мал. Причины этого явления будут рассмотрены ниже. Геометрический фактор $1 + 2\nu$ практически не зависит от температуры и очень стабилен во времени. Из-за этого металлические проволочные и фольговые тензорезисторы широко применяются до сих пор, несмотря на малое значение коэффициента тензочувствительности.

Экспериментальные исследования влияния всестороннего (гидростатического) сжатия на сопротивление показало, что кремний малочувствителен к этому виду воздействий. Изменение сопротивления пропорционально давлению

$$\frac{\Delta \rho}{\rho_0} = K_p P,$$

где K_p – объемный коэффициент пьезосопротивления. Для n -кремния с удельным сопротивлением $11.7 \text{ Ом} \cdot \text{см}$ $K_p = 4.6 \cdot 10^{-11} \text{ Па}^{-1}$,

т.е. при давлении 1000 атм. изменение сопротивления составляет 0.4 % [1].

В 1954 году S. Smit, сотрудник лаборатории Bell, [2] установил, что под действием анизотропной деформации (например, одноосного растяжения или сжатия), меняющей симметрию кристаллической решетки, важнейшие проводники – кремний и германий – обнаруживают сильное изменение сопротивления. Коэффициент тензочувствительности при комнатной температуре составляет по абсолютной величине 120...180 и зависит от типа проводимости, кристаллографического направления приложенной нагрузки, от степени легирования и температуры. Причиной большой чувствительности к анизотропным деформациям у кремния и германия является сильное изменение удельного сопротивления. Коэффициент эластосопротивления оказывается значительно больше, чем геометрический фактор, $m \gg 1 + 2\nu$. Открытие Смита сразу сделало кремний и германий перспективными материалами для создания механических сенсоров. Первоначально оба эти материала использовались для создания приклеиваемых тензорезисторов. Однако развитие микроэлектронной техники показало, что для механических сенсоров лучше подходит именно кремний. Для того чтобы разобраться в причинах высокой чувствительности кремния к анизотропным деформациям, необходимо рассмотреть его фундаментальные свойства, в частности влияние деформации на энергетический спектр, что будет сделано ниже.

4.1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О КРЕМНИИ

Кремний является элементом четвертой группы периодической системы Д.И. Менделеева и имеет порядковый номер 14. Электроны в атоме распределены по состояниям следующим образом:

$$1S^2 2S^2 2P^6 3P^4.$$

Первая цифра – номер энергетического уровня, латинские буквы характеризуют квадрат момента количества движения электрона вокруг ядра: $M^2 = \hbar^2 l(l+1)$. Здесь \hbar – постоянная Планка; l – орбитальное число, $l = 0, 1, 2, \dots$. Для S -состояния $l = 0$, для P -состояния $l = 1$. Цифра в показателе латинской буквы показывает, сколько электронов имеет данное значение M^2 на указанном энергетическом уровне. Третий энергетический уровень является ва-

лентным, и валентность кремния равна 4. Более высокие энергетические уровни в обычных условиях являются пустыми.

При объединении атомов кремния в кристалл образуется упорядоченная кристаллическая решетка, имеющая структуру алмаза. В решетке такого типа каждый атом помещен в центре правильного тетраэдра и окружен четырьмя ближайшими атомами, находящимися в его вершинах (рис. 4.1, где тетраэдр выделен штриховыми линиями). Решетку алмаза можно рассматривать как наложение двух гранецентрированных решеток, сдвинутых друг относительно друга на $1/4$ пространственной диагонали [3]. Из рассмотрения расположения выделенного атома кремния и его ближайших соседей неясно, какой симметрией в целом обладает кристаллическая решетка. Принято выделять кубическую ячейку с размером стороны $a = 5,42 \text{ \AA}$, которая принимается за элементарную ячейку кремния (рис. 4.1). Из 18 атомов, показанных на рисунке, одной элементарной ячейке принадлежат только восемь, учитывая, что у атома, расположенного в вершине куба, элементарной ячейке принадлежат лишь $1/8$ его часть, а у атома, расположенного на грани, – половина. Кристалл, построенный из элементарных ячеек, изображенных на рис. 4.1, обладает кубической симметрией.

Согласно принципу Неймана, такую же симметрию должны иметь и физические свойства кристалла, например электропроводность или упругость кремния [4].

Расположение кристаллических плоскостей, в которых находятся атомы, удобно характеризовать не в абсолютных единицах – в ангстремах, микронах или сантиметрах, а в относительных. Для этой цели широко используются индексы Миллера h, k, l . Будем измерять отрезки, отсекаемые кристаллографической плоскостью на осях системы координат $x_1x_2x_3$, связанной со сторонами элементарной ячейки, в единицах постоянной решетки a_1, a_2, a_3 вдоль указанных осей. Пусть S_1, S_2, S_3 – соответствующие числа. Составим соотношения $1/S_1 : 1/S_2 : 1/S_3$ и выразим их через отношение трех наи-

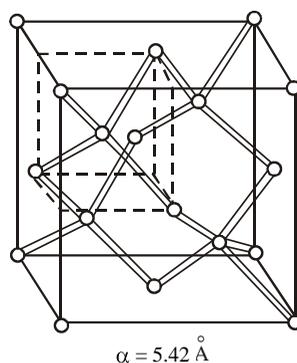


Рис. 4.1. Элементарная ячейка кремния

меньших целых чисел, которые и называются индексами Миллера для плоскости:

$$\frac{1}{S_1} : \frac{1}{S_2} : \frac{1}{S_3} = h : k : l.$$

На рис. 4.2 показана ориентация важнейших кристаллических плоскостей и приведены их индексы Миллера. Заданные индексы определяют не одну, а целое семейство параллельных плоскостей. Совокупность физически эквивалентных плоскостей обозначается символом $\{hkl\}$, примером могут служить шесть граней куба $100 : [100], [\bar{1}00], [00\bar{1}], [010], [0\bar{1}0], [001]$. Отрицательное значение какого-либо индекса Миллера или проекции направления обозначается чертой над индексом.

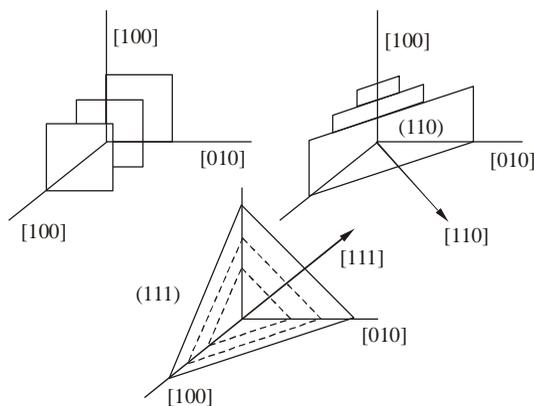


Рис. 4.2. Основные кристаллографические плоскости кремния

Направление прямо в кристалле, проходящей через атом, указывается символом uvw , где u, v, w – координаты первого относительно начала координат атома, измеренные в единицах постоянной решетки. Например, ось, проходящая в направлении объемной диагонали куба первого октанта, имеет индексы $[111]$ (рис. 4.2). Физически эквивалентные направления в кристалле обозначаются индексами u, v, w . В кремнии направление $[hkl]$ перпендикулярно к плоскости с такими же значениями индексов Миллера.

При объединении атомов в кристалл энергетические уровни изолированного атома превращаются в энергетические зоны. В

этом случае состояние отдельного электрона удобно описывать, указывая его энергию и декартовы проекции волнового вектора k_1, k_2, k_3 . Модуль волнового вектора равен

$$|\bar{k}| = \frac{2\pi}{\lambda},$$

где λ – длина волны де Бройля движущегося электрона, а направление волнового вектора совпадает с направлением перемещения электрона. Вместо волнового вектора для характеристики состояний электрона можно использовать квазимпульс \bar{P} , определяемый соотношением

$$\bar{P} = \hbar\bar{k},$$

где \hbar – постоянная Планка.

Из всех энергетических зон, возникающих в кристалле, для описания электрофизических свойств кремния основное значение имеют валентная зона и зона проводимости, которые образовались из валентного уровня $N=3$ и следующего уровня с номером $N=4$. Валентная зона и зона проводимости разделены зазором, или запрещенной зоной, являющейся важнейшим параметром полупроводника. Для кремния ширина запрещенной зоны составляет 1.12 эВ при температуре 300 К.

Периодическое распределение атомов в кристалле приводит к тому, что зависимость энергии электронов от волнового вектора также становится периодической. Для описания поведения электронов достаточно рассматривать только те значения волнового вектора, которые принадлежат первому периоду этой зависимости. Соответствующая область волновых векторов (она называется зоной Бриллюэна) имеет вид многогранника, изображенного на рис. 4.3. Его форма определяется кристаллографической структурой кремния [5].

В пределах зоны Бриллюэна зависимость энергии электрона от волнового вектора имеет сложный вид (рис. 4.4). Однако для описания большинства электрофизических характеристик кремния важна лишь малая часть зависимости $E = E(\bar{k})$, лежащая вблизи дна зоны проводимости (точка Δ_1) или потолка валентной зоны (точка Γ_{25}) шириной около $3k_0T$, где k_0 – постоянная Больцмана; T – температура.

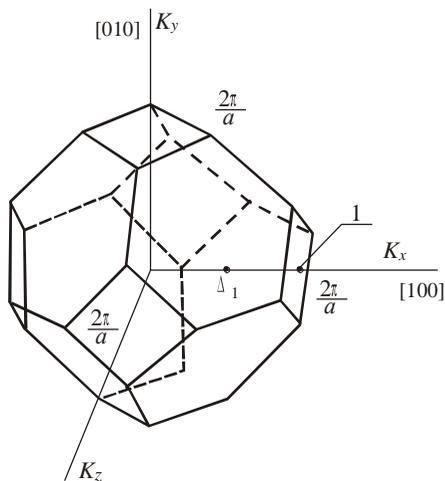


Рис. 4.3. Первая зона Бриллюэна для кремния

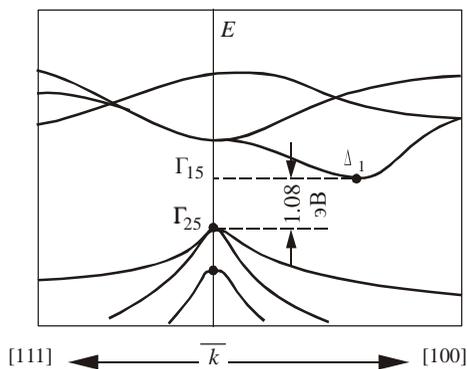


Рис. 4.4. Зависимость энергии от волнового вектора для кремния

Точка 1, лежащая на краю зоны Бриллюэна, соответствует волновому вектору $\left[\frac{2\pi}{a}, 0, 0\right]$ а точка $\Delta_1 - \left[\approx \frac{3\pi}{2a}, 0, 0\right]$. Обычно для краткости $2\pi/a$ опускается и эти же точки обозначаются 100 и $\left[\frac{3}{4}00\right]$. Минимумы дна зоны проводимости Δ_1 находятся на осях семейства $\langle 100 \rangle$, и таких точек всего шесть.

Для описания энергетического спектра кремния вблизи точек Δ_1 и Γ_{25} лучше всего использовать систему координат, связанную с осями [100]. В этой системе энергия электрона вблизи дна зоны проводимости, например для минимума 1, зависит от волнового вектора квадратичным образом:

$$E = E_0 + \frac{\hbar^2}{2} \left[\frac{k_1 - k_{01}}{m_{11}^*} + \frac{k_2^2 + k_3^2}{m_{22}^*} \right], \quad (4.1.1)$$

здесь E_0 – энергия дна минимума; k_{01} – проекция волнового вектора дна минимума на ось 1; m_{11}^*, m_{22}^* – эффективные массы электрона. Эти величины учитывают влияние внутрикристаллических полей на движение электронов. Эффективные массы определяются через зависимость энергии от волнового вектора:

$$\frac{1}{m_{ii}^*} = \frac{1}{\hbar^2} \left(\frac{\partial^2 E}{\partial k_i^2} \right)_{\bar{k}=\bar{k}_0}, \quad i=1,2,3. \quad (4.1.2)$$

Для других минимумов зависимости $E = E(\bar{k})$ аналогичны (4.1.1) с соответствующей заменой индексов у проекции волнового вектора и эффективных масс.

Для наглядного изображения энергетического спектра используют и изоэнергетические поверхности. Если в (4.1.1) положить $E = \text{const}$ и $E > E_0$, то изоэнергетическая поверхность отдельного минимума окажется эллипсоидом вращения. На рис. 4.5 приведены эти поверхности всех шести минимумов дна зоны проводимости кремния, расположенных на осях [100].

Эффективная масса вдоль оси вращения эллипсоида (параллельная компонента m_{\parallel}^*): $m_{\parallel}^* = 0.91m_0$, а поперек этой оси (поперечная компонента массы m_{\perp}^*): $m_{\perp}^* = 0.19m_0$, где m_0 – масса свободного электрона. Отношение $K_m = m_{\parallel}^* / m_{\perp}^*$ характеризует анизотропию масс в минимуме, которая для кремния достаточно велика и равна 4.76. В недеформированном кремнии

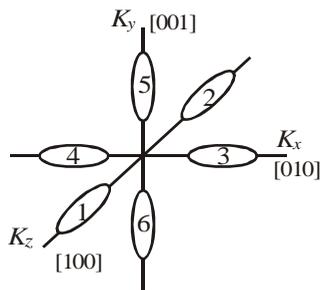


Рис. 4.5. Изоэнергетические поверхности дна зоны проводимости кремния

все шесть минимумов совершенно равноправны и одинаково заполнены электронами.

Зависимость энергии электронов от волнового вектора – энергетический спектр – в валентной зоне имеет сложный характер. Вблизи потолка зоны эта зависимость имеет вид [6]

$$E = E_0 - Ak^2 \pm \sqrt{B^2k^4 + C^2(k_1^2k_2^2 + k_1^2k_3^2 + k_3^2k_3^2)}, \quad (4.1.3)$$

где A, B, C – параметры спектра, равные $A = 4.1 \frac{\hbar^2}{2m_0}$, $B = 1.6 \frac{\hbar^2}{2m_0}$,

$C = 3.3 \frac{\hbar^2}{2m_0}$; E_0 – энергия потолка валентной зоны, который находится

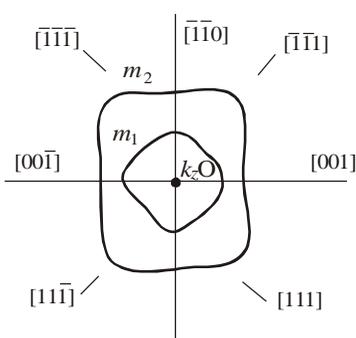


Рис. 4.6. Изоэнергетические поверхности зоны тяжелых m_2 и легких m_1 дырок кремния в сечении по плоскости (110) в k -пространстве

в точке $\bar{k} = 0$; m_0 – масса свободного электрона; k_1, k_2, k_3 – декартовы проекции волнового вектора.

В точке $\bar{k} = 0$ энергетический спектр дважды вырожден. Изоэнергетические поверхности валентной зоны имеют вид гофрированных поверхностей (рис. 4.6). Эффективная масса, определяемая по соотношению (4.1.2), меняется от точки к точке. Выражение (4.1.3) для энергетического спектра является сложным для расчетов и при теоретическом анализе его очень часто упрощают.

Если произвести изотропное усреднение зависимости (4.1.3) по разным направлениям в k -пространстве, то гофрированную поверхность можно приближенно заменить сферической [7]:

$$E = E_0 - \left(A \pm \sqrt{B^2 + \frac{1}{5}C^2} \right) k^2. \quad (4.1.4)$$

При таком усреднении эффективная масса является скалярной величиной

$$m^* = \frac{\hbar^2}{2 \left(A \pm \sqrt{B^2 + \frac{1}{5}C^2} \right)}. \quad (4.1.5)$$

При температуре $T = 0$ энергетические уровни валентной зоны полностью заняты, а уровни зоны проводимости пусты. При более высоких температурах некоторое количество электронов, пропорциональное $\exp\left(-\frac{\Delta E}{2k_0T}\right)$, где ΔE – ширина запрещенной зоны, термически возбуждается из валентной зоны в зону проводимости, где электроны могут перемещаться под влиянием электрического поля.

Когда валентная зона полностью заполнена электронами, электрический ток не возникает, так как электроны, разгоняясь электрическим полем, должны увеличивать свою энергию и, следовательно, переходить на другой уровень. Квантово-механический принцип Паули запрещает нахождение на одном энергетическом уровне больше двух электронов. Это приводит к тому, что хотя электрическое поле и действует на электроны, но последние на него не реагируют.

При температурах $T > 0$ часть электронов термически возбуждается из валентной зоны в зону проводимости и появляются незаполненные уровни, так что внешнее электрическое поле, приложенное к полупроводниковому кристаллу, может ускорять электроны и заставляет переходить их на пустые уровни. Число незаполненных уровней растет по мере роста температуры, но все-таки остается значительно меньше, чем общее число электронов в валентной зоне. Перенос заряда в такой почти заполненной зоне удобно описывать как движение квазичастиц, называемых дырками и имеющих положительный заряд и эффективную массу, равную эффективной массе электрона в данном состоянии. Число дырок равно числу незаполненных уровней в валентной зоне.

В соответствии с выражениями (4.1.3), (4.1.4) в кремнии существуют два вида дырок:

тяжелые

$$m_{\Gamma}^* = \frac{\hbar^2}{2\left(A - \sqrt{B^2 + \frac{1}{5}C^2}\right)},$$

легкие

$$m_{\Gamma_1}^* = \frac{\hbar^2}{2\left(A + \sqrt{B^2 + \frac{1}{5}C^2}\right)}.$$

В кремнии эффективные массы дырок соответственно равны $m_T^* = 0.5m_0$, $m_H^* = 0.16m_0$.

Помимо зон тяжелых и легких дырок валентная зона имеет и третью зону, отделенную от первых двух энергетическим зазором E_{S0} . Для этой зоны зависимость энергии от волнового вектора имеет вид

$$E_S = E_0 - E_{S0} - Ak^2.$$

Для кремния $E_{S0} = 0.035$ эВ. В обычных расчетах приближенно считается, что дырок в третьей зоне нет из-за зазора E_{S0} .

Весь применяемый в технике кремний является примесным, т. е. его специально легируют, вводя ту или иную примесь. Примесь изменяет концентрацию носителей заряда и проводимость кристалла в целом. Для легирования кремния применяются элементы третьей и пятой групп периодической системы: В, Al и P, As, Sb. Эти примеси создают локализованные энергетические уровни вблизи потолка валентной зоны или дна зоны проводимости. Энергия ионизации, отсчитанная от соответствующей зоны для некоторых примесей, приведена на рис. 4.7.

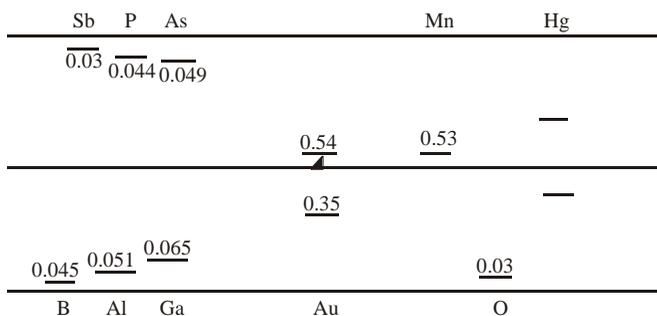


Рис. 4.7. Энергетические уровни примесей в кремнии

Элементы пятой группы отдают четыре электрона для связи с другими атомами кремния, а остающийся пятый электрон легко отрывается от примесного атома, увеличивая число электронов в зоне проводимости. Элементы пятой группы для кремния являются донорами, из них наибольшее применение получил фосфор.

Элементы третьей группы имеют на валентной оболочке три электрона, поэтому одна связь атома кремния, расположенного ря-

дом с примесным атомом, не будет завершена. На незаполненную связь может перейти электрон от другого атома кремния, и таким образом возникают отрицательно заряженный ион примеси и незаполненная валентная связь – дырка, которая может участвовать в переносе тока по валентной зоне. Элементы третьей группы в кремнии являются акцепторами, из них в технике наибольшее распространение получил бор.

Вводя различное количество донорной или акцепторной примеси, можно управлять числом электронов в зоне проводимости и дырок в валентной зоне. Если число электронов много больше числа дырок ($n \gg p$), то кристалл кремния имеет проводимость n -типа, при обратном соотношении ($p \gg n$) имеем кристалл p -типа. Практически концентрация электронов и дырок в кремниевых полупроводниковых приборах лежит в диапазоне $1 \cdot 10^{15} \dots 3 \cdot 10^{20} \text{ см}^{-3}$.

Средняя энергия теплового движения электронов и дырок в зонах, если их не слишком много, составляет $\frac{3}{2}k_0T$ (если отсчитать энергию от края зоны). Эта энергия при комнатной температуре сравнима с энергией ионизации донорных или акцепторных атомов E_u , поэтому можно считать, что атомы примеси полностью ионизированы. Такое приближение становится слишком грубым, когда температура кристалла низкая и $k_0T < E_u$.

При повышении степени легирования среднее расстояние между примесными атомами уменьшается и атомы примеси начинают взаимодействовать друг с другом. В этом случае вместо одиночного уровня возникает примесная зона, а энергия ионизации примеси уменьшается. При концентрациях примеси $2 \dots 4 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$ энергия ионизации примеси обращается в нуль и свободные электроны или дырки имеются даже при температурах, близких к абсолютному нулю.

4.2. ВЛИЯНИЕ ДЕФОРМАЦИИ НА ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ СПЕКТР ЭЛЕКТРОНОВ И ДЫРОК В КРЕМНИИ

Под действием механической нагрузки кристалл кремния деформируется и расстояние между соседними атомами меняется. Это приводит к изменению энергетического спектра электронов и дырок. Практически наибольший интерес представляет изменение энергии состояний вблизи минимумов дна зоны проводимости и

потолка валентной зоны. Поскольку характер изменения энергетического спектра для электронов и дырок различен, рассмотрим отдельно зону проводимости и валентную зону.

4.2.1. ВЛИЯНИЕ ДЕФОРМАЦИИ НА ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ СПЕКТР ЗОНЫ ПРОВОДИМОСТИ КРЕМНИЯ

При описании изменения энергии электронов вблизи дна зоны проводимости хорошим приближением является модель «жестких» минимумов. В этой модели все состояния вблизи любого минимума изменяют энергию так же, как и состояние, отвечающее дну минимума. При таком подходе форма изоэнергетических поверхностей остается неизменной, а эффективные массы – постоянными.

Величины деформаций, выдерживаемых кремнием без разрушения, не превосходят $1 \cdot 10^{-2}$. Для таких деформаций можно считать с хорошим приближением, что смещение дна зоны проводимости пропорционально деформации. Но деформация так же, как и механическое напряжение, является тензорной величиной, и это накладывает определенные особенности на математическое описание смещений минимумов.

С точки зрения изменения энергетического состояния все компоненты тензора деформации равноправны, поэтому изменение энергии i -го минимума описывается линейным соотношением вида

$$\Delta E_i = E \bar{k}_{0i} - E_0 = \sum_{\alpha, \beta=1}^3 \Xi_{\alpha\beta}^{(i)} \varepsilon_{\alpha\beta}, \quad (4.2.1)$$

здесь ΔE_i – энергетический сдвиг (смещение) i -го минимума; $\varepsilon_{\alpha\beta}$ – тензор деформации кремния; $\Xi_{\alpha\beta}^{(i)}$ – набор коэффициентов, которые образуют тензор второго ранга, именуемый тензором потенциалов деформации i -го минимума.

Учет симметрии кристаллической структуры показывает, что все компоненты $\Xi_{\alpha\beta}^{(i)}$ можно выразить через две независимые постоянные Ξ_d и Ξ_u :

$$\Xi_{\alpha\beta}^{(i)} = \Xi_d \delta_{\alpha\beta} + \Xi_u l_{\alpha}^{(i)} l_{\beta}^{(i)}, \quad (4.2.2)$$

где $\delta_{\alpha\beta}$ – символ Кронекера; $l_{\alpha}^{(i)}$ – декартова проекция единичного вектора i -го минимума.

Таблица 4.1

Нумерация минимумов дна зоны проводимости и значения векторов $l_\alpha^{(i)}$

l^N	1	2	3	4	5	6
l_1	1	-1	0	0	0	0
l_2	0	0	1	-1	0	0
l_3	0	0	0	0	1	-1

В табл. 4.1 приведена нумерация минимумов дна зоны проводимости и значения векторов $l_\alpha^{(i)}$ (см. рис. 4.5).

Для того чтобы показать смысл постоянных Ξ_d и Ξ_u , рассмотрим два вида деформации кристалла. Например, если кристалл все-сторонне сжат (гидростатическое сжатие), то тензор деформации имеет вид

$$\varepsilon_{\alpha\beta} = \begin{vmatrix} -\varepsilon & 0 & 0 \\ 0 & -\varepsilon & 0 \\ 0 & 0 & -\varepsilon \end{vmatrix}.$$

Пусть нас интересует сдвиг 1-го минимума, для которого тензор $\Xi_{\alpha\beta}^{(1)}$ имеет форму

$$\Xi_{\alpha\beta}^{(1)} = \begin{vmatrix} \Xi_d + \Xi_u & 0 & 0 \\ 0 & \Xi_d & 0 \\ 0 & 0 & \Xi_d \end{vmatrix}.$$

Применяя соотношение (4.2.1), для энергетического сдвига получаем выражение

$$\Delta E^{(1)} = -3\varepsilon \left(\Xi_d + \frac{1}{3}\Xi_u \right). \quad (4.2.3)$$

Если же кристалл подвергается деформации чистого сдвига, то тензор деформаций имеет вид

$$\varepsilon_{\alpha\beta} = \begin{vmatrix} -\varepsilon & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\varepsilon}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\varepsilon}{2} \end{vmatrix}.$$

В этом случае смещение 1-го минимума

$$\Delta E^{(1)} = \Xi_u \varepsilon.$$

Из последнего соотношения видно, что постоянная Ξ_u имеет смысл энергетического сдвига минимума под действием деформации чистого сдвига. Постоянная Ξ_d необходима для описания смещения минимума под влиянием всестороннего сжатия.

В табл. 4.2 приведены значения постоянных Ξ_d и Ξ_u для кремния [8].

Т а б л и ц а 4.2

Константы сдвигов энергетических уровней кремния

Ξ_d , эВ	Ξ_u , эВ	Метод измерения
6.0±0.8	9.0 ± 0,4	По циклотронному резонансу
–	11.4 ± 1,1	Метод пьезосопротивления
3.4	8.6 ± 0.6	По циклотронному резонансу

При действии всестороннего сжатия симметрия кристаллической решетки не нарушается, поэтому все шесть минимумов дна зоны проводимости смещаются одинаково на величину (4.2.3) и распределение электронов между минимумами не изменяется. Иная картина получается при действии анизотропной деформации.

Пусть на кристалл кремния, вырезанный параллельно кристаллографическим плоскостям $\{100\}$, действует одноосная механическая нагрузка F , например, вдоль оси $[100]$. Тензоры механических напряжений и деформаций при этом имеют вид

$$T_{\alpha\beta} = \frac{F}{Q} \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}, \quad \varepsilon_{\alpha\beta} = \frac{F}{Q} \begin{vmatrix} S_{11} & 0 & 0 \\ 0 & S_{12} & 0 \\ 0 & 0 & S_{12} \end{vmatrix},$$

здесь S_{11}, S_{12} – элементы матрицы упругих податливостей (см. гл. 2); Q – площадь кристалла.

Приложенная механическая нагрузка изменяет симметрию кристаллической ячейки, превращая ее из куба в прямоугольный па-

раллелепипед. Это находит свое отражение в смещении минимумов. Расчет по формулам (4.2.1), (4.2.2) дает

$$\Delta E_1 = \Delta E_2 = \left[\Xi_d S_{11} + 2S_{12} + \Xi_u S_{11} \right] \frac{F}{Q},$$

$$\Delta E_3 = \Delta E_4 = \Delta E_5 = \Delta E_6 = \left[\Xi_d S_{11} + 2S_{12} + \Xi_u S_{12} \right] \frac{F}{Q}. \quad (4.24)$$

Первое слагаемое в (4.2.4) описывает смещение дна зоны проводимости, одинаковое для всех минимумов. Второе слагаемое приводит к частичному снятию вырождения, в результате чего между минимумами возникает зазор, равный

$$\Delta E = \Delta E_1 - \Delta E_3 = \Xi_u S_{11} - S_{12} \frac{F}{Q}.$$

Анизотропная деформация нарушает эквивалентность минимумов по энергии, что приводит к перетеканию электронов из верхних минимумов в нижние. Если кристалл кремния сжимается, то энергия для минимумов 1 и 2 уменьшается, а остальных увеличивается (рис. 4.8).

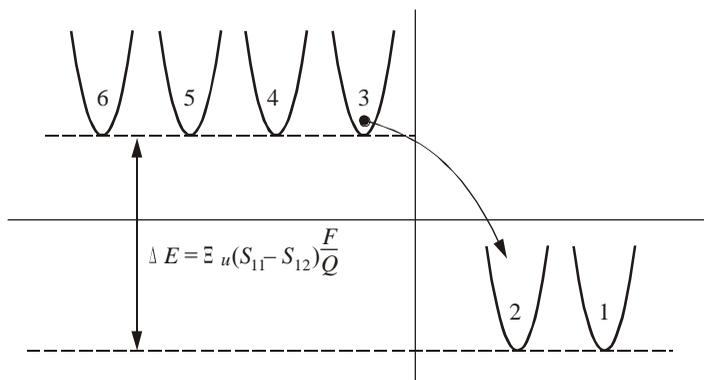


Рис. 4.8. Смещение минимумов для зоны проводимости кремния при одноосной нагрузке сжатия $F \parallel [100]$;

Зазор между минимумами пропорционален деформации и по порядку величины может превосходить среднюю тепловую энергию электронов. Это приводит к сильному изменению ряда физических свойств кремния, в частности его электропроводности.

4.3. ВЛИЯНИЕ ДЕФОРМАЦИИ НА ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ СПЕКТР ВАЛЕНТНОЙ ЗОНЫ КРЕМНИЯ

Структура энергетического спектра вблизи потолка валентной зоны существенно сложнее, чем у дна зоны проводимости, даже в недеформированном кремнии. Деформация полупроводника делает это отличие еще более заметным. Влияния деформации на энергетический спектр дырок в кремнии и германии было детально рассмотрено Г.Е. Пикусом и Г.Л. Биром [9]. Используя теорию возмущений, они получили следующее выражение для энергетического спектра при наличии деформации:

$$E_{1,2} = Ak^2 + a\Delta \pm \sqrt{\xi_k + \xi_{\varepsilon k} + \xi_{\varepsilon}}, \quad (4.3.1)$$

где $\xi_k = B^2k^4 + C^2 k_1^2k_2^2 + k_1^2k_3^2 + k_2^2k_3^2$;

$$\xi_{\varepsilon} = \frac{b^2}{2} \left[\varepsilon_{11} - \varepsilon_{22} \quad ^2 + \varepsilon_{11} - \varepsilon_{33} \quad ^2 + \varepsilon_{22} - \varepsilon_{33} \quad ^2 \right] + d^2 \varepsilon_{12}^2 + \varepsilon_{13}^2 + \varepsilon_{23}^2$$

$$\xi_{\varepsilon k} = Bb \left[3 k_1^2 \varepsilon_{11} + k_2^2 \varepsilon_{22} + k_3^2 \varepsilon_{33} - k^2 \Delta \right] +$$

$$+ 2Dd \left[k_1 k_2 \varepsilon_{12} + k_1 k_3 \varepsilon_{13} + k_2 k_3 \varepsilon_{23} \right];$$

$$\Delta = \varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33}.$$

В приведенных формулах A, B, C – зонные параметры, причем $D^2 = C^2 + 3B^2$; a, b, c – константы деформационного потенциала валентной зоны (их значения указаны в табл. 4.3); $\varepsilon_{\alpha\beta}$ – компоненты тензора деформации; k_i – декартовы компоненты волнового вектора в системе осей [100].

При написании формулы (4.3.1) начало отсчета энергии выбрано на потолке валентной зоны недеформированного кремния, а ось энергии направлена внутрь зоны.

Т а б л и ц а 4.3

Константы деформационного потенциала p -кремния [8]

a , эВ	b , эВ	d , эВ	Метод измерения
4.5	2.3 ± 0.4	5.1 ± 0.9	По сдвигу края поглощения
1.65	2.2	5.3	По циклотронному резонансу

Под действием деформации потолок валентной зоны смещается относительно недеформированного уровня. Этот сдвиг описывается константой a и пропорционален сумме диагональных компонентов тензора деформации. Кроме того, анизотропная деформация снимает двукратное вырождение валентной зоны в точке $\bar{k} = 0$. Это приводит к расщеплению подзон тяжелых и легких дырок валентной зоны на величину

$$\Delta E_{1,2} = 2\sqrt{\xi_\varepsilon}.$$

Расщепление не зависит от знака деформации.

Константы d и b описывают смещение уровней соответственно под влиянием сдвиговых деформаций $\varepsilon_{12}, \varepsilon_{13}, \varepsilon_{23}$ и деформаций вдоль главных осей $\varepsilon_{11}, \varepsilon_{22}, \varepsilon_{33}$. Энергия состояний с различными волновыми векторами меняется по-разному, что приводит к искажению изоэнергетических поверхностей и изменению эффективных масс. Изменение энергетического спектра оказывается нелинейной функцией деформации.

Полное выражение для энергетического спектра (4.3.1) неудобно для практических расчетов, поэтому обычно рассматриваются два предельных случая, когда выражения для спектра упрощаются.

1. *Случай «высоких» температур.* Он реализуется в кремниевых интегральных тензопреобразователях. В этом случае основная масса дырок имеет такие значения волнового вектора, что в подкоренном выражении (4.3.1) слагаемое $\xi_k \gg \xi_\varepsilon$. Тогда, пренебрегая членом ξ_ε в (4.3.1) и раскладывая подкоренное выражение по степеням ξ_ε/ξ_k в ряд, получаем

$$E_{1,2} = E_{0,1,2} \bar{k} + \left(a + \frac{Bbk^2}{2\sqrt{\xi_k}} \right) \Delta \pm \frac{3Bb}{2\sqrt{\xi_k}} \sum_{i,j=1}^3 k_i k_j \varepsilon'_{ij}, \quad (4.3.2)$$

здесь ε'_{ij} – компоненты «приведенного» тензора деформации, определяемого соотношением

$$\varepsilon'_{ij} = \begin{cases} \varepsilon_{ij}, & i = j, \\ \frac{Dd}{3Bb} \varepsilon_{ij}, & i \neq j; \end{cases}$$

$E_{01,2}$ – энергия дырок в недеформированном кристалле. Приближение тем лучше выполняется, чем выше температура кристалла и меньше деформация. В указанном приближении изменение энергии состояний пропорционально деформации и не зависит от абсолютного значения волнового вектора (как и в n -кремнии), но зависит от направления волнового вектора через множитель $k_i k_j$.

2. *Случай «низких» температур.* Этот случай реализуется при больших деформациях и низких температурах. При этом основная масса дырок имеет такие значения волнового вектора, что $\xi_\varepsilon \gg \xi_k$ и член ξ_k в подкоренном выражении можно опустить, а весь радикал можно разложить в ряд по степеням ξ_k / ξ_ε . Это дает

$$E_{1,2} = a\Delta \pm \sqrt{\xi_\varepsilon} + \left(A + \frac{Bb\Delta}{2\sqrt{\xi_\varepsilon}} \right) k^2 \pm \frac{3Bb}{2\sqrt{\xi_\varepsilon}} \sum_{i,j=1}^3 k_i k_j \varepsilon'_{ij}. \quad (4.3.3)$$

Вырождение у потолка валентной зоны снимается, и каждая из подзон смещается в соответствии с выражением $a\Delta \pm \sqrt{\xi_\varepsilon}$.

В области применимости приближения «низких» температур изоэнергетические поверхности – эллипсоиды, ориентация осей которых определяется характером деформации кристалла, а эффективные массы зависят от зонных параметров.

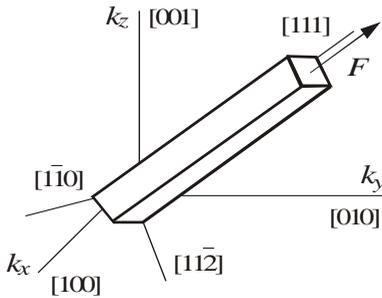


Рис. 4.9. Кристаллографическая ориентация сторон образца

В качестве примера, иллюстрирующего упомянутые выше приближения и области их действия, рассмотрим случай одноосной нагрузки силой F прямоугольного кристалла p -кремния, ориентированного длинной осью вдоль направления $[111]$. Остальные оси кристалла имеют ориентацию, указанную на рис. 4.9.

При одноосном нагружении вдоль направления $[111]$ тензор механических напряжений в системе главных кристаллографических осей кремния – $[100]$ имеет вид

$$T_{ij} = \frac{T}{3} \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix},$$

здесь $T = F/Q$ и Q – сечение кристалла. Тензор деформации в этой же системе осей имеет форму

$$\varepsilon_{ij} = \frac{T}{3} \begin{vmatrix} S_{11} + 2S_{12} & \frac{S_{44}}{2} & \frac{S_{44}}{2} \\ \frac{S_{44}}{2} & S_{11} + 2S_{12} & \frac{S_{44}}{2} \\ \frac{S_{44}}{2} & \frac{S_{44}}{2} & S_{11} + 2S_{12} \end{vmatrix}$$

(где S_{ij} – постоянные упругой податливости).

Учитывая это, из (4.3.1) получаем полное выражение для энергетического спектра при действии нагрузки вдоль направления [111]:

$$E_{1,2} = 3a\varepsilon_{11} + Ak^2 \pm \sqrt{\xi_k + 2Dd k_1k_2 + k_1k_3 + k_2k_3 \varepsilon_{12} + 3d^2\varepsilon_{12}^2}.$$

Если изоэнергетические поверхности недеформированного кремния аппроксимировать сферами, как это описывалось в разд. 4.1, то выражение спектра упрощается:

$$E_{1,2} = 3a\varepsilon_{11} + Ak^2 \pm \sqrt{\left(B^2 + \frac{1}{5}C^2\right)k^4 + 2Dd k_1k_2 + k_1k_3 + k_2k_3 \varepsilon_{12} + 3d^2\varepsilon_{12}^2}.$$

Знак «+» относится к зоне легких дырок, знак «-» – к зоне тяжелых.

Приближение высоких температур предполагает выполнение неравенства

$$\frac{\xi_{\varepsilon}}{\xi_k} = \frac{3d^2\varepsilon_{12}^2}{\left(B^2 + \frac{1}{5}C^2\right)^2 k^4} \ll 1. \quad (4.3.4)$$

Для численной оценки неравенства подставим в (4.3.4) значение волнового вектора, соответствующего средней энергии дырок, отсчитанной от потолка валентной зоны:

$$\frac{3}{2}k_0T = \frac{\hbar^2\tilde{k}^2}{2m^*}, \quad \tilde{k} = \sqrt{\frac{3m^*k_0T}{\hbar^2}}.$$

Неравенство (4.3.4) хуже всего выполняется для легких дырок. После подстановки всех численных значений получаем условие применимости приближения высоких температур для легких дырок:

$$\frac{d\varepsilon_{12}}{k_0T} < 0.3.$$

При выполнении этого условия энергетический спектр дырок может быть представлен в виде

$$E_{1,2} = \left(A \pm \sqrt{B^2 + \frac{1}{5}C^2} \right) k^2 + 3a\varepsilon_{11} \pm \frac{2Dd}{\left(\sqrt{B^2 - \frac{1}{5}C^2} \right) k^2} (k_1k_2 + k_1k_3 + k_2k_3) \varepsilon_{12}. \quad (4.3.5)$$

Первое слагаемое в (4.3.5) описывает энергетический спектр недеформированного кристалла в сферическом приближении изоэнергетических поверхностей. Второе слагаемое показывает, что все уровни валентной зоны сместились на одну и ту же величину $3a\varepsilon_{11}$, третье – описывает изменение энергии дырок в зависимости от направления волнового вектора. Введя вместо декартовых сферические координаты, получаем [6]

$$\frac{k_1k_2 + k_1k_3 + k_2k_3}{k^2} = \Phi(\theta, \varphi),$$

где θ и φ – углы сферической системы координат, полярная ось которой совпадает с направлением [111];

$$\Phi(\theta, \varphi) = \sin^2 \theta \cos \varphi \sin \varphi + \sin \theta \cos \theta \cos \varphi + \sin \theta \cos \theta \sin \varphi.$$

Эффективная масса, таким образом, оказывается зависящей от направления волнового вектора.

Приближение «низких» температур справедливо при обратном знаке неравенства:

$$\frac{d\varepsilon_{12}}{k_0T} > 0.3.$$

В этом приближении энергетический спектр принимает вид

$$E_{1,2} = 3a\varepsilon_{11} \pm \sqrt{3}d\varepsilon_{12} + \left[A \mp \frac{D}{\sqrt{3}} \Phi(\theta, \varphi) \right] k^2.$$

Первое слагаемое, как и в приближении «высоких» температур, описывает энергетический сдвиг валентной зоны в целом, второе – энергетический сдвиг каждой из подзон. Как видно, эти сдвиги имеют различные направления и между подзонами возникает расщепление, равное $2\sqrt{3}d\varepsilon_{12}$. Изоэнергетические поверхности, соответствующие третьему слагаемому, имеют вид эллипсоидов вращения. Зависимость энергии дырок от волнового вектора вдоль направления [111] принимает вид

$$E_{1,2} = 3a\varepsilon_{11} \pm \sqrt{3}d\varepsilon_{12} + \left[A \mp \frac{D}{\sqrt{3}} \right] k^2, \quad \theta = 0, \quad (4.3.6)$$

и в перпендикулярном к направлению [111], например $[1\bar{1}0]$:

$$E_{1,2} = 3a\varepsilon_{11} \pm \sqrt{3}d\varepsilon_{12} + \left[A \mp \frac{D}{2\sqrt{3}} \right] k^2 \left(\theta = \frac{\pi}{2} \right). \quad (4.3.7)$$

Из этих выражений видно, что эффективные массы зависят от направления волновых векторов относительно направления действия нагрузки:

$$\frac{\hbar^2}{2m_{\perp}} = A \pm \frac{D}{2\sqrt{3}}, \quad \frac{\hbar^2}{2m_{\parallel}} = A \mp \frac{D}{\sqrt{3}}.$$

Верхний знак относится к растяжению, нижний – к сжатию. По мере роста деформации и понижения температуры область действия приближения «низких» температур расширяется, а область действия «высоких» температур уменьшается.

4.4. ВЛИЯНИЕ ДЕФОРМАЦИИ НА ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТЬ КРЕМНИЯ

Способность веществ проводить электрический ток характеризуется удельной электропроводностью σ (далее для краткости – электропроводностью). Это важнейшая характеристика веществ, которая в электронике играет исключительную роль, поскольку входит в закон Ома:

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}. \quad (4.4.1)$$

В недеформированном кремнии из-за кубической симметрии кристаллической решетки электропроводность является изотроп-

ной величиной и не зависит от направления протекания тока в кристалле. Векторы плотности тока \mathbf{j} и напряженности \mathbf{E} электрического поля имеют одинаковое направление, а электропроводность является скаляром. Закон Ома может быть записан и в иной форме:

$$\mathbf{E} = \rho \mathbf{j},$$

где ρ – удельное сопротивление.

Электропроводность и удельное сопротивление в изотропном веществе связаны простым соотношением $\rho = 1/\sigma$.

Анизотропная деформация нарушает симметрию кристаллической решетки и, как следствие, изменяет зонную структуру кремния. Это приводит к анизотропии электропроводности и удельного сопротивления. Векторы плотности тока и напряженности электрического поля при произвольной деформации уже не совпадают по направлению, а закон Ома необходимо записывать в тензорной форме:

$$j_i = \sigma_{ij} E_j, \quad E_j = \rho_{ij} j_j, \quad i, j = 1, 2, 3 \quad (4.4.2)$$

(j_i и E_j – декартовы компоненты векторов). Электропроводность и удельное сопротивление являются тензорами второго ранга, связанными системой линейных соотношений

$$\sigma_{ij} \rho_{jk} = \delta_{ik}, \quad i, k = 1, 2, 3, \quad (4.4.3)$$

где δ_{ik} – символ Кронекера.

Электропроводность n - и p -кремния пропорциональна концентрации носителей заряда и их подвижности μ :

$$\sigma = en\mu_n \text{ или } \sigma = ep\mu_p. \quad (4.4.4)$$

Подвижность имеет смысл средней скорости V_d направленного движения (скорость дрейфа) электронов или дырок под действием электрического поля единичной напряженности:

$$V_d = \mu E. \quad (4.4.5)$$

Величина компонент тензора электропроводности или удельного сопротивления зависит наряду с подвижностью и концентрацией от деформации кристалла. Установление вида этой зависимости является важнейшей задачей теории и необходимо для определения границ технической применимости тензорезистивного эффекта. Особенностью полупроводников является сильная зависимость электропроводности от деформации по сравнению, например, с

металлами. Это связано с проявлением в деформированном кристалле полупроводника скрытой анизотропии энергетического спектра. Механизм измерения электропроводности n - и p -кремния различен, поэтому для них этот вопрос необходимо рассмотреть раздельно.

4.4.1. ВЛИЯНИЕ ДЕФОРМАЦИИ НА ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТЬ КРЕМНИЯ n -ТИПА

Исследованию влияния деформации на электропроводность кремния n -типа посвящено большое количество работ, в которых подробно рассмотрена роль различных механизмов, дающих вклад в тензорезистивный эффект, таких как изменение концентрации электронов в минимумах дна зоны проводимости, изменение времени релаксации, эффективных масс, роль примесных состояний [1, 8, 10]. Как показано в [10], в n -кремнии основной причиной, определяющей тензорезистивный эффект, является перетекание электронов между минимумами, когда их эквивалентное энергетическое расположение нарушается анизотропной деформацией. Учет лишь этого одного механизма достаточен для описания технических приложений тензорезистивного эффекта в микросистемной технике. Далее для простоты будем рассматривать случай невырожденного полупроводника, когда концентрация электронов удовлетворяет неравенству

$$n < N_C, \quad N_C = 2\nu \frac{2\pi k_0 T}{2\pi\hbar} \frac{3^{3/2}}{3} m_{11} m_{\perp}^2 \quad (4.4.6)$$

где N_C – эффективная плотность энергетических состояний в зоне проводимости; ν – число минимумов дна зоны.

Для n -кремния $\nu = 6$, m_{\perp} и m_{11} – поперечная и продольная эффективные массы минимума. Плотность состояний N_C в обобщенной форме характеризует «емкость» энергетического спектра. Плотность состояний зависит от температуры. Подставляя все численные постоянные в (4.4.6), получаем

$$n < 2.8 \cdot 10^{19} \left(\frac{T}{300} \right)^{3/2} \text{ см}^{-3}.$$

Условие отсутствия вырождения (4.4.6) означает, что при описании поведения электронов можно в первом приближении не учитывать квантово-механический принцип Паули.

В кремнии n -типа электроны распределены между шестью минимумами дна зоны проводимости, поэтому общая электропроводность кристалла получается суммированием по всем минимумам:

$$\sigma_{\alpha\beta} = e \sum_{i=1}^6 n_i \mu_{\alpha\beta}^{(i)}, \quad (4.4.7)$$

здесь n_i – концентрация электронов в i -минимуме; $\mu_{\alpha\beta}^{(i)}$ – тензор подвижности электронов в том же минимуме.

В системе координат, связанной с осями [100], этот тензор имеет вид [1]

$$\mu_{\alpha\beta}^{(i)} = \mu_{\perp} \delta_{\alpha\beta} + l_{\alpha}^{(i)} l_{\beta}^{(i)} \mu_{\parallel} - \mu_{\perp}, \quad (4.4.8)$$

где μ_{\parallel} и μ_{\perp} – подвижность электрона вдоль и поперек минимума; $l_{\alpha}^{(i)}$ – декартова проекция единичного вектора, направленного на этот минимум. Например, для минимума 1 (см. рис. 4.5): $l_1^1 = 1$, $l_2^{(1)} = 0$, $l_3^{(1)} = 0$.

Тензор подвижности связан с тензором эффективных масс $m_{\alpha\beta}$:

$$\mu_{\alpha\beta} = \frac{e \langle \tau \rangle}{m_{\alpha\beta}}, \quad (4.4.9)$$

здесь e – заряд электрона; $\langle \tau \rangle$ – усредненное время релаксации.

Время релаксации – величина, по порядку совпадающая со временем свободного пробега электронов между столкновениями с дефектами кристаллической решетки. Электроны имеют разные энергии, а следовательно, и скорости движения. Это приводит к тому, что время релаксации оказывается разным для разных электронов. Обычно предполагается, что время релаксации зависит от энергии по закону

$$\tau = \tau_0 E^S,$$

где τ_0 – коэффициент, зависящий от эффективных масс и температуры; S – показатель, зависящий от механизма рассеяния, определяющего время между столкновениями; E – энергия электрона, отсчитываемая от дна минимума [3, 5].

Угловые скобки $\langle \tau \rangle$ означают некоторое усреднение по энергии, обычно по правилу [3, 7]:

$$\langle \tau \rangle = \frac{\int_0^{\infty} \tau_0 E^S \exp\left(-\frac{E}{k_0 T}\right) E^{3/2} dE}{\int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{E}{k_0 T}\right) E^{3/2} dE}, \quad (4.4.10)$$

Приближенно можно считать, что усредненное время релаксации – скалярная величина, поэтому анизотропия подвижности оказывается такой же, как и у эффективной массы:

$$K = \frac{\mu_{\perp}}{\mu_{11}} = \frac{m_{\parallel} \langle \tau \rangle_{\perp}}{m_{\perp} \langle \tau \rangle_{\parallel}} \approx \frac{m_{\parallel}}{m_{\perp}}.$$

В рассматриваемом приближении под действием деформации в n -кремнии изменяется лишь концентрация электронов в минимумах, а подвижность в каждом минимуме остается постоянной. Это означает, что ни время релаксации, ни эффективные массы электронов от деформации не зависят. Общее число электронов в зоне проводимости не зависит от деформации. Последнее условие хорошо выполняется для полупроводников с мелкими уровнями примеси.

Если полупроводник не деформирован, то концентрация электронов в минимумах одинакова и равна

$$n_i = \frac{n_0}{6}, \quad (4.4.11)$$

где n_0 – общее число электронов в зоне проводимости кремния.

С учетом этого и (4.4.8) из (4.4.7) следует, что электропроводность превращается в скаляр

$$\sigma_0 = en_0 \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 \mu_{\alpha\beta}^{(i)} = en_0 \frac{2\mu_{\perp} + \mu_{\parallel}}{3}. \quad (4.4.12)$$

Концентрация электронов в каждом минимуме для невырожденного полупроводника может быть записана в виде

$$n_i = \frac{N_C}{6} \exp \frac{E_F - E_i}{k_0 T}, \quad (4.4.13)$$

где E_i – энергия дна i -го минимума; E_F – уровень Ферми – параметр полупроводника, имеющий размерность энергии. Он определяется из условия сохранения общего числа электронов в зоне проводимости как при отсутствии, так и при действии деформации

$$n_0 = \sum_{i=1}^6 \frac{N_C}{6} \exp \frac{E_F - E_i}{k_0 T}. \quad (4.4.14)$$

В недеформированном кремнии энергия дна минимумов одинакова и ее можно выбрать за начало отсчета. В этом случае $E_i = 0$ и уровень Ферми, как это следует из (4.4.14),

$$E_F - 0 = k_0 T \ln \frac{n_0}{N_C}.$$

Под действием анизотропной деформации эквивалентность энергетического расположения минимумов нарушается. Энергетический сдвиг каждого минимума относительно положения в недеформированном полупроводнике в соответствии с (4.2.2) равен

$$\Delta E_i = \sum \Xi_d \delta_{\alpha\beta} + l_{\alpha}^{(i)} l_{\beta}^{(i)} \Xi_u \varepsilon_{\alpha\beta}.$$

Для сохранения общего числа носителей в зоне проводимости n_0 уровень Ферми должен сместиться на величину $\Delta E_F = E_F - F_F - 0$:

$$\Delta E_F = k_0 T \left[\ln \frac{n_0}{\frac{N_C}{6} \sum_{i=1}^6 \exp \left(-\frac{\Delta E_i}{k_0 T} \right)} - \ln \frac{n_0}{N_C} \right]. \quad (4.4.15)$$

Подставляя (4.2.1) и (4.4.15) в (4.4.13), получаем выражение для концентрации электронов в каждом минимуме под действием деформации

$$n_i = n_0 \frac{\exp \left(-\frac{\Delta E_i}{k_0 T} \right)}{\frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 \exp \left(-\frac{\Delta E_i}{k_0 T} \right)}. \quad (4.4.16)$$

Далее, подставляя (4.2.1) в (4.4.16), а затем (4.4.8), (4.4.9) и (4.4.16) в (4.4.7), получаем следующее выражение для относительного изменения электропроводности n -кремния:

$$\frac{\sigma_{\alpha\alpha}}{\sigma_0} = \frac{3}{2K+1} \left[K + \frac{1 - K \exp\left(-\frac{\Xi_u \varepsilon_{\alpha\alpha}}{k_0 T}\right)}{\exp\left(-\frac{\Xi_u \varepsilon_{11}}{k_0 T}\right) + \exp\left(-\frac{\Xi_u \varepsilon_{22}}{k_0 T}\right) + \exp\left(-\frac{\Xi_u \varepsilon_{33}}{k_0 T}\right)} \right], \quad (4.4.17)$$

здесь $\sigma_{\alpha\alpha}$ – компонента тензора электропроводности; $\alpha = 1, 2, 3$; $K = \mu_{\perp} / \mu_{\parallel}$ – анизотропия подвижности в минимуме, для кремния $K = 5$. Формулу (4.4.17) целесообразно преобразовать к более удобному виду:

$$\frac{\sigma_{\alpha\alpha}}{\sigma_0} = 1 + \frac{K-1}{2K+1} \left[1 - 3 \frac{\exp\left(-\frac{\Xi_u \varepsilon_{\alpha\alpha}}{k_0 T}\right)}{\exp\left(-\frac{\Xi_u \varepsilon_{11}}{k_0 T}\right) + \exp\left(-\frac{\Xi_u \varepsilon_{22}}{k_0 T}\right) + \exp\left(-\frac{\Xi_u \varepsilon_{33}}{k_0 T}\right)} \right]. \quad (4.4.18)$$

Остальные компоненты тензора электропроводности равны нулю. Удельное сопротивление деформированного кремния будет представляться также диагональным тензором:

$$\frac{\rho_{\alpha\beta}}{\rho_0} = \frac{\rho_{\alpha\alpha}}{\rho_0} \delta_{\alpha\beta}, \quad \frac{\rho_{\alpha\alpha}}{\rho_0} = \frac{1}{\frac{\sigma_{\alpha\alpha}}{\sigma_0}}, \quad \alpha = 1, 2, 3. \quad (4.4.19)$$

Зависимость относительного изменения электропроводности от деформации будем называть деформационной характеристикой электропроводности

$$\frac{\Delta\sigma_{\alpha\alpha}}{\sigma_0} = f \varepsilon \equiv \frac{\sigma_{\alpha}}{\sigma_0} - 1 = f \varepsilon, \quad (4.4.20)$$

а соответствующее относительное изменение удельного сопротивления

$$\frac{\Delta\rho_{\alpha\alpha}}{\rho_0} = \frac{\rho_{\alpha\alpha}}{\rho_0} - 1 = f \varepsilon \quad (4.4.21)$$

– деформационной характеристикой удельного сопротивления.

На этих характеристиках можно выделить два участка.

1. Область малых деформаций, таких что:

$$\frac{\Xi_u \varepsilon}{k_0 T} \ll 1.$$

В этом случае относительное изменение электропроводности и сопротивления линейно по деформации. В самом деле, разлагая экспоненты в выражении (4.4.18) по малому параметру $\Xi_u \varepsilon / k_0 T$ в ряд и ограничиваясь первым членом разложения, получаем

$$\frac{\Delta \sigma_{11}}{\sigma_0} = \frac{K-1}{2K+1} \frac{\Xi_u}{3k_0 T} 2\varepsilon_{11} - \varepsilon_{22} - \varepsilon_{33}, \quad (4.4.22)$$

$$\frac{\Delta \sigma_{22}}{\sigma_0} = \frac{K-1}{2K+1} \frac{\Xi_u}{3k_0 T} 2\varepsilon_{22} - \varepsilon_{33} - \varepsilon_{11},$$

$$\frac{\Delta \sigma_{33}}{\sigma_0} = \frac{K-1}{2K+1} \frac{\Xi_u}{3k_0 T} 2\varepsilon_{33} - \varepsilon_{11} - \varepsilon_{12}.$$

В рассмотренном приближении выполняется равенство

$$\frac{\Delta \sigma_{11}}{\sigma_0} + \frac{\Delta \sigma_{22}}{\sigma_0} + \frac{\Delta \sigma_{33}}{\sigma_0} = 0. \quad (4.4.23)$$

Для относительного изменения удельного сопротивления из (4.4.19) и (4.4.22) получаются симметричные выражения

$$\frac{\Delta \rho_{11}}{\rho_0} = -\frac{\Delta \sigma_{11}}{\sigma_0}, \quad \frac{\Delta \rho_{22}}{\rho_0} = -\frac{\Delta \sigma_{22}}{\sigma_0}, \quad \frac{\Delta \rho_{33}}{\rho_0} = -\frac{\Delta \sigma_{33}}{\sigma_0}. \quad (4.4.24)$$

2. Область больших деформаций, когда выполняется условие

$$\frac{\Xi_u \varepsilon}{k_0 T} \gg 1.$$

В этом случае тензорезистивный эффект достигает насыщения. Например, если $\varepsilon_{11} < 0$, $\varepsilon_{22} = \varepsilon_{33} > 0$, то

$$\frac{\Delta \sigma_{11}}{\sigma_0} = -2 \frac{K-1}{2K+1}, \quad \frac{\Delta \sigma_{22}}{\sigma_0} = \frac{\Delta \sigma_{33}}{\sigma_0} = \frac{K-1}{2K+1}. \quad (4.4.25)$$

На рис. 4.10 приведена деформационная характеристика сопротивления для случая, когда тензорезистор в виде прямоугольного

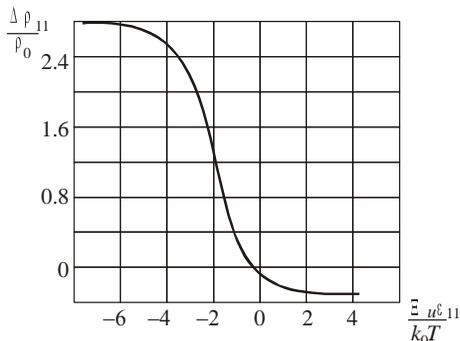


Рис. 4.10. Деформационная зависимость относительного удельного сопротивления $\Delta\rho_{11}/\rho_0$ кремния n -типа

параллелепипеда подвергается одноосной нагрузке вдоль направления $[100]$, причем $x_{11} \parallel [100]$.

Из уравнений (4.4.2) – (4.4.18) следует, что эта характеристика описывается выражением

$$\frac{\Delta\rho_{11}}{\rho_0} = 2,25 \left[1 - \frac{3}{1 + 2 \exp \frac{x}{1-\nu}} \right]^{-1}, \quad x = \frac{\bar{\epsilon}_u \epsilon_{11}}{k_0 T}. \quad (4.4.26)$$

При расчетах было принято, что $K = 5$ и для одноосного нагружения $\epsilon_{22} = \epsilon_{33} = -\nu\epsilon_{11}$, где $\nu = 0.2786$ – коэффициент Пуассона.

Безразмерный параметр $x = \frac{\bar{\epsilon}_u \epsilon_{11}}{k_0 T}$ характеризует деформа-

ционный сдвиг минимумов зоны проводимости в единицах $k_0 T$. Пока деформации малы, изменение сопротивления и проводимости пропорционально деформации. При больших деформациях структура дна зоны проводимости перестраивается столь радикально, что все электроны перетекают из верхних минимумов в нижние. Если учитывать только это, то тензорезистивный эффект выходит на насыщение. В экспериментах участки насыщения не наблюдаются, поскольку при больших деформациях начинает играть существенную роль изменение эффективных масс, общей концентрации электронов в зоне проводимости и время релаксации.

В технике используется только узкий участок деформационной характеристики вблизи $x = 0$. Деформации тензорезисторов не

превосходят величины $\pm 1 \cdot 10^{-3}$ и при комнатной температуре $k_0 T \approx 0.026$ эВ, что при $\Xi \approx 10$ эВ приводит к значению $x \approx \pm 0.4$. Понижение температуры до 77°C расширяет границы участка характеристики до $x \approx \pm 1.5$. Узость рабочего интервала деформационных характеристик позволяет эффективно использовать для них приближенные выражения в виде разложений в ряд по деформации. Этот вопрос будет рассмотрен в разд. 4.5.

4.4.2. ВЛИЯНИЕ ДЕФОРМАЦИИ НА ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТЬ КРЕМНИЯ p -ТИПА

Электропроводность в кремнии p -типа осуществляется за счет движения тяжелых и легких дырок под действием электрического поля и имеет две составляющие

$$\sigma = ep_1\mu_1 + ep_2\mu_2 = \sigma_1 + \sigma_2, \quad (4.4.27a)$$

здесь индекс $i=1$ относится к зоне тяжелых, а $i=2$ – к зоне легких дырок; μ_i – подвижность дырок; σ_i – электропроводность соответствующей зоны.

Подвижности легких и тяжелых дырок различны. Сравнение теоретических и экспериментальных данных показывает, что отношение этих подвижностей примерно равно обратному соотношению соответствующих эффективных масс [3]:

$$\frac{\mu_2}{\mu_1} \approx \frac{m_1^*}{m_2^*}.$$

Это означает, что времена релаксаций легких и тяжелых дырок примерно равны $\langle \tau_1 \rangle \approx \langle \tau_2 \rangle$. В недеформированном p -кремнии общая электропроводность по валентной зоне не зависит от направления и является скалярной величиной. Это следует из симметрии кристаллической решетки.

Под действием анизотропной деформации валентная зона радикально перестраивается, меняются эффективные массы и время релаксации дырок. Как показали Г.Е. Пикус и Г.Л. Бир [9], это основные составляющие тензорезистивного эффекта в кремнии p -типа. Анизотропная деформация приводит к снятию вырождения энергетического спектра в валентной зоне в точке $\bar{k} = 0$. Возникает расщепление энергетического спектра между подзонами (см.

формулы (4.3.3)), что приводит к изменению кривизны изоэнергетических поверхностей и, как следствие, изменению эффективных масс и времен релаксации. Расщепление подзон приводит к перетеканию дырок в ту зону, где их энергия меньше. Вклад эффекта перетекания зависит от величины деформаций и температуры кристалла. Если они таковы, что справедливо приближение «высоких» температур для энергетического спектра, то эффектом перетекания дырок в линейном приближении по деформации можно пренебречь и считать, что концентрация дырок в обеих подзонах постоянна [9]. Если перестройка энергетического спектра существенна и справедливо приближение «низких» температур, то эффект перетекания играет существенную роль. При расщеплении между подзонами большим, чем средняя кинетическая энергия дырок $\approx k_0T$: $\Delta E_{1,2} \gg k_0T$, все дырки могут собраться в зоне с наименьшей энергией.

Теория тензорезистивного эффекта, наиболее полным образом учитывающая изменение энергетического спектра, до сих пор не построена. Причиной является сложный характер изменения энергетического спектра, поэтому ниже будет рассмотрено изменение электропроводности в приближении «высоких» температур [9]. Как и для *n*-кремния, будет рассмотрен невырожденный полупроводник.

Электропроводность по каждой из зон ($i = 1, 2$) описывается выражением

$$\sigma_{\alpha\beta}^{(i)} = \frac{e^2}{4\pi^3} \int f E^{(i)} \bar{k}, \varepsilon \tau^{(i)} E^{(i)} V_{\alpha}^{(i)} V_{\beta}^{(i)} dk_1 dk_2 dk_3, \quad (4.4.27б)$$

здесь $f = \exp\left(\frac{E_F - E^i \bar{k}, \varepsilon}{k_0T}\right)$ – функция распределения Максвелла – Больцмана, описывающая вероятность нахождения дырки на уровне с энергией $E^{(i)}$; E_F – уровень Ферми; $\tau^{(i)}$ – время релаксации;

$V_{\alpha}^{(i)} = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E^{(i)}}{\partial k_{\alpha}}$ – квантово-механическая скорость носителей

тока; интегрирование в (4.4.27) ведется по всем значениям волнового вектора, которым могут обладать дырки в валентной зоне.

В простейшем случае время релаксации изменяется по закону $\tau = \tau_0 E^S$, где множитель τ_0 и показатель S зависят от типа механизма рассеяния.

В кремнии движущиеся дырки рассеиваются на колебаниях кристаллической решетки $S = -1/2$ и ионах примесей $S = 3/2$.

Все функции под знаком интеграла зависят от энергии дырок, которая в свою очередь зависит от деформации. В рассматриваемом приближении изменение энергии дырок в деформированном кремнии описывается выражением вида

$$E^{(i)} = E_0^{(i)} + \Delta E^{(i)}(\bar{k}\varepsilon),$$

где $E_0^{(i)}$ – энергетический спектр недеформированного кремния. Для его описания выберем простейшее сферическое приближение

$$E_0^{(i)} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_i}, \quad \frac{\hbar^2}{2m_i} = |A \pm \tilde{B}|, \quad \tilde{B} = \sqrt{B^2 + \frac{C^2}{5}},$$

$\Delta E^{(i)}$ – поправка, описывающая деформационное изменение спектра, явный вид которой дается выражением (4.3.2).

Под действием малых деформаций электропроводность изменяется на величину

$$\begin{aligned} \Delta\sigma_{\alpha\beta}^{(i)} = & \frac{e^2}{4\pi^3 k_0 T} \left[\int \frac{\partial}{\partial E} f_0 \tau^{(i)} V_\alpha^{(i)} V_\beta^{(i)} \Delta E^{(i)} d^3 k + \right. \\ & \left. + \int f_0 \tau^{(i)} \left[\frac{\partial \Delta E_i^{(i)}}{\partial k_\alpha} V_\beta^{(i)} + \frac{\partial \Delta E_i^{(i)}}{\partial k_\beta} V_\alpha^{(i)} \right] d^3 k, \right. \\ & \left. d^3 k = dk_1 dk_2 dk_3. \right. \end{aligned}$$

Интегрируя по частям, получим

$$\begin{aligned} \Delta\sigma_{\alpha\beta}^{(i)} = & \frac{e^2}{4\pi^3 k_0 T} \left[\int \frac{\partial}{\partial E} f_0 \tau^{(i)} V_\alpha^{(i)} V_\beta^{(i)} \Delta E^{(i)} d^3 k + \right. \\ & \left. + \frac{2}{\hbar^2} \int f_0 \tau^{(i)} \frac{\partial^2 E_0^{(i)}}{\partial k_\alpha \partial k_\beta} \Delta E^{(i)} d^3 k \right]. \end{aligned} \quad (4.4.28)$$

После подставки в (4.4.28) выражений для $E_0^{(i)}$, $\Delta E^{(i)}$ и преобразований получаем следующие выражения для относительного

изменения электропроводности дырок по i -й зоне под действием деформации:

$$\frac{\Delta\sigma_{11}^{(i)}}{\sigma_0^{(i)}} = \frac{\langle \tau^{(i)} \rangle}{\langle E\tau^{(i)} \rangle} - 1 \quad i \quad \frac{3}{10} \frac{Dd}{\tilde{B}} \quad 2\varepsilon_{11} - \varepsilon_{22} - \varepsilon_{33} ,$$

$$\frac{\Delta\sigma_{12}^{(i)}}{\sigma_0^{(i)}} = \frac{\langle \tau^{(i)} \rangle}{\langle E\tau^{(i)} \rangle} - 1^{(i)} \quad \frac{3}{10} \frac{Dd}{\tilde{B}} \quad \varepsilon_{12}, \quad i=1,2. \quad (4.4.29)$$

Угловые скобки означают усреднение вида (4.4.10).

Общее изменение электропроводности кристалла определяется суммированием по обеим зонам:

$$\frac{\Delta\sigma_{\alpha\beta}}{\sigma_0} = \frac{\sigma_0^{(1)}}{\sigma_0^{(1)} + \sigma_0^{(2)}} \frac{\Delta\sigma_{\alpha\beta}^{(1)}}{\sigma_0^{(1)}} + \frac{\sigma_0^{(2)}}{\sigma_0^{(1)} + \sigma_0^{(2)}} \frac{\Delta\sigma_{\alpha\beta}^{(2)}}{\sigma_0^{(2)}}, \quad \alpha, \beta=1,2,3. \quad (4.4.30)$$

Для дальнейшего упрощения полученного выражения обычно предполагается, что времена релаксации одинаковы для тяжелых и легких дырок ($\tau^{(1)} = \tau^{(2)}$) и действует только один механизм рассеяния. Для такого случая получаем

$$\frac{\langle \tau^{(i)} \rangle}{\langle E\tau^{(i)} \rangle} = \frac{1}{k_0T} \frac{1}{s+3/2},$$

$$\frac{\sigma_0^{(1)}}{\sigma_0^{(1)} + \sigma_0^{(2)}} = \frac{\sqrt{m_1}}{\sqrt{m_1} + \sqrt{m_2}}, \quad \frac{\sigma_0^{(2)}}{\sigma_0^{(1)} + \sigma_0^{(2)}} = \frac{\sqrt{m_2}}{\sqrt{m_1} + \sqrt{m_2}}.$$

Учитывая это, в итоге имеем

$$\frac{\Delta\sigma_{11}}{\sigma_0} = \frac{\sqrt{m_2} - \sqrt{m_1}}{\sqrt{m_1} + \sqrt{m_2}} \frac{1}{k_0T} \frac{1}{s + \frac{3}{2}} \frac{3}{10} \frac{Bb}{\tilde{B}} \quad 2\varepsilon_{11} - \varepsilon_{22} - \varepsilon_{33} ; \quad (4.4.31)$$

$$\frac{\Delta\sigma_{11}}{\sigma_0} = \frac{\sqrt{m_2^*} - \sqrt{m_1^*}}{\sqrt{m_1^*} + \sqrt{m_2^*}} \frac{1}{k_0T} \frac{1}{s + \frac{3}{2}} \frac{3}{10} \frac{Dd}{10} \quad \varepsilon_{12}. \quad (4.4.32)$$

Выражения для компонент тензора $\frac{\Delta\sigma_{22}}{\sigma_0}$ и $\frac{\Delta\sigma_{33}}{\sigma_0}$ отличаются от (4.4.31) лишь циклической перестановкой индексов у деформат-

ций. Недиагональные компоненты тензора относительной электропроводности $\frac{\Delta\sigma_{13}}{\sigma_0}$ и $\frac{\Delta\sigma_{23}}{\sigma_0}$ пропорциональны соответственно компонентам тензора деформаций ε_{13} и ε_{23} .

В кремнии p -типа выполняется соотношение $Dd > Bb$, в результате чего наибольшее изменение электропроводности вызывается сдвиговыми компонентами тензора деформации. При одноосном нагружении кристалла наибольшие сдвиговые деформации возникают, когда линия действия одноосной механической нагрузки совпадает с кристаллографическим направлением [111].

Выражения для изменения электропроводности (4.4.31), (4.4.32) были впервые получены Г.Е. Пикусом и Г.Л. Биром и применительно к кремнию носят скорее качественный характер, поскольку константа d деформационного потенциала, определенная из (4.4.32), должна бы быть $d \approx 30$ эВ, хотя современные оценки дают только $d \approx 5.3$ эВ. Это различие возникает из-за сильно упрощенного описания энергетического спектра p -кремния и процессов рассеяния дырок при деформации. Более корректный учет особенностей энергетического спектра, проведенный Г.Л. Биром с сотрудниками [9], сделал теорию более точной, но одновременно и более сложной. Еще более сложная задача возникает при нелинейном описании изменения электропроводности при деформации.

Для описания нелинейного изменения электропроводности кремния можно воспользоваться приближенным подходом, предложенным в [11]. Согласно этому подходу весь энергетический спектр кремния некоторой граничной энергией E_Γ делится на две части:

$$0 \leq E < E_\Gamma, \quad E_\Gamma \leq E < \infty.$$

Величина граничной энергии сама зависит от деформации, так что при $\varepsilon \rightarrow 0$ $E_\Gamma \rightarrow 0$. Энергетический спектр в области энергий дырок $E < E_\Gamma$ описывается в приближении «низких» температур теории Г.Е. Пикуса и Г.Л. Бира, когда изоэнергетические поверхности имеют вид эллипсоидов вращения. Во второй области, когда $E > E_\Gamma$, энергетический спектр описывается в приближении «высоких» температур, а измерение сопротивления кристалла, связанное с этой частью спектра, линейно по деформации.

Такой подход к описанию энергетического спектра, хотя и является сильно упрощенным, позволяет количественно рассмотреть особенности деформационных характеристик компонент тензора

электропроводности p -кремния. Упомянутая характеристика может быть представлена в виде

$$\frac{\sigma_{\alpha}}{\sigma_0} = g(\varepsilon) \left(\frac{\sigma_{\alpha}}{\sigma_0} \right)_H + 1 - g(\varepsilon) \quad 1 + m_{\alpha} \varepsilon, \quad (4.4.33)$$

здесь $g(\varepsilon)$ – весовая функция; m – коэффициент эластопроводимости; ε – продольная деформация тензорезистора; σ_{α}/σ_0 $_H$ – относительная электропроводность дырок, когда $E_{\Gamma} \rightarrow \infty$.

Весовая функция $g(\varepsilon)$ описывает вклад в электропроводность участка спектра дырок с энергией $E < E_{\Gamma}$. При $g(\varepsilon) \rightarrow 1$ и $E_{\Gamma} \rightarrow \infty$ все дырки находятся в нижней подзоне, где изоэнергетические поверхности – эллипсоиды вращения с эффективными массами, не зависящими от величины деформации. Если, как обычно, предполагать, что общая концентрация дырок в валентной зоне не зависит от деформации, то электропроводность достигает насыщения и при дальнейшем увеличении деформации изменяться не будет. При этом электропроводность имеет вид

$$\sigma_{\alpha H} = \frac{e^2 p_0 \langle \tau \rangle_H}{m_{\alpha}}, \quad (4.4.34)$$

где m_{α} – эффективная масса в направлении α ; $\langle \tau \rangle_H$ – время релаксации в условиях насыщения; p_0 – общая концентрация дырок.

Электропроводность недеформированного p -кремния с учетом (4.4.27) можно представить в виде

$$\sigma_0 = e^2 p_0 \frac{\sqrt{m_1} \langle \tau_1 \rangle + \sqrt{m_2} \langle \tau_2 \rangle}{m_{10}^{3/2} + m_{20}^{3/2}}. \quad (4.4.35)$$

Если принять для оценок, что усредненное время релаксации не изменяется при деформации $\langle \tau \rangle_H \approx \langle \tau_1 \rangle \approx \langle \tau_2 \rangle$, то относительная электропроводность в условиях насыщения будет равна

$$\left(\frac{\sigma_{\alpha}}{\sigma_0} \right)_H = \frac{m_{10}^{3/2} + m_{20}^{3/2}}{m_{\alpha} \sqrt{m_{10}} + \sqrt{m_{20}}}. \quad (4.4.36)$$

Множитель $1 - g(\varepsilon)$ описывает вклад в электропроводность дырок в дальней части спектра $E > E_{\Gamma}$. Для оценок можно считать весовую функцию $g(\varepsilon)$ пропорциональной концентрации дырок p_1 в области спектра $E < E_{\Gamma}$:

$$g(\varepsilon) = \frac{p_1}{p}. \quad (4.4.37)$$

Отношение концентраций в (4.4.37), как показывает расчет [12],

$$g(\varepsilon) = \frac{m_1 m_2^{1/2} \Gamma E_1^*}{\left[m_1 m_2^2 \right]^{1/2} \Gamma E_1^* + m^{3/2} \left(\frac{\sqrt{\pi}}{2} - \Gamma E_1^* \right)}, \quad (4.4.38)$$

где $E_1^* = E_{\Gamma} / (k_0 T)$ – приведенная граничная энергия; $\Gamma E_1^* =$

$$= \int_0^{E_1^*} \exp -x x^{1/2} dx - \text{неполная гамма-функция.}$$

Из общей структуры деформационной характеристики следует, что при малых деформациях ($\varepsilon \rightarrow 0$) электропроводность определяется частью спектра с энергией $E > E_{\Gamma}$.

На рис. 4.11 приведена зависимость относительной электропроводности кремния p -типа с удельным сопротивлением $\rho_0 = 4.5$ Ом·см при одноосном сжатии вдоль направления [111], взятая из работы [12].

Экспериментальные данные в пределах 15 % согласуются с расчетными результатами по формуле (4.4.33), если использовать для граничной энергии выражение

$$E_1^* = \frac{\alpha}{T} X, \quad (4.4.39)$$

где $\alpha = 4.5 \cdot 10^{-7} \frac{\text{град} \cdot \text{м}^2}{\text{Н}}$. Это означает, что граничная энергия практически точно равна расщеплению подзон валентной зоны в точке $k = 0$, рассчитанной по соотношению $\Delta E = 2\sqrt{3}d\varepsilon_{12}$, если принять $d = 5.3$ эВ. Для расчетов электропроводности в условиях насыщения использовались значения эффективных масс $m_{\parallel} = 0.125 m_0$ и $m_{\perp} = 0.368 m_0$, что соответствует данным работы [13].

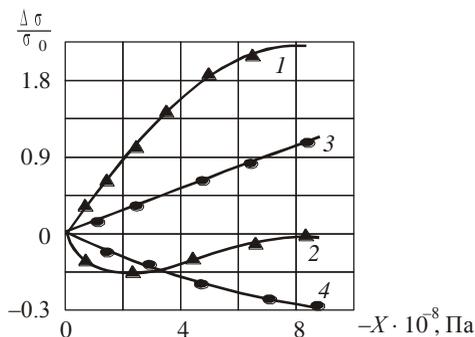


Рис. 4.11. Зависимость электропроводности p -кремния ($\rho = 4.5 \text{ Ом}\cdot\text{см}$) от механического напряжения:

кривые – расчет по (4.4.33): 1, 3 – σ_{\parallel} , 2, 4 – σ_{\perp} ;

▲ – $T = 77 \text{ К}$, ● – $T = 293 \text{ К}$

Из приводимых зависимостей отчетливо виден различный характер изменения продольной и поперечной электропроводности. При сжатии продольная электропроводность в направлении $[111]$ изменяется монотонно, а поперечная имеет минимум при $X = -2,8 \cdot 10^6 \text{ Па}$ и это различие целиком связано с ролью участка спектра дырок с энергией ($E < E_{\Gamma}$).

В p -кремнии электропроводность ведет себя различным образом при растяжении и сжатии, это связано с тем, что величины тензора эффективных масс в области энергий ($E < E_{\Gamma}$) зависят от знака деформации. В табл. 4.4 приведены значения масс, рассчитанные по соотношению для одноосной нагрузки вдоль $[111]$.

Т а б л и ц а 4.4

Эффективные массы ($E < E_{\Gamma}$), $X \parallel [111]$

Сжатие	Растяжение
$m_{\parallel} = 0.152m_0$	$m_{\parallel} = 0.695m_0$
$m_{\perp} = 0.368m_0$	$m_{\perp} = 0.189m_0$

Разные значения эффективных масс приводят к различным величинам электропроводности насыщения. Отметим также, что значения тензора эффективных масс зависят еще и от кристаллографического направления действия нагрузки и ориентации сторон тензорезистора.

4.5. ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ТЕНЗОРЕЗИСТИВНОГО ЭФФЕКТА

В практических приложениях широко используется феноменологический подход к описанию тензорезистивного эффекта. При таком подходе указанный эффект может быть описан с помощью небольшого числа параметров, значения которых определяются либо теоретическим путем, либо экспериментально. Поскольку теория тензорезистивного эффекта носит в значительной мере приближенный характер, феноменологический подход в сочетании с экспериментально определенными параметрами является основным при проектировании различных типов тензопреобразователей.

Деформации, которые выдерживают кристаллы кремния без разрушения, мало искажают кристаллическую решетку, и их величина обычно не превосходит $\varepsilon \cong 1 \cdot 10^{-2}$. Это позволяет провести разложение электропроводности в ряд Маклорена по деформации как малому параметру:

$$\begin{aligned} \sigma_{ij} &= \sigma_0 \left[\delta_{ij} + \frac{1}{\sigma_0} \left(\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial \varepsilon_{kl}} \right)_0 \varepsilon_{kl} + \frac{1}{2\sigma_0} \left(\frac{\partial^2 \sigma_{ij}}{\partial \varepsilon_{kl} \partial \varepsilon_{mn}} \right)_0 \varepsilon_{kl} \varepsilon_{mn} + \dots \right] = \\ &= \sigma_0 \left[\delta_{ij} + \Delta_{ij}^{(1)} + \Delta_{ij}^{(2)} + \dots \right]. \end{aligned} \quad (4.5.1)$$

Как обычно, предполагается суммирование по повторяющимся индексам, и все индексы изменяются от 1 до 3.

Индекс «0» указывает на то, что производные вычислены для недеформированной кристаллической решетки. Первое слагаемое в (4.5.1) описывает электропроводность недеформированного кремния, второе – линейную добавку в электропроводность, третье – квадратичную по деформации и т.д. В зависимости от требуемой точности описания тензорезистивного эффекта применяют то или иное число членов ряда. Обычно ограничиваются линейным приближением.

Электропроводность недеформированного кремния не зависит от направления в кристалле и может быть записана в виде диагональной матрицы:

$$\sigma_{ij} = \sigma_0 \delta_{ij},$$

где δ_{ij} – единичная матрица.

Линейная по деформации добавка в электропроводность имеет форму

$$\Delta_{ij}^{(1)} = \frac{1}{\sigma_0} \left(\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial \varepsilon_{kl}} \right)_0 \varepsilon_{kl}. \quad (4.5.2)$$

Набор коэффициентов перед деформациями в правой части (4.5.2) образует тензор 4-го ранга, который именуется тензором линейной эластопроводимости. Тензор имеет в общем случае 81 компоненту, каждая из которых имеет вид

$$m_{ijkl} = \frac{1}{\sigma_0} \left(\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial \varepsilon_{kl}} \right)_0. \quad (4.5.3)$$

Поскольку при описании тензорезистивного эффекта обычно ограничиваются линейным приближением, слово «линейное» в названии эластопроводимости обычно опускают.

Структура тензора эластопроводимости и число его независимых компонент зависят от симметрии исходной кристаллической решетки. В главных осях кремния, связанных с направлениями 100, 010, 001, тензор эластопроводимости имеет только три независимые компоненты – m_{1111} , m_{1122} , m_{1212} . Тензор эластопроводимости симметричен по индексам i, j и k, l . Это позволяет ввести более удобную для практических целей матричную форму записи. Введем матричное сокращение пар индексов

$$11 \rightarrow 1, 22 \rightarrow 2, 33 \rightarrow 3, 23, 32 \rightarrow 4, 13, 31 \rightarrow 5, 12, 21 \rightarrow 6.$$

Тогда для кремния в системе главных осей матрица линейной эластопроводимости будет иметь вид

$$m_{ij} = \begin{vmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{12} & 0 & 0 & 0 \\ m_{12} & m_{11} & m_{12} & 0 & 0 & 0 \\ m_{12} & m_{12} & m_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_{44} \end{vmatrix}. \quad (4.5.4)$$

В других системах координат, не совпадающих с главными осями, структура матрицы будет более сложная и число отличных от нуля элементов может возрасти до 36.

Квадратичная добавка по деформации в электропроводность имеет форму

$$\Delta_{ij}^{(2)} = \frac{1}{2\sigma_0} \left(\frac{\partial^2 \sigma_{ij}}{\partial \varepsilon_{kl} \partial \varepsilon_{mn}} \right)_0 \varepsilon_{kl} \varepsilon_{mn}, \quad i, j, k, l, m, n = 1, 2, 3. \quad (4.5.5)$$

Набор коэффициентов перед деформациями в правой части (4.5.5) образует тензор 6-го ранга – тензор квадратичной эластопроводности. Этот тензор имеет 729 компонент, каждая из которых имеет вид

$$m_{ijklmn} = \frac{1}{2\sigma_0} \left(\frac{\partial^2 \sigma_{ij}}{\partial \varepsilon_{kl} \partial \varepsilon_{mn}} \right)_0 \quad (4.5.6)$$

Тензор квадратичной эластопроводности симметричен по индексам i, j, k, l, m, n и инвариантен относительно перестановки пар индексов kl и mn . Это позволяет ввести матричные обозначения пар индексов, как это было сделано для тензора линейной эластопроводности. Симметрия кристаллической решетки кремния приводит к тому, что число независимых элементов матрицы сокращается до 9, если использовать главные оси кремния. В этих осях матрица квадратичной эластопроводности имеет вид

$$m_{1pq} = \begin{vmatrix} m_{111} & m_{112} & m_{112} & 0 & 0 & 0 \\ m_{112} & m_{122} & m_{123} & 0 & 0 & 0 \\ m_{112} & m_{123} & m_{122} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_{144} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_{155} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_{155} \end{vmatrix}, \quad m_{4pq} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & m_{414} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_{424} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_{424} & 0 & 0 \\ m_{414} & m_{424} & m_{424} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_{456} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_{456} & 0 \end{vmatrix},$$

$$m_{2pq} = \begin{vmatrix} m_{122} & m_{112} & m_{123} & 0 & 0 & 0 \\ m_{112} & m_{111} & m_{112} & 0 & 0 & 0 \\ m_{123} & m_{112} & m_{122} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_{155} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_{144} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_{155} \end{vmatrix}, \quad m_{5pq} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & m_{424} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_{414} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_{424} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_{456} \\ m_{424} & m_{414} & m_{424} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_{456} & 0 & 0 \end{vmatrix},$$

$$m_{3pq} = \begin{vmatrix} m_{122} & m_{123} & m_{112} & 0 & 0 & 0 \\ m_{123} & m_{122} & m_{112} & 0 & 0 & 0 \\ m_{112} & m_{112} & m_{111} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_{155} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_{155} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_{144} \end{vmatrix}, \quad m_{6pq} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_{424} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_{424} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_{414} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_{456} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_{456} & 0 & 0 \\ m_{424} & m_{424} & m_{414} & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}. \quad (4.5.7)$$

В других системах координат, отличающихся от главной, структура матрицы будет более сложной. Учитывая матричную форму записи, квадратичная добавка в электропроводность может быть представлена выражением

$$\Delta_i^{(2)} = m_{ipq} \varepsilon_p \varepsilon_q. \quad (4.5.8)$$

При практическом применении полупроводниковых тензорезистивных структур удобнее иметь зависимость удельного сопротивления тензорезистора от механических напряжений, на него воздействующих:

$$\rho_{ij} = \rho(T_{kl}). \quad (4.5.9)$$

Разлагая функцию в правой части (4.5.9) в ряд Маклорена и ограничиваясь членами, квадратичными по напряжениям, получаем

$$\begin{aligned} \rho_{ij} &= \rho_0 \left[\delta_{ij} + \frac{1}{\rho_0} \left(\frac{\partial \rho_{ij}}{\partial T_{kl}} \right)_0 T_{kl} + \frac{1}{2\rho_0} \left(\frac{\partial^2 \rho_{ij}}{\partial T_{kl} \partial T_{mn}} \right)_0 T_{kl} T_{mn} + \dots \right] = \\ &= \rho_0 \left[\delta_{ij} + \nabla_{ij}^{(1)} + \nabla_{ij}^{(2)} + \dots \right]. \end{aligned} \quad (4.5.10)$$

Все индексы изменяются от 1 до 3.

Коэффициенты во втором слагаемом образуют тензор четвертого ранга – тензор линейного пьезосопротивления:

$$\pi_{ijkl} = \frac{1}{\rho_0} \left(\frac{\partial \rho_{ij}}{\partial T_{kl}} \right)_0. \quad (4.5.11)$$

Коэффициенты в третьем слагаемом образуют тензор шестого ранга – тензор квадратичного пьезосопротивления:

$$\pi_{ijklmn} = \frac{1}{2\rho_0} \left(\frac{\partial^2 \rho_{ij}}{\partial T_{kl} \partial T_{mn}} \right)_0.$$

Сходимость ряда (4.5.11) обеспечивается малостью коэффициентов ряда π_{ijkl} , π_{ijklmn} и т.д. Тензоры линейного и квадратичного пьезосопротивления обладают симметрией по индексам ij , kl , mn , аналогичной симметрии по тензорам линейной и квадратичной эластопроводимости. Это позволяет ввести матрицу линейного и квадратичного пьезосопротивления. Связь между элементами матрицы и компонентами тензора линейного пьезосопротивления дается соотношениями

$$\pi_{\alpha\beta} = \pi_{ijkl} \begin{cases} \text{если } \alpha \text{ и } \beta = 1,2,3, \\ \text{если } \alpha = 4,5,6, \beta = 1,2,3, \end{cases} \quad (4.5.12)$$

$$\pi_{\alpha\beta} = 2\pi_{ijkl} \begin{cases} \text{если } \alpha \text{ и } \beta = 4,5,6, \\ \text{если } \alpha = 1,2,3, \beta = 4,5,6. \end{cases}$$

При этом используются стандартные матричные сокращения пар индексов. Структура матриц линейного и квадратичного пьезосопротивления в главных осях кристалла аналогична матрицам эластопроводимости, например, для линейного пьезосопротивления отличны от нуля компоненты $\pi_{11}, \pi_{12}, \pi_{44}$.

Для установления связи между компонентами тензоров эластопроводимости и пьезосопротивления необходимо учесть, что тензоры электропроводности и сопротивления являются обратными, а тензоры деформаций и напряжений связаны по закону Гука:

$$\sigma_{ij}\rho_{jk} = \delta_{ik}, \quad i, j, k = 1, 2, 3. \quad (4.5.13)$$

С точностью до квадратичных членов по деформации уравнение связи (4.5.13) можно представить в виде [14]

$$\rho_{ij} = \rho_0 \left[\delta_{ij} - \Delta_{ij}^{(1)} + \Delta_{im}^{(1)}\Delta_{mj}^{(1)} - \Delta_{ij}^{(2)} \right], \quad i, j, m = 1, 2, 3. \quad (4.5.14)$$

Учитывая (4.5.1), (4.5.10), получаем в линейном приближении по деформации

$$\nabla_{ij}^{(1)} = -\Delta_{ij}^{(1)}. \quad (4.5.15)$$

Из этого следуют соотношения

$$\pi_{ijkl}T_{kl} = \pi_{ijmn}S_{mnkl}T_{kl}, \quad \pi_{ijkl} = m_{ijmn}S_{mnkl}. \quad (4.5.16)$$

Приняв во внимание явный вид матриц пьезосопротивления, эластопроводимости и упругих постоянных в главных осях кремния, получаем следующие уравнения связи:

$$\begin{aligned}\pi_{11} &= -m_{11}S_{11} + 2m_{12}S_{12}, \\ \pi_{12} = \pi_{13} &= -m_{11}S_{12} + m_{12}(S_{11} + S_{12}), \\ \pi_{44} &= -m_{44}S_{44}.\end{aligned}\quad (4.5.17)$$

Аналогичным образом получают уравнения связи, выражающие элементы матрицы эластопроводимости через матрицу пьезосопротивления:

$$\begin{aligned}m_{11} &= -\pi_{11}C_{11} + 2\pi_{12}C_{12}, & m_{44} &= -\pi_{44}C_{44}, \\ m_{12} = m_{13} &= -\pi_{11}C_{12} + \pi_{12}(C_{11} + C_{12}).\end{aligned}$$

Здесь C_{ij} – элементы матрицы жесткости кремния. Значения элементов матрицы жесткости приведены в табл. 2.1.

В квадратичном приближении по деформации из уравнения (4.5.14) имеем

$$\nabla_{ij}^{(2)} = \Delta_{im}^{(1)}\Delta_{mj}^{(1)} - \Delta_{ij}^{(2)}, \quad m=1,2,3. \quad (4.5.18)$$

Учитывая (4.5.16), (4.5.18), после необходимых подстановок получаем достаточно сложное уравнение связи квадратичного пьезосопротивления и эластопроводимости

$$\pi_{ijklpq} = \sum_{m=1}^3 \pi_{imkl} \pi_{mjpr} - \sum_{\alpha,\beta,\gamma,\delta=1}^3 m_{ij\alpha\beta\gamma\delta} S_{\alpha\beta kl} S_{\gamma\delta pq}. \quad (4.5.19)$$

При проектировании элементов микросистем с использованием тензорезистивного эффекта часто возникает задача пересчета компонент тензора линейного пьезосопротивления или эластопроводимости к системе координат, отличных от главной. Удобные формулы перехода получены в работах [15, 16], и здесь мы их приводим для удобства чтения, сохраняя при этом все обозначения. Элементы матрицы направляющих косинусов в новых обозначениях имеют вид

$$\alpha_{ij} = \begin{vmatrix} l_1 & m_1 & n_1 \\ l_2 & m_2 & n_2 \\ l_3 & m_3 & n_3 \end{vmatrix},$$

здесь $l_1 = \cos x'_1, x_1$ и т.д.

Все компоненты матриц соответствующих тензоров выражаются через угловые функции четырех типов:

$$F_1 = l_1^2 m_1^2 + n_1^2 m_1^2 + n_1^2 l_1^2, \quad F_{12} = l_1^2 l_2^2 + m_1^2 m_2^2 + n_1^2 n_2^2, \quad (4.5.20)$$

$$G_{12} = l_1 l_2^3 + m_1 m_2^3 + n_1 n_2^3, \quad G_{123} = l_1 l_2 l_3^2 + m_1 m_2 m_3^2 + n_1 n_2 n_3^2.$$

Функции с другими номерами означают необходимость использовать иные компоненты матрицы направляющих косинусов, например:

$$G_{312} = l_3 l_1 l_2^2 + m_3 m_1 m_2^2 + n_3 n_1 n_2^2$$

и т.д. Для сокращения записи введены обозначения

$$\pi_A = \pi_{11} - \pi_{12} - \pi_{44}, \quad m_A = m_{11} - m_{12} - 2m_{44}, \quad S_A = S_{11} - S_{12} - 0.5S_{44}.$$

С учетом функции (4.5.20) матрицы пьезо- и эластосопротивлений, а также упругих постоянных S принимают вид

Матрица коэффициентов пьезосопротивления

$\pi_{11} - 2\pi_A F_1$	$\pi_{12} + \pi_A F_{12}$	$\pi_{12} + \pi_A F_{13}$	$2\pi_A G_{231}$	$2\pi_A G_{31}$	$2\pi_A G_{21}$
$\pi_{12} + \pi_A F_{12}$	$\pi_{11} - 2\pi_A F_2$	$\pi_{12} + \pi_A F_{23}$	$2\pi_A G_{32}$	$2\pi_A G_{312}$	$2\pi_A G_{12}$
$\pi_{12} + \pi_A F_{13}$	$\pi_{12} + \pi_A F_{23}$	$\pi_{11} - 2\pi_A F_3$	$2\pi_A G_{23}$	$2\pi_A G_{13}$	$2\pi_A G_{123}$
$\pi_A + G_{231}$	$\pi_A G_{32}$	$\pi_A G_{23}$	$\pi_{44} - 2\pi_A F_{23}$	$2\pi_A G_{123}$	$2\pi_A G_{312}$
$\pi_A G_{31}$	$\pi_A G_{312}$	$\pi_A G_{13}$	$2\pi_A + G_{123}$	$\pi_{44} + 2\pi_A F_{31}$	$2\pi_A G_{321}$
$\pi_A G_{21}$	$\pi_A G_{12}$	$\pi_A G_{123}$	$2\pi_A G_{312}$	$2\pi_A G_{231}$	$\pi_{44} + 2\pi_A F_{12}$

Матрица коэффициентов эластосопротивления

$m_{11} - 2m_A F_1$	$m_{12} + m_A F_{12}$	$m_{12} + m_A F_{13}$	$m_A G_{231}$	$m_A G_{31}$	$m_A G_{21}$
$m_{12} + m_A F_{12}$	$m_{11} - 2m_A F_2$	$m_{12} + m_A F_{23}$	$m_A G_{32}$	$m_A G_{312}$	$m_A G_{12}$
$m_{12} + m_A F_{13}$	$m_{12} + m_A F_{23}$	$m_{11} - 2m_A F_3$	$m_A G_{23}$	$m_A G_{13}$	$m_A G_{123}$
$m_A + G_{231}$	$m_A G_{32}$	$m_A G_{23}$	$m_{44} + m_A F_{23}$	$m_A G_{123}$	$m_A G_{312}$
$m_A G_{31}$	$m_A G_{312}$	$m_A G_{13}$	$m_A G_{123}$	$m_{44} + m_A F_{31}$	$m_A G_{321}$
$m_A G_{21}$	$m_A G_{12}$	$m_A G_{123}$	$m_A G_{312}$	$m_A G_{231}$	$m_{44} + m_A F_{12}$

Матрица упругих постоянных

$S_{11} - 2S_A F_1$	$S_{12} + S_A F_{12}$	$S_{12} + S_A F_{13}$	$2S_A G_{231}$	$2S_A G_{31}$	$2S_A G_{21}$
$S_{12} + S_A F_{12}$	$S_{11} - 2S_A F_2$	$S_{12} + S_A F_{23}$	$2S_A G_{32}$	$2S_A G_{312}$	$2S_A G_{12}$
$S_{12} + S_A F_{13}$	$S_{12} + S_A F_{23}$	$S_{11} - 2S_A F_3$	$2S_A G_{23}$	$2S_A G_{13}$	$2S_A G_{123}$
$2S_A + G_{231}$	$2S_A G_{32}$	$2S_A G_{23}$	$S_{44} + 4S_A F_{23}$	$4S_A G_{123}$	$4S_A G_{312}$
$2S_A G_{31}$	$2S_A G_{312}$	$2S_A G_{13}$	$4S_A G_{123}$	$S_{44} + 4S_A F_{31}$	$4S_A G_{321}$
$2S_A G_{21}$	$2S_A G_{12}$	$2S_A G_{123}$	$4S_A G_{312}$	$4S_A G_{231}$	$S_{44} + 4S_A F_{12}$

Другой подход [17] основан на построении специальной матрицы перехода A . Эта матрица строится из элементов матрицы направляющих косинусов. Ее структура указана в табл. 4.5.

Таблица 4.5

Матрица перехода A

α_{11}^2	α_{12}^2	α_{13}^2	$2\alpha_{12}\alpha_{13}$	$2\alpha_{11}\alpha_{13}$	$2\alpha_{11}\alpha_{12}$
α_{21}^2	α_{22}^2	α_{23}^2	$2\alpha_{22}\alpha_{23}$	$2\alpha_{21}\alpha_{23}$	$2\alpha_{21}\alpha_{22}$
α_{31}^2	α_{32}^2	α_{33}^2	$2\alpha_{32}\alpha_{33}$	$2\alpha_{31}\alpha_{33}$	$2\alpha_{31}\alpha_{32}$
$\alpha_{21}\alpha_{31}$	$\alpha_{22}\alpha_{32}$	$\alpha_{23}\alpha_{32}$	$\alpha_{22}\alpha_{33} + \alpha_{32}\alpha_{33}$	$\alpha_{21}\alpha_{33} + \alpha_{31}\alpha_{23}$	$\alpha_{21}\alpha_{32} + \alpha_{31}\alpha_{22}$
$\alpha_{11}\alpha_{31}$	$\alpha_{12}\alpha_{32}$	$\alpha_{13}\alpha_{33}$	$\alpha_{12}\alpha_{33} + \alpha_{32}\alpha_{13}$	$\alpha_{11}\alpha_{33} + \alpha_{31}\alpha_{13}$	$\alpha_{11}\alpha_{32} + \alpha_{31}\alpha_{12}$
$\alpha_{11}\alpha_{21}$	$\alpha_{12}\alpha_{22}$	$\alpha_{13}\alpha_{22}$	$\alpha_{12}\alpha_{23} + \alpha_{22}\alpha_{13}$	$\alpha_{11}\alpha_{23} + \alpha_{21}\alpha_{13}$	$\alpha_{11}\alpha_{22} + \alpha_{21}\alpha_{12}$

Таблица 4.6

Матрица перехода \tilde{A}

α_{11}^2	α_{21}^2	α_{31}^2	$2\alpha_{21}\alpha_{31}$	$2\alpha_{11}\alpha_{31}$	$2\alpha_{11}\alpha_{21}$
α_{12}^2	α_{22}^2	α_{32}^2	$2\alpha_{22}\alpha_{32}$	$2\alpha_{12}\alpha_{32}$	$2\alpha_{12}\alpha_{22}$
α_{13}^2	α_{23}^2	α_{33}^2	$2\alpha_{23}\alpha_{33}$	$2\alpha_{13}\alpha_{33}$	$2\alpha_{13}\alpha_{23}$
$\alpha_{12}\alpha_{13}$	$\alpha_{22}\alpha_{23}$	$\alpha_{32}\alpha_{33}$	$\alpha_{22}\alpha_{33} + \alpha_{32}\alpha_{23}$	$\alpha_{12}\alpha_{33} + \alpha_{32}\alpha_{13}$	$\alpha_{12}\alpha_{33} + \alpha_{32}\alpha_{13}$
$\alpha_{11}\alpha_{13}$	$\alpha_{21}\alpha_{23}$	$\alpha_{31}\alpha_{33}$	$\alpha_{21}\alpha_{33} + \alpha_{31}\alpha_{23}$	$\alpha_{11}\alpha_{33} + \alpha_{31}\alpha_{13}$	$\alpha_{11}\alpha_{23} + \alpha_{21}\alpha_{13}$
$\alpha_{11}\alpha_{12}$	$\alpha_{21}\alpha_{22}$	$\alpha_{31}\alpha_{32}$	$\alpha_{21}\alpha_{32} + \alpha_{31}\alpha_{22}$	$\alpha_{11}\alpha_{32} + \alpha_{31}\alpha_{12}$	$\alpha_{11}\alpha_{22} + \alpha_{21}\alpha_{12}$

После ее построения элементы матрицы пьезосопротивления в новой системе координат определяются по соотношению

$$\pi' = A \pi [\tilde{A}],$$

где $[\tilde{A}]$ – матрица, обратная A (табл. 4.6).

По аналогии с тензором упругих податливостей (2.3.12) формулы для преобразования компонент тензоров линейного пьезосопротивления и эластопроводимости кристаллов, обладающих кубической симметрией, можно представить в виде:

для пьезосопротивления

$$\pi'_{iklm} = \pi_{12}\delta_{ik}\delta_{lm} + \frac{\pi_{44}}{2}\delta_{il}\delta_{km} + \delta_{im}\delta_{kl} +$$

$$+ \pi_{11} - \pi_{12} - \pi_{44} \sum_{n=1}^3 \alpha_{in} \alpha_{kn} \alpha_{in} \alpha_{mn}, \quad (4.5.21)$$

для эластопроводимости

$$m'_{iklm} = m_{12} \delta_{ik} \delta_{lm} + m_{44} \delta_{il} \delta_{km} + \delta_{im} \delta_{kl} + \\ + m_{11} - m_{12} - 2m_{44} \sum_{n=1}^3 \alpha_{in} \alpha_{kn} \alpha_{in} \alpha_{mn}. \quad (4.5.22)$$

В этих формулах α_{in} – элементы матрицы направляющих косинусов. Переход к элементам матрицы пьезосопротивления и эластопроводимости осуществляется обычным образом.

Формулы из табл. 4.4 или (4.5.21), (4.5.22) удобны при исследовании угловых зависимостей компонент тензоров. В качестве примера рассмотрим зависимость некоторых компонент матрицы пьезосопротивления от угла поворота α в плоскости (100) вокруг оси [001]. Матрица направляющих косинусов в этом случае имеет вид

$$\alpha_{ij} = \begin{vmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi & 0 \\ -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}. \quad (4.5.23)$$

Подставляя элементы матрицы (4.5.23) в (4.5.22), получаем

$$\pi'_{11} = \pi_{12} + \pi_{44} + (\pi_{11} - \pi_{12} - \pi_{44}) \left(1 - \frac{\sin^2 2\varphi}{2} \right), \\ \pi'_{12} = \pi_{12} + (\pi_{11} - \pi_{12} - \pi_{44}) \frac{\sin^2 2\varphi}{2}, \quad (4.5.24) \\ \pi'_{16} = -(\pi_{11} - \pi_{12} - \pi_{44}) \frac{\sin 4\varphi}{2}.$$

Угловые зависимости для различных компонент матрицы пьезосопротивления оказываются различными и зависят от соотношения между основными компонентами пьезосопротивления $\pi_{11}, \pi_{12}, \pi_{44}$. В кремнии p -типа $\pi_{44} > |\pi_{11}|$ и $\pi_{44} > |\pi_{12}|$, а в кремнии n -типа $|\pi_{11}| > \pi_{44}$ и $|\pi_{12}| > \pi_{44}$. Из-за этого в кремнии p -типа компонента π'_{11} (продольное пьезосопротивление) достигает максимального

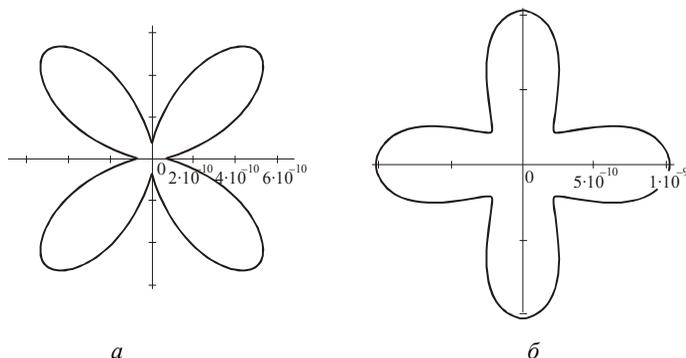


Рис. 4.12. Угловые зависимости продольного пьезосопротивления π'_{11} в плоскости 100 для p-Si (а) и n-Si (б); ось абсцисс соответствует направлению [100]

значения вдоль направления [110], а в кремнии *n*-типа – вдоль направления [100]. Соответствующие угловые зависимости приведены на рис. 4.12.

Для расчетов угловых зависимостей использованы значения коэффициентов пьезосопротивления (табл. 4.7), определенные в [2].

Таблица 4.7

Коэффициенты пьезосопротивления для слаболегированного кремния

Тип проводимости	Удельное сопротивление, Ом · см	$\pi \cdot 10^{-11}, \text{Па}^{-1}$		
		π_{11}	π_{12}	π_{44}
<i>n</i>	11.7	-102.2	53.4	-13.6
<i>p</i>	7.8	6.6	-1.1	138.1

В заключение данного раздела приведем матрицы пьезосопротивления для двух важных случаев.

1. Система координат связана с плоскостью 111 :

$$x_1 \parallel [1\bar{1}0], \quad x_2 \parallel [11\bar{2}], \quad x_3 \parallel [111].$$

В этой системе координат отличные от нуля элементы матрицы пьезосопротивления равны

$$\pi'_{11} = \pi'_{22} = \frac{\pi_{11} + \pi_{12} + \pi_{44}}{2}, \quad \pi'_{12} = \pi'_{21} = \frac{\pi_{11} + 5\pi_{12} - \pi_{44}}{2},$$

$$\pi'_{13} = \pi'_{31} = \pi'_{32} = \pi'_{23} = \frac{\pi_{11} + 2\pi_{12} - \pi_{44}}{3}, \quad \pi'_{33} = \frac{\pi_{11} + 2\pi_{12} + 2\pi_{44}}{3},$$

$$2\pi'_{41} = \pi'_{14} = -2\pi'_{42} = -\pi'_{24} = \frac{\sqrt{3}}{2} \pi_{11} - \pi_{12} - \pi_{44},$$

$$\pi'_{44} = \pi'_{55} = \frac{2\pi_{11} - \pi_{12} + \pi_{44}}{3}, \quad \pi'_{66} = \frac{\pi_{11} - \pi_{12} + 2\pi_{44}}{3},$$

$$\pi'_{56} = \pi'_{65} = \frac{\sqrt{2}}{3} \pi_{11} - \pi_{12} - \pi_{44}.$$

Остальные компоненты матрицы равны нулю.

2. Система координат связана с плоскостью 100.

Если оси координат ориентированы вдоль направлений $x_1 \parallel 110$, $x_2 \parallel [1\bar{1}0]$, $x_3 \parallel 001$, то матрица пьезосопротивления будет иметь вид

$$\pi'_{ij} = \begin{vmatrix} \frac{\pi_{11} + \pi_{12} + \pi_{44}}{2} & \frac{\pi_{11} + \pi_{12} - \pi_{44}}{2} & \pi_{12} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\pi_{11} + \pi_{12} - \pi_{44}}{2} & \frac{\pi_{11} + \pi_{12} + \pi_{44}}{2} & \pi_{12} & 0 & 0 & 0 \\ \pi_{12} & \pi_{12} & \pi_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \pi_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \pi_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \pi_{11} - \pi_{12} \end{vmatrix}. \quad (4.5.26)$$

4.6. ВЛИЯНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ И ЛЕГИРОВАНИЯ НА ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТЬ ДЕФОРМИРОВАННОГО *n*-КРЕМНИЯ

Как показали многочисленные исследования, существует несколько эффектов, не находящих объяснения в рамках базовой модели Херринга – Фогта. К ним в первую очередь можно отнести заметную величину константы пьезосопротивления π_{44} , наблюдаемое насыщение зависимостей проводимости от деформации при

комнатных температурах и зависимость тензоэффектов от типа легирующей примеси при пониженных температурах. Для объяснения данных эффектов требуется выйти за рамки предположений, на которых базируется модель Херринга – Фогта, а именно необходимо принять, что при деформации в n -кремнии могут изменяться эффективная масса, подвижность электронов в каждом минимуме и их полная концентрация.

4.6.1. ВЛИЯНИЕ СДВИГОВЫХ ДЕФОРМАЦИЙ НА ПРОВОДИМОСТЬ n -SI

В рамках модели «жестких» минимумов для каждого из эквивалентных экстремумов выражение для энергетического спектра может быть представлено в виде

$$E_{\mathbf{k}, \varepsilon'} = A_{\parallel} k_x^2 + A_{\perp} (k_y^2 + k_z^2) + \Xi_d \text{Sp} \varepsilon' + \Xi_u \sum_{l,m} \alpha_{x'l} \alpha_{x'm} \varepsilon_{lm}, \quad (4.6.1)$$

здесь ε_{lm} – компоненты тензора деформаций, заданные в осях кристалла, $\alpha_{x'k}$ – косинус угла между осью x' (осью, на которой расположен данный экстремум) и осью k (одной из осей кристалла).

Данное выражение справедливо в системе главных осей экстремума, которые для различных экстремумов не совпадают, что может приводить к различному смещению эквивалентных экстремумов при деформации кристалла. Нарушение эквивалентности экстремумов связано с тем, что при деформации симметрия кристалла может изменяться, а энергетический спектр должен обладать симметрией кристалла. В данном случае (невыврожденные зоны) изменение симметрии энергетического спектра проявляется в неодинаковом смещении эквивалентных (до деформации) экстремумов. При деформации, не изменяющей симметрию кристалла (например, всестороннее сжатие) или не вызывающей нарушения преобразований, переводящих вектор \mathbf{k}_0 в \mathbf{k}_0^i , эквивалентные экстремумы будут смещаться одинаково.

Следует, однако, заметить, что в полупроводниках с решеткой алмаза и цинковой обманки для Δ_1 минимумов, расположенных в окрестности точки X , характерно сильное взаимодействие с близлежащей зоной [9]. Особенности структуры X_1^c -зоны обусловлены тем, что $\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$ – «взаимодействие» X_1^c - и X_3^c -состояний, разделенных сравнительно небольшим энергетическим зазором, приводит к

существенной непараболичности закона дисперсии электронов и «двугорбой» структуре [18]. При анизотропной деформации это взаимодействие может изменяться и наряду со смещением минимума как целого будут появляться изменения формы изоэнергетической поверхности.

В случае кремния n -типа спектр электронов при наличии деформации с учетом данного взаимодействия в окрестности точки X может быть представлен в виде

$$E(\mathbf{k}, \varepsilon') = Ak_x^2 + B(k_y^2 + k_z^2) + \lambda \pm \sqrt{D^2 k_x^2 + (Ck_y k_z + L\varepsilon'_{yz})^2}, \quad (4.6.2)$$

где $\lambda = \Xi_d \text{Spr}\varepsilon' + \Xi_u \sum_{l,m} \alpha_{xl} \alpha_{x'm} \varepsilon_{lm}$ соответствует ΔE_i в (4.2.1).

Отметим, что согласно (4.6.2) не всякая анизотропная деформация, а только ε'_{yz} приводит к изменению формы изоэнергетических поверхностей. Именно эта компонента деформации вызывает изменение энергетического зазора между «взаимодействующими» зонами в точке X .

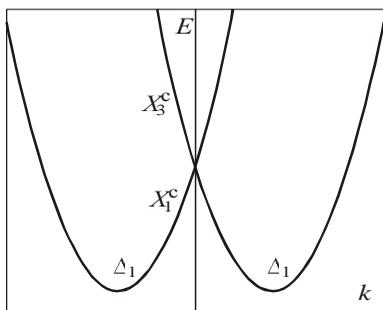


Рис. 4.13. Строение зоны проводимости n -Si вблизи X -минимума

Изменение энергетического зазора между «взаимодействующими» зонами в точке X .

На рис. 4.13 показано строение зоны проводимости Si вблизи X -минимума, соответствующее (4.6.2). Расчеты показывают, что в кремнии минимум Δ у X_1^c оказывается достаточно удаленным от точки вырождения X . В результате вместо (4.6.2) для X_1^c -зоны в окрестности минимума можно использовать разложение

$$E(\mathbf{k}, \varepsilon') = Ak_x^2 + B(k_y^2 + k_z^2) + \lambda - \frac{A}{D^2} (Ck_y k_z + L\varepsilon'_{yz})^2, \quad (4.6.3)$$

здесь E и k_x отсчитываются от точки экстремума.

Для больших деформаций и малых энергий (4.6.3) можно еще упростить. При этом получим

$$E(\mathbf{k}, \varepsilon') = Ak_x^2 + B(k_y^2 + k_z^2) + \lambda - \frac{A}{D^2} [2Ck_y k_z L\varepsilon'_{yz} + (L\varepsilon'_{yz})^2]. \quad (4.6.4)$$

Если теперь в (4.6.4) перейти к системе осей k'_x [100], k'_y [011], k'_z [0 $\bar{1}1$], то спектр $E(\mathbf{k}, \varepsilon')$ запишется в виде

$$E(\mathbf{k}', \varepsilon') = Ak_x'^2 + B_1 k_y'^2 + B_2 k_z'^2 + \lambda - \frac{A}{D^2} (L\varepsilon'_{yz})^2, \quad (4.6.5)$$

$$B_1 = B - \frac{A}{D^2} CL\varepsilon'_{yz}, \quad B_2 = B + \frac{A}{D^2} CL\varepsilon'_{yz}.$$

Таким образом, при сделанных допущениях изоэнергетические поверхности в окрестности минимума и при деформации остаются эллипсоидами. Однако эффективные массы становятся зависящими от деформации ε'_{yz} . Причем $1/m_{y'y'}^*$ и $1/m_{z'z'}^*$ при наличии сдвиговой деформации должны различаться на величину $4 \frac{ACL}{D^2 \hbar^2} \varepsilon'_{yz}$.

В большинстве работ для описания спектра электронов в кремнии при отсутствии деформации используется именно выражение (4.6.5). Отметим, однако, что оно является лишь разложением в ряд более точного выражения (4.6.2). На рис. 4.14 представлены зависимости плотности состояний от энергии для X_1^c -зоны в Si, рассчитанные с использованием (4.6.5) – $g_0(E)$ и (4.6.2) – $g(E, \varepsilon)$ при

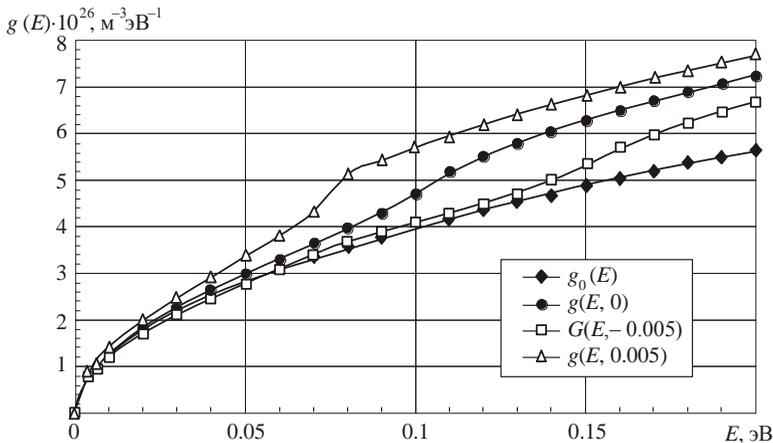


Рис. 4.14. Зависимости плотности состояний от энергии для X_1^c -зоны в Si:

$g_0(E)$ – расчет по (4.6.5), $g(E, \varepsilon)$ – расчет по (4.6.2)

$\varepsilon_{yz} = -0.005, 0$ и 0.005 . Расчеты показали, что $g_0(E)$ слабо зависит от деформации, в то время как $g(E, \varepsilon)$ существенно меняется при изменении как величины, так и знака деформации ε_{yz} . Из рисунка также видно, что разложение (4.6.5) позволяет рассчитать зависимость плотности состояний от энергии с достаточной точностью лишь при наличии больших отрицательных сдвиговых деформаций. При отсутствии деформации ε_{yz} ошибка в оценке плотности состояний с использованием (4.6.5) превысит 5 % при $E = 0.04$ эВ и 15 % при $E = 0.08$ эВ, а в случае положительных сдвиговых деформаций ошибка еще возрастет. В результате использование (4.6.5) для расчета кинетических коэффициентов при комнатной и более высокой температуре представляется не всегда обоснованным.

Пренебрегая в (4.6.5) слагаемым, пропорциональным ε_{yz}^2 , можно получить выражения для оценки коэффициента π_{44} без учета [19] и с учетом [20] анизотропии времени релаксации. Согласно [20]

$$\pi_{44} = -86.8 \frac{m_{\parallel}}{m_0} \frac{S_{44}}{1 + 2K}, \quad (4.6.6)$$

где $K = \mu_{\perp} / \mu_{\parallel}$ – коэффициент анизотропии подвижности. По оценкам [20], при комнатной температуре $\pi_{44} \approx -9.4 \cdot 10^{-11} \text{ Па}^{-1}$, что достаточно близко к значению $-13.6 \cdot 10^{-11} \text{ Па}^{-1}$, полученному экспериментально в [2]. Согласно (4.6.6) при увеличении легирования величина π_{44} должна расти из-за уменьшения значения параметра анизотропии K в связи с увеличением вклада рассеяния на ионизированных примесях. Кроме того, по мере увеличения концентрации электронов и заполнения зоны все большее количество электронов будет попадать в область энергий, где взаимодействие с X_3^c -зоной становится существенным.

4.6.2. ВЛИЯНИЕ ДЕФОРМАЦИИ НА ПРИМЕСНЫЕ СОСТОЯНИЯ В SI

Исследования влияния деформации на кинетические коэффициенты в n -кремнии [8, 21–31] показали, что во многих случаях даже при отсутствии сдвиговых деформаций экспериментальные результаты не удается объяснить, полагая, что деформация

не влияет на процессы рассеяния и полную концентрацию носителей заряда.

На рис. 4.15 – 4.17 приведены экспериментальные зависимости относительного изменения удельного сопротивления монокристаллов n -Si $\rho_X/\rho_0 = f(X)$ при сжатии вдоль $X \parallel J \parallel [100]$. Видно (см. рис. 4.15), что при $T = 77.4$ удельное сопротивление перестает возрастать примерно при 5 МПа. Оценки с использованием (4.4.16) показывают, что при таких нагрузках и температурах перетекание электронов из поднимающихся минимумов в опускающиеся практически закончилось.

Предполагая, что одноосная деформация не изменяет форму изоэнергетических поверхностей и процессы рассеяния, при деформации Si вдоль $[100]$ направления имеем

$$\frac{\rho_\infty}{\rho_0} = \frac{2}{3} \left(K + \frac{1}{2} \right). \quad (4.6.7)$$

Таким образом, уменьшение значения ρ_∞/ρ_0 при увеличении концентрации электронов связано с уменьшением параметра

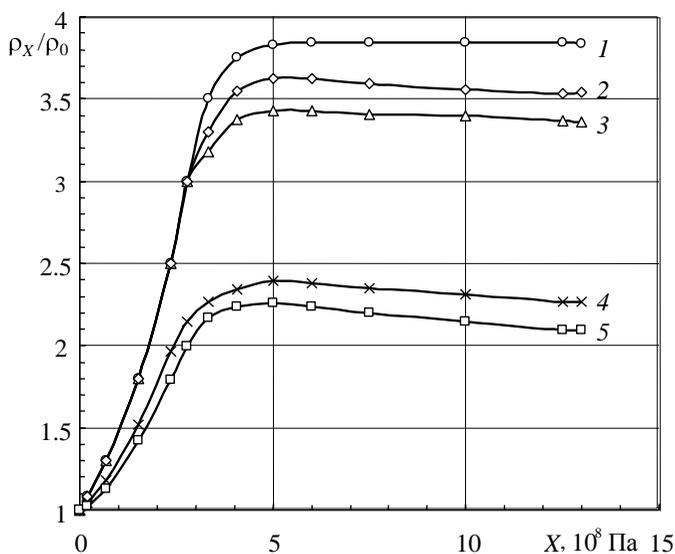


Рис. 4.15. Экспериментальные зависимости $\rho_X/\rho_0 = f(X)$ для образцов n -Si при $X \parallel J \parallel [100]$, $T = 77.4$ К:
 $n = 3 \cdot 10^{13}$, $9.5 \cdot 10^{13}$, $4.6 \cdot 10^{14}$, $7 \cdot 10^{16}$, $5.2 \cdot 10^{17}$ (кривые 1–5 соответственно)

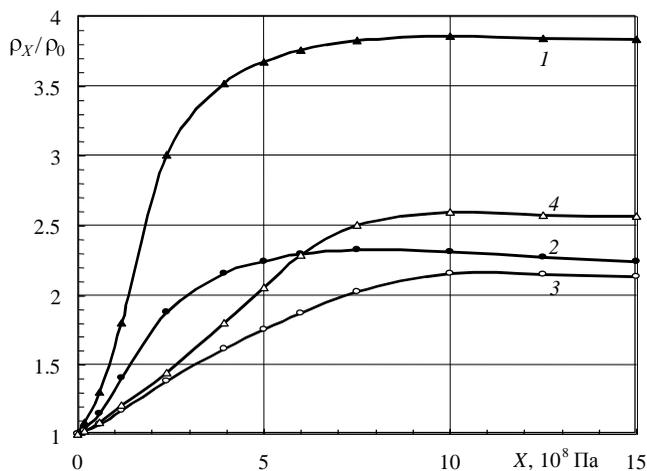


Рис. 4.16. Зависимости $\rho_X/\rho_0 = f(X)$ для n -Si при сжатии вдоль $X \parallel J \parallel [100]$:

кривые 1, 4 – $N_d = 3 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$ при T , К: 1 – 78, 4 – 300; кривые 2, 3 – $N_d = 1.7 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$ при $T = 78 \text{ К}$ (2) и $T = 300 \text{ К}$ (3)

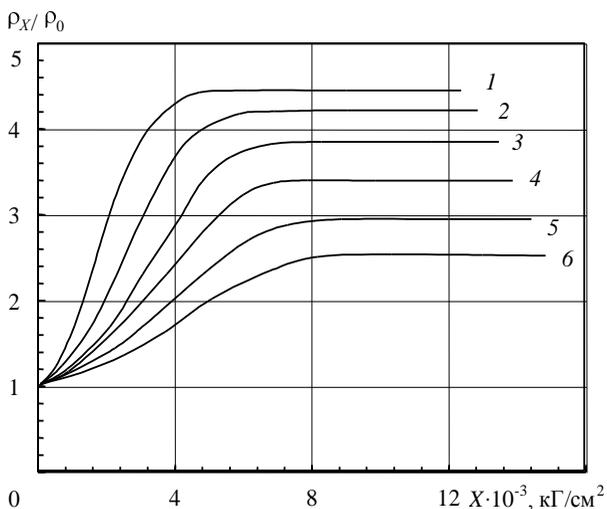


Рис. 4.17. Зависимости $\rho_X/\rho_0 = f(X)$ для n -Si с $n = 4.09 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$ при $X \parallel J \parallel [100]$:

$T = 78, 118, 158, 198, 238, 300 \text{ К}$ (кривые 1 – 6 соответственно)

анизотропии K в связи с увеличением вклада рассеяния на ионизированных примесях.

Характерными же особенностями кривых на рис. 4.15 – 4.17 являются отсутствие насыщения (спад) в области больших деформаций и уменьшение максимального значения ρ_X/ρ_0 при увеличении температуры. Следует также обратить внимание на тенденцию зависимостей $\rho_X/\rho_0 = f(X)$ к насыщению при комнатных температурах, когда перетекание носителей заряда из поднимающихся минимумов в опускающиеся еще не закончилось.

Одним из возможных объяснений спада на зависимостях $\rho_X/\rho_0 = f(X)$ в области больших деформаций может быть изменение полной концентрации носителей в зоне проводимости вследствие дополнительной ионизации примеси.

Известно, что энергетический уровень основного состояния мелкого донора V группы в кремнии расщепляется на синглет $A_1(1)$, дублет $E(2)$ и триплет $T_1(3)$ (так называемое орбит-долинное расщепление). Причем под действием внешних полей структура этих уровней может дополнительно изменяться [32]. Расчеты показывают, что в кремнии наинизшим является состояние A_1 . В табл. 4.8 приведены значения энергий связи для компонент основного состояния доноров V группы в Si.

Как показано в [9] в случае n -Si изменение энергии связи мелкого примесного центра в деформированном кристалле определяется уравнениями

$$F_1 - E \quad F_2 - E \quad F_3 - E \quad -0.5 \quad F_1 - E \quad F_7^2 - F_3 - E \quad F_7^2 -$$

Таблица 4.8

Значения энергий связи для компонент основного состояния доноров V группы в Si, мэВ

Источник	$E(A_1)$	$E(T_1)$	$E(E)$
Теория [33]	45.5	33.7	32.4
Теория [34]	45.5	39.5	37.4
Эксперимент [35]			
As	53.7	32.6	31.2
P	45.5	33.9	32.6
Sb	42.7	32.9	30.6
Эксперимент [36]			
As	$E(A_1)$	$E(A_1) - 21.15$	$E(T_1) - 1.42$
P	$E(A_1)$	$E(A_1) - 11.85$	$E(T_1) - 1.35$
Sb	$E(A_1)$	$E(A_1) - 9.94$	$E(T_1) - 2.5$

$$-\sqrt{2}F_7^2 F_8 - F_2 - E F_8^2 = 0, \quad (4.6.8)$$

$$E_{\text{пр}}^4 = \Delta E_1 + \Delta_1, \quad E_{\text{пр}}^5 = \Delta E_2 + \Delta_1, \quad E_{\text{пр}}^6 = \Delta E_3 + \Delta_1,$$

здесь $E_{\text{пр}}^{4,5,6}$ соответствуют триплетным состояниям, ΔE_i , $i=1,2,3$, – сдвиг i -го экстремума;

$$\begin{aligned} F_1 &= \Delta E_1 + \Delta E_2 + \Delta E_3 / 3, \quad F_2 = 0.5 \Delta E_1 + \Delta E_2 + \Delta_2, \\ F_3 &= \Delta E_1 + \Delta E_2 + 4\Delta E_3 / 6 + \Delta_2, \quad F_7 = \Delta E_1 - \Delta E_2 / \sqrt{6}, \\ F_8 &= 2\Delta E_3 - \Delta E_1 - \Delta E_2 / 3\sqrt{2}; \end{aligned}$$

Δ_1 и Δ_2 – энергетические зазоры между триплетным и синглетным и дублетным и синглетным состояниями в недеформированном кристалле. Отметим, что в (4.6.8) энергия отсчитывается от синглетного состояния в недеформированном кристалле.

В случае деформации кристалла n -Si по направлению плоскости типа (110), когда $\Delta E_1 = \Delta E_2$, из (4.6.8) имеем

$$\begin{aligned} E_{\text{пр}}^1 &= \Delta_2 + \Delta E_1, \quad E_{\text{пр}}^{2,3} = \frac{1}{2} \left\{ \Delta_2 + \Delta E_1 + \Delta E_3 \pm \frac{1}{3} \times \right. \\ &\times \sqrt{9(\Delta E_1^2 + \Delta E_3^2 + \Delta_2^2) + 6(\Delta E_3 - \Delta E_1)\Delta_2 - 18\Delta E_1\Delta E_3} \left. \right\}, \quad (4.6.9) \end{aligned}$$

здесь $E_{\text{пр}}^{1,2}$ соответствуют дублетным состояниям, а $E_{\text{пр}}^3$ – синглетному состоянию в недеформированном кристалле.

Отметим, что (4.6.8) не учитывает сдвиг зон как целого под действием всесторонней деформации. Такой сдвиг приводит к дополнительному одинаковому смещению всех уровней примесного центра.

В общем случае распределение электронов по состояниям при произвольной деформации находится из уравнения нейтральности. Например, для n -Si в пределе больших деформаций $\Xi_u \varepsilon'_{zz} > \Delta_2$ при $X \parallel [100]$ и $n \ll N_a < N_d$ в отсутствие вырождения из уравнения нейтральности можно получить

$$\frac{n_X}{n_0} = \frac{1 + 2\exp -\Delta_2/kT + 3\exp -\Delta_1/kT}{3 \exp -2\Delta_2/3kT + \exp -\Delta_1/kT}, \quad (4.6.10)$$

где n_X , n_0 – концентрации электронов в зоне проводимости при наличии и отсутствии деформации; $\varepsilon'_{zz} = \varepsilon_{zz} - \varepsilon_{xx}$.

На рис. 4.18 приведены зависимости относительного изменения концентрации электронов в зоне проводимости кремния от нагрузки, рассчитанные для $T = 24$ и 31 К, $N_d = 10^{13}$ см $^{-3}$, компенсации $K = 0$ и 0.4 при $X \parallel [100]$. Видно, что изменение концентрации при деформации увеличивается при понижении температуры и увеличении степени компенсации.

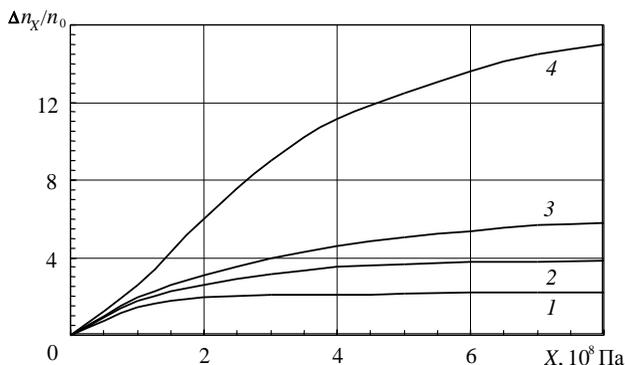


Рис. 4.18. Зависимости относительного изменения концентрации электронов в зоне проводимости кремния от нагрузки, рассчитанные при $N_d = 10^{13}$ см $^{-3}$ для $T = 31$ К (кривые 1 и 3) и 24 К (кривые 2 и 4); 1, 2 – $K = 0$; 3, 4 – $K = 0.4$

Вклад изменения концентрации подвижных электронов в изменение удельного сопротивления при деформации кристалла представлен на рис. 4.19, где приведены зависимости $\rho_X/\rho_0 = f(X)$, рассчитанные для $T = 24$ и 31 К, $N_d = 10^{13}$ см $^{-3}$, компенсации $K = 0$ и 0.4 при $X \parallel [100]$. Видно, что при малых нагрузках, когда вклад ионизационных процессов еще мал, изменение сопротивления в основном определяется механизмом перетекания и наклон зависимостей в точке $X = 0$ при понижении температуры увеличивается пропорционально Ξ_u/kT . Спад кривых при больших деформациях обусловлен проявлением дополнительной ионизации примесей, так как перетекание уже практически закончилось. При этом уменьшение значения ρ_X/ρ_0 в максимуме обусловлено, во-первых, уменьшением при понижении температуры коэффициента анизотропии подвижности (так, для $N_d = 10^{13}$ см $^{-3}$ и $K = 0.4$ при $T = 24$ К

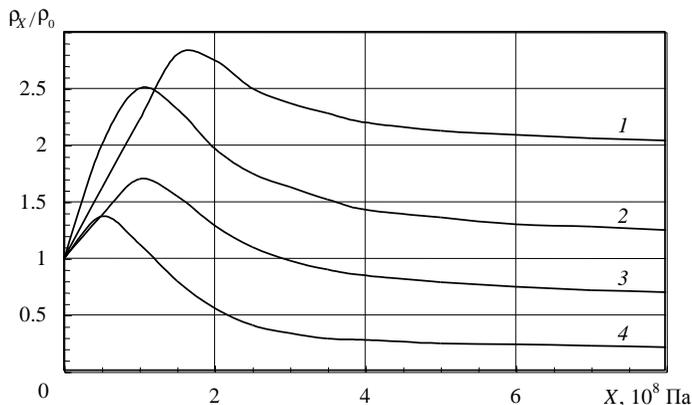


Рис. 4.19. Зависимости относительного изменения сопротивления n -кремния от нагрузки; обозначения соответствуют рис. 4.18

$K_\mu = 4.7$, а при $T = 31$ К $K_\mu = 5.5$), во-вторых, увеличением вклада в изменение проводимости от изменения концентрации электронов под действием деформации.

Как показывают расчеты, изменение концентрации электронов под действием деформации в n -Si остается заметным вплоть до 80 К. На рис. 4.20 представлены результаты расчета изменения относительной концентрации электронов в зоне проводимости кремния,

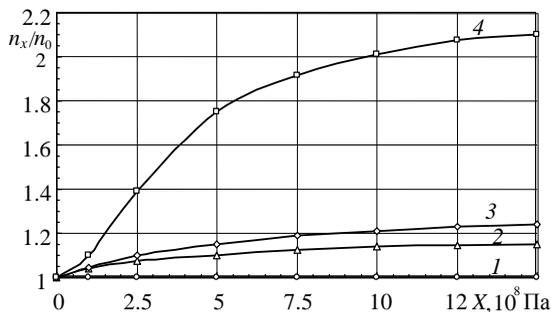


Рис. 4.20. Изменение концентрации электронов в зоне проводимости Si при воздействии одноосной нагрузки X :

1 – $N_d = 3 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$ (для Sb, P и As); 2 – 4 – $N_d = 10^{17} \text{ см}^{-3}$ (2 – Sb, 3 – P и 4 – As); $T = 78$ К

легированного Sb, P и As, при деформации вдоль [100] направления. Видно, что при $T = 78$ К и $N_d = 3 \cdot 10^{13}$ см⁻³ изменения концентрации электронов при деформации практически не происходит независимо от типа примеси, так как все примесные центры уже ионизованы. При увеличении же концентрации доноров до 10^{17} см⁻³ изменение числа электронов в зоне при деформации становится существенным. Причем, если для Sb и P это изменение составляет порядка 20 %, то для As – порядка 100 %.

Расчеты зависимости проводимости *n*-Si при 78 К от деформации с учетом дополнительной ионизации примеси в свою очередь показали, что для концентрации примеси меньше $4 \cdot 10^{13}$ см⁻³ зависимости $\rho_X/\rho_0 = f(X)$ практически не имеют спада (как и в эксперименте) при больших деформациях. Для больших же концентраций примеси такой спад наблюдается, причем тем сильнее, чем больше концентрация доноров, что обусловлено изменением полной концентрации электронов в зоне проводимости. Кроме того, с ростом концентрации доноров наблюдается снижение максимума на зависимости $\rho_X/\rho_0 = f(X)$, вызываемое увеличением вклада рассеяния на ионизованных примесях и, как следствие, уменьшением коэффициента анизотропии подвижности.

Сопоставление экспериментальных и расчетных зависимостей показывает, что учет анизотропии рассеяния на акустических фоновых ионах примеси и перестройки при воздействии одноосной деформации основного состояния мелких примесных центров позволяет описать основные особенности, наблюдаемые в эксперименте при 78 К. Количественные же расхождения (достигающие 20 %) могут быть объяснены как тем, что пока константы деформационного потенциала для *n*-Si не определены с достаточной точностью, так и тем, что для исследуемых образцов обычно неизвестна величина компенсации. При этом исследования показывают, что в слаболегированном кремнии *n*-типа степень компенсации может изменяться в широких пределах (табл. 4.9).

Таблица 4.9

Параметры образцов из слаболегированного кремния

$\rho_{300\text{K}}$, Ом · см	μ_n , см ² /В · с	N_d , см ⁻³	n , см ⁻³	K_μ	ρ_∞/ρ_0
1180	20700	$3.63 \cdot 10^{13}$	$3.32 \cdot 10^{12}$	0.833	4.56
102	19600	$6.77 \cdot 10^{13}$	$4.09 \cdot 10^{13}$	0.247	4.44
66	16900	$2.16 \cdot 10^{14}$	$5.80 \cdot 10^{13}$	0.577	3.80
23	16250	$2.76 \cdot 10^{14}$	$1.70 \cdot 10^{14}$	0.238	3.69

Влияние деформации на примесные состояния может при определенных ориентациях оси деформации индуцировать переход металл – диэлектрик в вырожденных кристаллах.

Так, в кремнии согласно (4.6.5) в области больших одноосных давлений при $X \parallel [111]$ будет заметно увеличиваться поперечная компонента эффективной массы электрона, что приведет к уменьшению боровского радиуса и локализации электрона на примесном центре. В результате при определенных условиях может быть достигнут переход от металлической проводимости к активационной.

Такое появление и увеличение энергии активации в n -Si и n -Ge с ростом одноосного давления было обнаружено экспериментально [37] и показано на рис. 4.21. Видно, что различия в закономерностях перестройки зоны проводимости германия и кремния существенно сказываются на характере приведенных зависимостей. Однако в любом случае с увеличением концентрации примеси область сильной локализации электрона смещается в область более высоких деформаций.

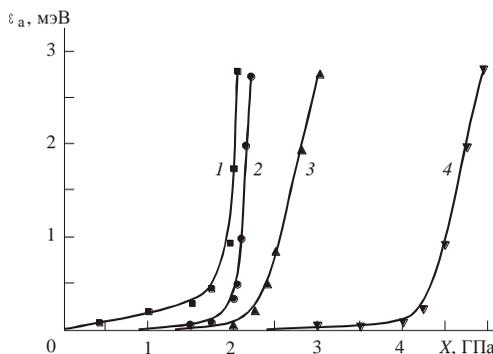


Рис. 4.21. Зависимость энергии активации от одноосного давления для n -Ge (1, 2) и n -Si (3, 4):

$$1 - N_{\text{Sb}} = 1.8 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}, 2 - N_{\text{Sb}} = 3.26 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}; 3 - N_{\text{P}} = 4.78 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}, 4 - N_{\text{P}} = 6.3 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3} [37]$$

В ряде случаев изменения в энергии связи примесных состояний проявляются и в области комнатных температур. На рис. 4.22 приведены зависимости $\rho_X / \rho_0 = f(X)$ при $X \parallel [100]$ для образцов n -Si с $n = 3.5 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$, измеренные в диапазоне температур 300...470 К. Коэффициент компенсации у данных образцов был порядка 0.8. Для этих кривых характерны резкое уменьшение зна-

чения ρ_X/ρ_0 в максимуме при увеличении температуры, а также появление падающего участка, причем при достаточно больших нагрузках отношение ρ_X/ρ_0 становится меньше единицы. Эксперимент также показал, что в данных образцах в отсутствие деформации при увеличении температуры от 300 до 470 К проводимость возрастает примерно в три раза.

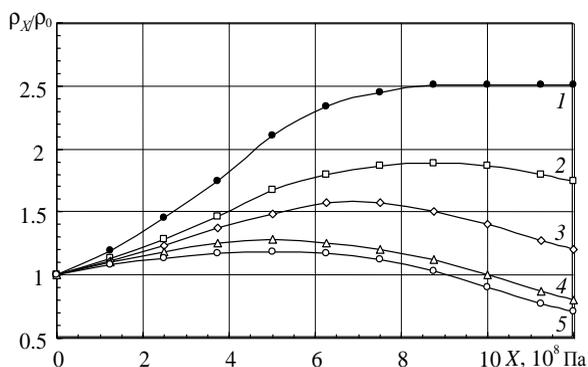


Рис. 4.22. Экспериментальные зависимости изменения удельного сопротивления n -Si с $n = 3.5 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$ от нагрузки:

1 – 300 К, 2 – 378 К, 3 – 400 К, 4 – 425 К, 5 – 458 К

Единственной причиной возрастания проводимости при таких температурах и концентрациях может быть изменение полной концентрации электронов. Расчеты с учетом возможного изменения концентрации собственных носителей заряда, анизотропного рассеяния на акустических фононах и ионах примеси, а также междолинного рассеяния показали, что изменение концентрации собственных носителей под воздействием деформации придает зависимости $\rho_X/\rho_0 = f(X)$ вид, качественно подобный наблюдаемому в эксперименте. Однако спад расчетных зависимостей значительно слабее, чем в эксперименте, т.е. вклад собственных носителей не столь существен. Кроме того, расчетное изменение электропроводности при изменении температуры от 300 до 470 К составило всего 1.4 раза.

Одним из возможных источников дополнительных электронов могут служить глубокие примесные уровни, заполненные при 300 К. При расчете полагали, что глубокий уровень отстоит от дна зоны проводимости на 0.54 эВ. Результаты расчета показывают

(рис. 4.23), что учет глубоких примесных состояний позволяет существенно улучшить описание как деформационной, так и температурной зависимостей электропроводности. Однако, так как в данном случае более точной информации о параметрах глубоких центрах не было, более точное сопоставление не проводилось.

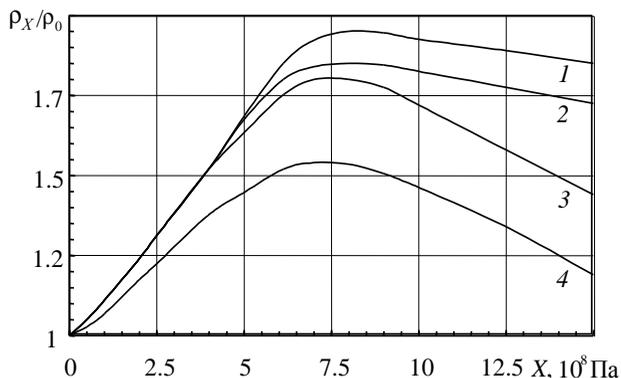


Рис. 4.23. Зависимости удельного сопротивления от нагрузки, рассчитанные для $N_d = 1.5 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$, $T = 400 \text{ К}$ и $K = 0.8$:

1 – расчет без учета собственной проводимости, 2 – с учетом собственной проводимости, 3 – с учетом глубоких акцепторов, 4 – то же, что и 3, но при $T = 470 \text{ К}$

Подводя итог вышесказанному, можно сделать вывод о том, что перестройка примесных состояний в напряженных структурах на основе Si может существенно отразиться на поведении кинетических эффектов как при низких, так и при повышенных температурах.

4.6.3. ЭФФЕКТА ХОЛЛА В ДЕФОРМИРОВАННЫХ ПОЛУПРОВОДНИКАХ

Одним из самых распространенных методов определения концентрации носителей заряда в объемных полупроводниковых структурах является использование эффекта Холла в различных модификациях. Неопределенности в оценке концентрации при этом обычно связаны с заранее не известным значением холл-фактора. В напряженных структурах возникают дополнительные проблемы, связанные с зависимостью постоянной Холла от деформации. На рис. 4.24 приведены зависимости постоянной Холла от

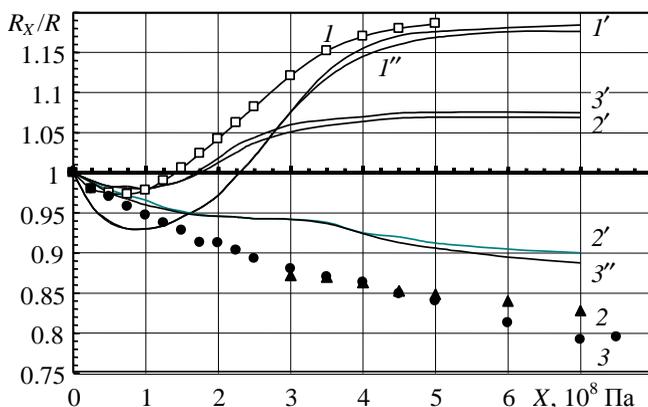


Рис. 4.24. Расчетные и экспериментальные зависимости постоянной Холла от нагрузки по [100] и $J||X$ в n -Si (P):

$1 - n = 3 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$, $2 - 7 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$, $3 - 5.2 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$; сплошные линии – расчет для соответствующих концентраций: $1' - 3'$ – без учета, $1'' - 3''$ – с учетом дополнительной ионизации примеси [28]

одноосной нагрузки для монокристаллов Si n -типа, полученные экспериментально при 78 К. Обратим внимание на наличие минимума у кривой I . Причиной его возникновения является многодолинный характер энергетического спектра электронов. При этом, пока под действием деформации долины разведены слабо, ток, порождаемый силой Лоренца, создается преимущественно электронами, находящимися в одних энергетических минимумах, а встречный ток холловского поля – в основном электронами из других минимумов. Возникает своеобразный аналог причины появления холл-фактора, не равного единице. При дальнейшем увеличении деформации зазор между минимумами увеличивается настолько, что концентрация электронов в верхних минимумах становится несущественной и постоянная Холла стремится к своему значению, соответствующему двухдолинной зонной структуре. На этом же рисунке представлены результаты расчета, выполненного в рамках теории анизотропного рассеяния с учетом рассеяния электронов на ионах примеси и акустических фоновых. В общем случае выражения для расчета постоянной Холла в деформированных кристаллах Si имеют достаточно громоздкий вид, так как должны учитывать взаимную ориентацию энергетических минимумов, прикладываемой нагрузки, тока, магнитного поля и направления измерения холловского напряжения. В простейшем

случае невырожденного n -Si, $X||J||[100]$ и $J \perp B \perp E_H$, уравнение для постоянной Холла принимает вид [28]

$$R_H(X) = \frac{1 + 2 \exp(-\beta X) \left(\frac{\langle \tau_{||} \tau_{\perp} \rangle}{m_{||} m_{\perp}} + \exp(-\beta X) \left(\frac{\langle \tau_{||} \tau_{\perp} \rangle}{m_{||} m_{\perp}} + \frac{\langle \tau_{\perp}^2 \rangle}{m_{\perp}^2} \right) \right)}{qn_0 \left(\frac{\langle \tau_{||} \rangle}{m_{||}} + 2 \exp(-\beta X) \frac{\langle \tau_{\perp} \rangle}{m_{\perp}} \right) \left(\frac{\langle \tau_{\perp} \rangle}{m_{\perp}} + \exp(-\beta X) \left(\frac{\langle \tau_{||} \rangle}{m_{||}} + \frac{\langle \tau_{\perp} \rangle}{m_{\perp}} \right) \right)}, \quad (4.6.11)$$

где n – полная концентрация электронов в зоне проводимости, $\beta = \Xi_u s_{11} - s_{12} / kT$; угловые скобки означают усреднение по максвелловскому распределению. На рис. 4.24 приведены зависимости (с одним штрихом), рассчитанные с использованием (4.6.11) при условии, что полная концентрация электронов неизменна. Видно, что качественное согласие наблюдается только для кривой 1, соответствующей образцу с концентрацией электронов $n = 3 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$. Как показали расчеты (см. рис. 4.20), при 78 К в данных образцах примесные уровни уже практически полностью ионизованы. Для образцов же с $n > 10^{15} \text{ см}^{-3}$ при $T = 78 \text{ К}$ необходимо учитывать изменение концентрации электронов при деформации кристалла. На рис. 4.24 также приведены результаты расчета (с двумя штрихами) постоянной Холла с учетом дополнительной ионизации примеси. Видно, что для образцов 2 и 3 учет дополнительной ионизации позволяет получить качественное соответствие расчетных и экспериментальных зависимостей. Заметим, что расчетные зависимости R_{Hx}/R_{H0} остаются меньше единицы при больших нагрузках только при учете дополнительной ионизации примеси. Количественное же несовпадение может объясняться отсутствием точных значений величин орбит-долинного расщепления примесных состояний. Анализ показывает, что изменение значения Δ_1 на 1 мэВ обеспечивает совпадение расчетных зависимостей с результатами эксперимента. С продолжающейся ионизацией примесных состояний связано и отсутствие насыщения у кривых 2 и 3 при нагрузках больше 500 МПа, в то время как у кривой 1 такое насыщение явно заметно.

Известно, что произведение постоянной Холла на удельную проводимость не зависит от концентрации электронов (если не изменяются времена релаксации). Таким образом, даже если концентрация электронов при деформации не остается постоянной, можно

ожидать, что зависимость величины $(R_{Hx}/R_{H0})/(\rho_x/\rho_0)$ от нагрузки будет насыщаться при больших деформациях, если перетекание между минимумами закончилось. На рис. 4.25 приведены зависимости $\mu_{Hx}/\mu_{H0} = (R_{Hx}/R_{H0})/(\rho_x/\rho_0)$ (т.е. относительного изменения холловской подвижности) от нагрузки, соответствующие экспериментальным кривым, представленным на рис. 4.15. и 4.24. Выход кривых 2 и 3 (см. рис. 4.25) на насыщение (при отсутствии насыщения у соответствующих кривых 2 и 3 (см. рис. 4.24) и 4 и 5 (см. рис. 4.15) подтверждает предположение, что в данных образцах при деформации изменяется полная концентрация электронов, что необходимо учитывать при моделировании работы приборов.

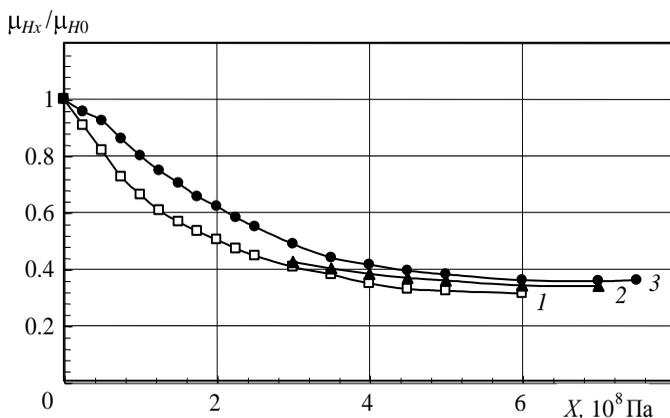


Рис. 4.25. Зависимости относительного изменения холловской подвижности от нагрузки по $[100]$ и $J||X$ в n -Si (P): номера у кривых соответствуют обозначениям на рис. 4.24

4.6.4. МЕЖДОЛИННОЕ РАССЕЯНИЕ В ДЕФОРМИРОВАННОМ n -SI

Как было отмечено ранее, экспериментальные исследования поведения электропроводности в деформированных структурах на основе кремния n -типа при температурах $T > 100$ К выявили ряд особенностей, не объяснимых в рамках модели перетекания. В частности, насыщение зависимости $\rho_x/\rho_0 = f(X)$ достигается при значительно меньших нагрузках, чем это можно ожидать, если учесть только эффект перетекания электронов (см. рис. 4.16, 4.17). Как следует из [24, 30, 31], эти особенности обусловлены изменением междолинного рассеяния под воздействием одноосной деформации.

При приложении одноосной нагрузки вырождение минимумов частично снимается и они оказываются разделенными энергетическим зазором (рис. 4.26). В результате для междолинных переходов электронов из нижележащих минимумов в вышележащие плотность конечных состояний уменьшается, а для переходов из верхних минимумов в нижние – возрастает. Таким образом, вклад междолинного рассеяния (f -переходы, между минимумами, расположенными на взаимно-перпендикулярных осях) в процессы рассеяния электронов для верхних долин увеличивается, а для нижних – уменьшается, следовательно, подвижность электронов в минимумах становится зависящей от деформации.

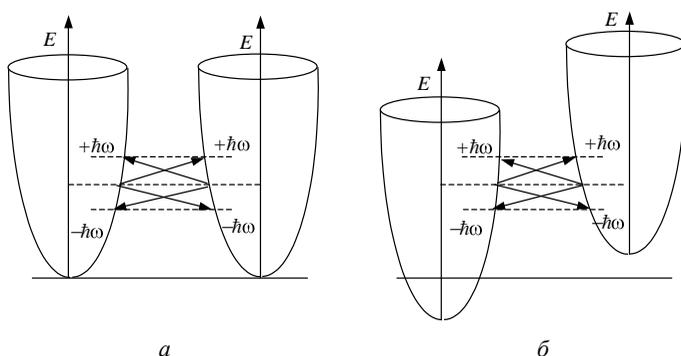


Рис. 4.26. Схема переходов при междолинном рассеянии:

a – без деформации, *б* – при деформации

В свою очередь, уменьшение подвижности электронов в верхних минимумах и увеличение ее в нижних могут привести к более «раннему» насыщению зависимости проводимости от деформации и даже к появлению спада, если подвижность в верхних минимумах станет меньше, чем в нижних.

На рис. 4.27 и 4.28 приведены зависимости подвижностей μ_{\perp} и μ_{\parallel} в поднимающихся и опускающихся минимумах от одноосной нагрузки вдоль $[100]$ с учетом рассеяния на акустических колебаниях решетки, ионизованных примесях и междолинного рассеяния для образцов с концентрацией доноров $N_d = 10^{12}$ и 10^{17} см^{-3} при 78 и 300 К. При расчете механизмы рассеяния полагали независимыми и общее обратное время релаксации находилось как сумма обратных времен релаксации, соответствующих отдельным механизмам рассеяния. Учитывалось междолинное рассеяние на фонах

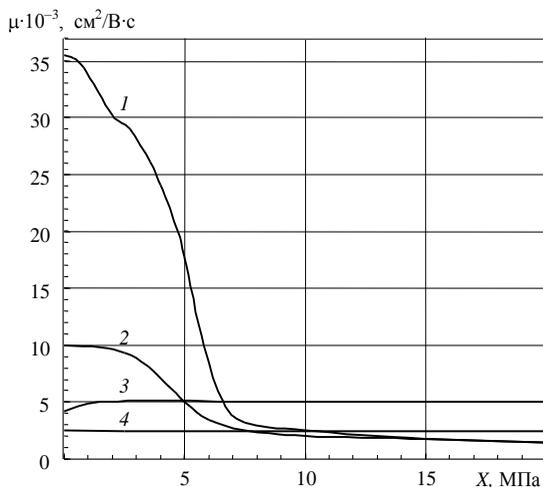


Рис. 4.27. Зависимость дрейфовой подвижности от нагрузки $X \parallel [100]$ при 78 К:

для $N_d = 10^{12} \text{ см}^{-3}$ 1 – μ_{\perp} в верхних минимумах, 3 – μ_{\parallel} в нижних минимумах; для $N_d = 10^{17} \text{ см}^{-3}$ 2 – μ_{\perp} в верхних минимумах, 4 – μ_{\parallel} в нижних минимумах

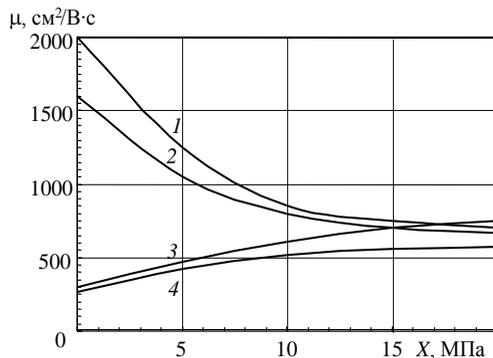


Рис. 4.28. Зависимости подвижности от нагрузки при 300 К; обозначения соответствуют рис. 4.27

с энергиями, соответствующими 190 и 630 К и $K_{630} = 2$, $K_{190} = 0.15$ [38]. Для акустического рассеяния принимали $\Xi_u = 8.6$ эВ и $\Xi_d = 0.62$ эВ.

Из рисунков видно, что междолинное рассеяние действительно оказывает существенное влияние на подвижность электронов в верхних минимумах как при 78, так и при 300 К, причем при достаточно больших нагрузках поперечная компонента подвижности μ_{\perp} в верхних минимумах определяется в основном именно процессами междолинного рассеяния, несмотря на то что до деформации их вклад был мал. Что же касается продольной компоненты подвижности μ_{\parallel} в нижних минимумах, то при 78 К она практически не зависит от деформации (так как и в отсутствие деформации вклад междолинного рассеяния мал), а при 300 К растет при увеличении нагрузки, приближаясь к величине, определяемой внутримолиновыми механизмами рассеяния, так как при деформации для нижних минимумов f -переходы выключаются.

С учетом трех механизмов рассеяния в [30, 31] были также рассчитаны зависимости удельного сопротивления от нагрузки. Установлено, что учет междолинного рассеяния позволяет объяснить характерные особенности кривых и достаточно хорошо описать поведение электропроводности n -Si при T выше 100 К.

В работе [39] проведен анализ вклада междолинного рассеяния в пьезосопротивление n -кремния. Оказалось, что при учете междолинного рассеяния коэффициент пьезосопротивления π_{11} может быть представлен в виде

$$\pi_{11} = \pi_X + \pi_M,$$

где π_X – коэффициент пьезосопротивления, определяемый обычным механизмом Херринга – Фогта; π_M – добавка из-за междолинного рассеяния. Причем π_X и π_M имеют разные знаки.

При расчетах учитывались два типа фононов – с характеристическими температурами 190 и 630 К. Результаты расчета приведены на рис. 4.29. Видно, что примерно на 75 % значение π_M определяют процессы рассеяния с испусканием фонона. В области температур 78...200 К зависимость π_M от температуры с погрешностью в несколько процентов может быть представлена выражением

$$\pi_M = \left[49.06 - 1.906 \frac{10^3}{T} \right] \cdot 10^{-12}. \quad (4.6.12)$$

Общий вклад π_M в константу π_{11} при комнатной температуре составляет порядка 30 %.

Таким образом, можно сделать вывод, что в диапазоне рабочих температур микроэлектронных компонентов междолинное рассеяние существенно влияет на изменение проводимости при воздействии анизотропной деформации в области как малых, так и больших деформаций, вызывая увеличение подвижности электронов в опускающихся минимумах и уменьшение – в поднимающихся.

В настоящее время ведутся интенсивные исследования, направленные на увеличение быстродействия микроэлектронных компонентов за счет использования упруго напряженных структур. Достижимые деформации даже при комнатных температурах позволяют сосредоточить большую часть электронов в двух нижних минимумах энергии. При этом для движения электронов поперек эллипсоидов будем иметь подвижность $\mu = \mu_{\perp}$, в то время как без деформации в любом направлении $\mu = \mu_{\parallel} + 2\mu_{\perp} / 3$. Как показывают расчеты (см. рис. 4.28), если использовать одноосную деформацию $X_{\parallel}[100]$ порядка 15 МПа в *n*-кремнии при комнатной температуре, то можно увеличить подвижность примерно в три раза.

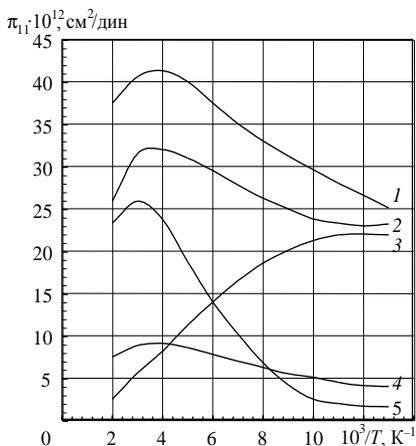


Рис. 4.29. Температурные зависимости вклада междолинного рассеяния в продольное пьезосопротивление:

3 – вклад от испускания низкотемпературного фонона, 5 – вклад от испускания высокотемпературного фонона, 2 – общий вклад от процессов испускания, 4 – общий вклад от процессов поглощения, 1 – суммарный вклад

4.7. ГАЛЬВАНО- И ТЕРМОЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЭФФЕКТЫ В ДЕФОРМИРОВАННОМ SI p-ТИПА

4.7.1. ВЛИЯНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ И ЛЕГИРОВАНИЯ НА ДЕФОРМАЦИОННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ p-SI

Анализ влияния деформации на кинетические эффекты в дырочном кремнии оказывается еще более сложным, чем в кристаллах *n*-типа. Это в первую очередь связано с наличием вырождения зон легких и тяжелых дырок и близким расположением зоны, отщеп-

ленной спин-орбитальным взаимодействием. В результате при деформации происходят изменения формы изоэнергетических поверхностей (см., например, [40]) и, как следствие, перераспределение дырок по состояниям, групповых скоростей и времен релаксации.

Изучение влияния деформации на электропроводность дырочных полупроводников со структурой алмаза началось с экспериментальной работы Smith [1] и теоретических работ Adams [41], Бира и Пикуса [9, 42, 43]. Было установлено, что изменения электропроводности при деформации в кремнии *n*- и *p*-типа качественно подобны, но отличаются по знаку. На рис. 4.30 приведены экспериментальные зависимости изменения относительного сопротивления ρ_X/ρ_0 *p*-Si от давления при 77 К. Видно, что при увеличении одноосной нагрузки сопротивление *p*-Si сначала уменьшается, а затем перестает изменяться (при нагрузках порядка 7500 кг/см²).

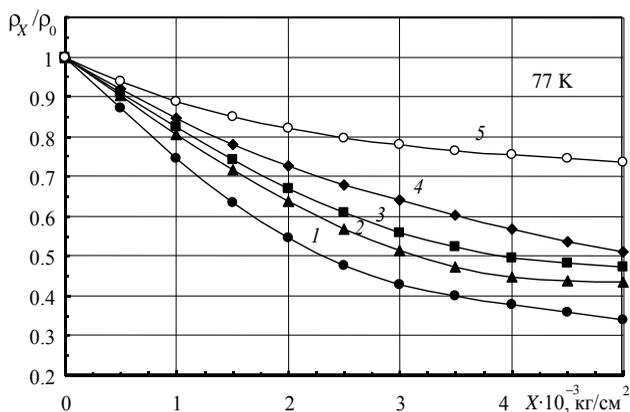


Рис. 4.30. Зависимости изменения относительного сопротивления *p*-Si при 77 К от давления для $j \parallel X \parallel [111]$:

$$1 - p = 2.5 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}, 2 - p = 4 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}, 3 - p = 10^{17} \text{ см}^{-3}, 4 - p = 8 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}, 5 - p = 3 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}$$

В свою очередь исследования при комнатных температурах показали, что ни в *p*-Ge, ни в *p*-Si насыщение зависимостей удельного сопротивления от величины одноосной нагрузки не наблюдается [44]. На рис. 4.31 приведены типичные зависимости изменения относительного сопротивления ρ_X/ρ_0 *p*-Si от давления при 300 К для трех образцов с различной концентрацией дырок.

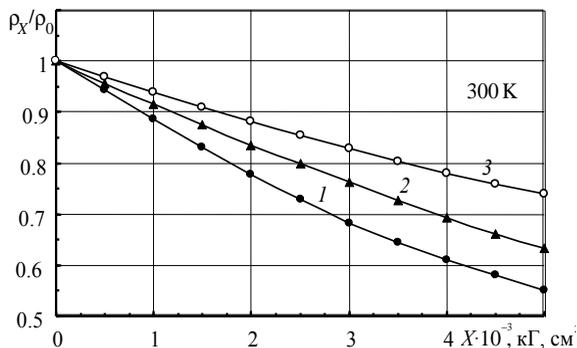


Рис. 4.31. Изменения относительного сопротивления p -Si при 300 К от давления для $j||X||[111]$:

1 – $p = 2.5 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$, 2 – $p = 4 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$, 3 – $p = 3 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}$

При анализе влияния деформации на электропроводность дырочных полупроводников чаще используются коэффициенты пьезосопротивления.

На рис. 4.32 приведены экспериментальные зависимости продольного коэффициента пьезосопротивления π_{44} для p -кремния от

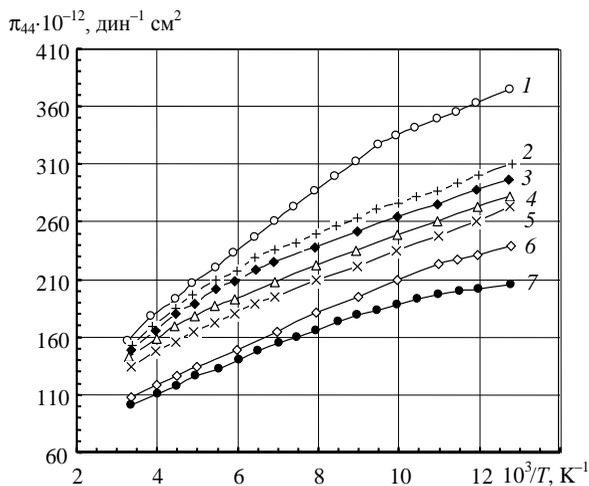


Рис. 4.32. Зависимость π_{44} для p -Si от температуры [45]:

1 – $p = 4.7 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$, 2 – $p = 1.2 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$, 3 – $p = 2.4 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$,
4 – $p = 2 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$, 5 – $p = 1.5 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$, 6 – $p = 1.8 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}$,
7 – $p = 4.5 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}$

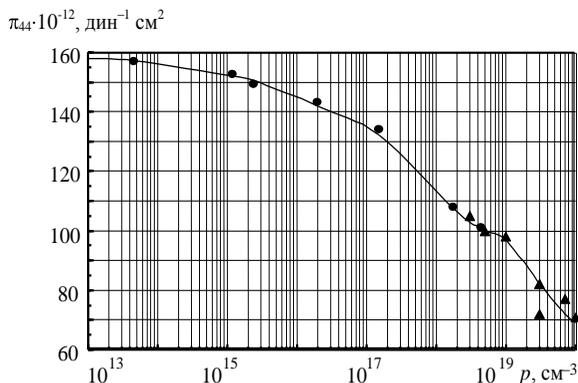


Рис. 4.33. Зависимость коэффициента π_{44} для p -Si от концентрации дырок при $T = 300$ К

температуры. Концентрационные зависимости коэффициента π_{44} приведены на рис. 4.33.

Зависимости коэффициентов π_2 и π_3 (второго и третьего порядков) для Si от концентрации дырок при $j || X || [111]$ и $T = 77$ К приведены на рис. 4.34. Аналогичные зависимости коэффициентов π_2 и π_3 для 300 К от концентрации дырок при $j || X || [111]$ приведены на рис. 4.35.

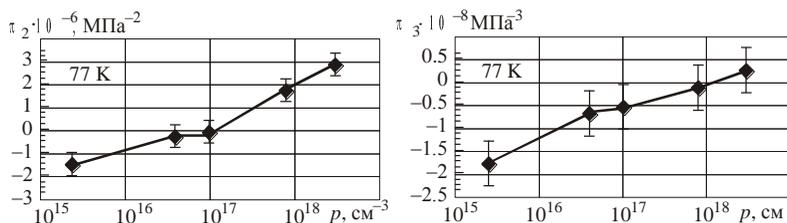


Рис. 4.34. Зависимости коэффициентов π_2 и π_3 для p -Si от концентрации дырок при $j || X || [111]$

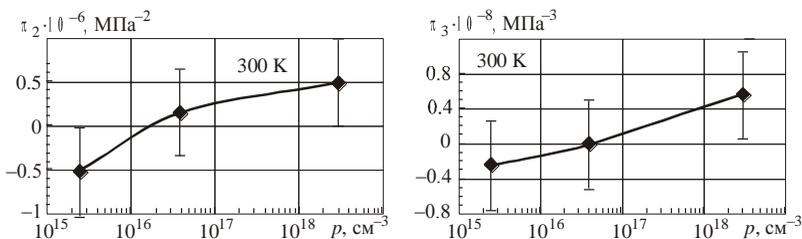


Рис. 4.35. Зависимости коэффициентов π_2 и π_3 для p -Si от концентрации дырок при $j || X || [111]$ и 300 К

4.7.2. РАСЧЕТ ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТИ СТРУКТУР НА ОСНОВЕ SI В РАМКАХ ТРЕХЗОННОЙ МОДЕЛИ СПЕКТРА ДЫРОК

Основные проблемы, возникающие при моделировании влияния деформации на кинетические эффекты в кремнии *p*-типа, связаны со сложным характером энергетического спектра дырок. В результате расчеты, учитывающие сложный характер спектра дырок и влияние на него упругой деформации, оказываются достаточно трудоемкими. Поэтому обычно делают ряд допущений, позволяющих существенно упростить процесс моделирования. Наиболее часто работают в рамках так называемой «двухзонной модели» (4.3.1), когда роль подзоны, отщепленной спин-орбитальным взаимодействием, полностью игнорируется, несмотря на то что в кремнии $\Delta \cong 0.044$ эВ.

Как показано в работах [45, 46], оценки коэффициентов пьезосопротивления в рамках двухзонной модели, учитывающей лишь взаимодействие зон легких и тяжелых дырок, не позволяют добиться хорошего количественного согласия между расчетными и экспериментальными данными как для *p*-Si, так и для *p*-Ge. Чтобы оценить поправки, возникающие в рамках трехзонного приближения, воспользуемся выражениями для энергетического спектра легких и тяжелых дырок в деформированном кристалле, учитывающими взаимодействие зон легких и тяжелых дырок Γ_8 и спин-орбитально отщепленной зоны Γ_7 . Согласно [47] соответствующие выражения имеют вид

$$\begin{aligned}
 E_{hh}(\mathbf{k}, \varepsilon) &= Ak^2 + \left(\frac{4}{9} \Delta^2 + \frac{1}{3} \alpha \right)^{1/2} \cos\left(\frac{1}{3} \Theta \right) - \frac{\Delta}{3}, \\
 E_{lh}(\mathbf{k}, \varepsilon) &= Ak^2 + \left(\frac{4}{9} \Delta^2 + \frac{1}{3} \alpha \right)^{1/2} \cos\left(\frac{1}{3} \Theta + \frac{4}{3} \pi \right) - \frac{\Delta}{3}, \quad (4.7.1) \\
 E_{So}(\mathbf{k}, \varepsilon) &= Ak^2 + \left(\frac{4}{9} \Delta^2 + \frac{1}{3} \alpha \right)^{1/2} \cos\left(\frac{1}{3} \Theta + \frac{2}{3} \pi \right) - \frac{\Delta}{3},
 \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
 \alpha = \frac{2}{3} \left[\alpha_{yy} - \alpha_{zz} \right]^2 + \alpha_{zz} - \alpha_{xx} \left[\alpha_{xx} - \alpha_{yy} \right]^2 + \\
 + \frac{4}{3} \alpha_{xy}^2 + \alpha_{yz}^2 + \alpha_{zx}^2,
 \end{aligned}$$

$$\alpha_{ii} = -3(Bk_i^2 + b\varepsilon_{ii}), \quad \alpha_{ij} = -3(Dk_i k_j + d\varepsilon_{ij}) \quad i \neq j;$$

$$\Theta = \arccos \left(\sqrt{12} \frac{-\frac{4}{9}\Delta^3 - \beta}{(\frac{4}{3}\Delta^2 + \alpha)^{3/2}} \right);$$

$$\begin{aligned} \beta = & \frac{2}{3} \alpha_{xx}^3 + \alpha_{yy}^3 + \alpha_{zz}^3 - \frac{2}{9} \alpha_{xx} + \alpha_{yy} + \alpha_{zz}^3 + 4\alpha_{xx}\alpha_{yy}\alpha_{zz} + \\ & + \frac{4}{\sqrt{3}} \alpha_{xy}\alpha_{yz}\alpha_{zx} - \frac{2}{3} \left[\alpha_{yz}^2 2\alpha_{xx} - \alpha_{yy} - \alpha_{zz} + \right. \\ & \left. + \alpha_{zx}^2 2\alpha_{yy} - \alpha_{xx} - \alpha_{zz} + \alpha_{xy}^2 2\alpha_{zz} - \alpha_{yy} - \alpha_{xx} \right]. \end{aligned}$$

Отметим, что в (4.7.1) энергия отсчитывается от вершины валентной зоны (точка вырождения зон легких lh и тяжелых hh дырок) в недеформированном кристалле.

Из (4.7.1) вытекает, что валентная зона в полупроводниках со структурой алмаза оказывается существенно несферичной и непараболической. Следует также отметить, что отклонения от стандартного закона дисперсии по-разному изменяют спектр легких и тяжелых дырок, что приводит к появлению зависимости отношения плотностей состояний g_h/g_l для зон hh и lh от энергии. На рис. 4.36, 4.37

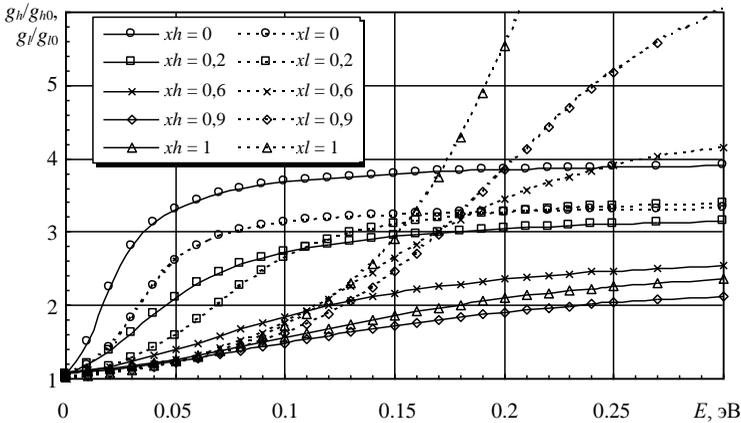


Рис. 4.36. Зависимости отношений плотностей состояний g_h/g_{h0} и g_l/g_{l0} зон тяжелых и легких дырок от энергии для твердых растворов $\text{Si}_{1-x}\text{Ge}_x$, g_{i0} – плотность состояний в соответствующей зоне в сферическом приближении

приведены зависимости отношений g_h/g_{h0} , g_l/g_{l0} и g_h/g_l от энергии для твердых растворов $\text{Si}_{1-x}\text{Ge}_x$ при различном содержании Ge.

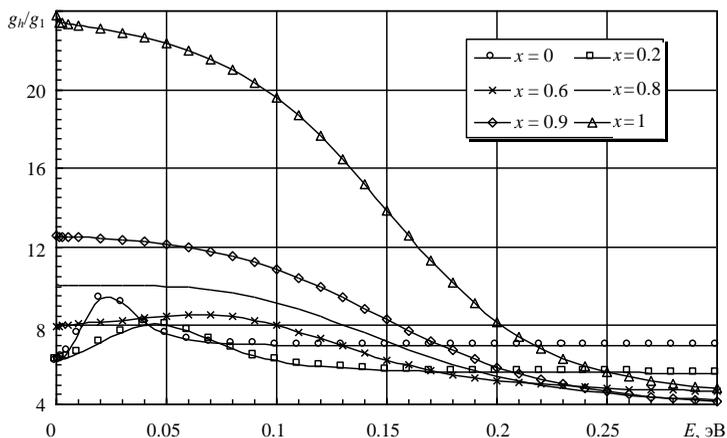


Рис. 4.37. Зависимости отношения плотностей состояний зон тяжелых и легких дырок g_h/g_l от энергии для твердых растворов $\text{Si}_{1-x}\text{Ge}_x$

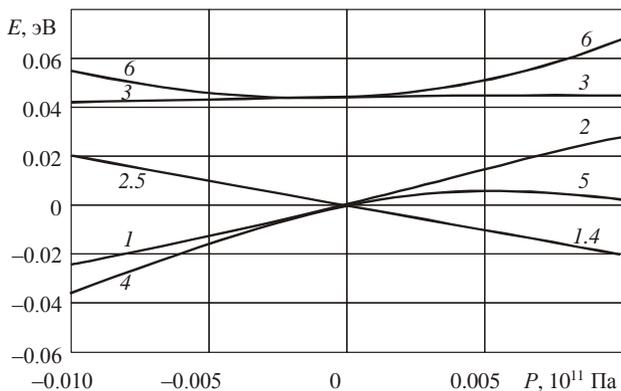


Рис. 4.38. Зависимость положения экстремумов дырочных подзон от давления $P||[100]$ для p -Si:

1, 4 – зона тяжелых дырок; 2, 5 – зона легких дырок; 3, 6 – зона, отщепившаяся вследствие спин-орбитального взаимодействия; 1–3 – двухзонная модель, 4–6 – трехзонная модель

Из анализа (4.7.1) и кривых, приведенных на рис. 4.37, следует, что практически при любом содержании Ge (за исключением чистого Si) при энергиях, больших 0.06 эВ, наблюдается возрастание вклада легких дырок. Такое поведение связано с непараболическостью зоны lh , вызванной взаимодействием с зоной E_{S_0} . Немонотонное поведение отношения g_h/g_l (а следовательно, и вклада тяжелых и легких дырок в кинетические эффекты) при изменении энергии для растворов с малым содержанием Ge обусловлено изменением гофрировки изоэнергетических поверхностей зоны hh .

На рис. 4.38 представлены зависимости положения экстремумов дырочных зон для p -Si от давления вдоль $[100]$ направления, рассчитанные в рамках двух- и трехзонного приближения. Видно, что при давлениях больше $2 \cdot 10^8$ Па результаты расчета по двухзонной модели сильно отличаются от результатов расчета по трехзонной (кривые 4–6).

Выражения (4.7.1) оказываются неудобными для дальнейшего использования. Чтобы оценить поправки, возникающие в рамках трехзонного приближения, воспользуемся выражениями для энергетического спектра легких и тяжелых дырок в деформированном кристалле, учитывающими в первом приближении взаимодействие зон легких и тяжелых дырок Γ_8 и спин-орбитально отщепленной зоны Γ_7 . Используя процедуру, описанную в [9], выражение для энергетического спектра легких и тяжелых дырок можно представить в виде [46]

$$E_{l,h} \mathbf{k}, \varepsilon, \Delta = Ak^2 + a\varepsilon + \frac{1}{\Delta} E_k + E_{\varepsilon k} + E_{\varepsilon} \mp \left[E_k + E_{\varepsilon k} + E_{\varepsilon} + \frac{1}{\Delta} E_{k^6} + E_{\varepsilon k^4} + E_{\varepsilon^2 k^2} + E_{\varepsilon^3} \right]^{1/2}, \quad (4.7.2)$$

где

$$\begin{aligned} E_{k^6} &= 2B^3 k^6 + 3BC^2 k^2 \Theta + 3 \ 9B \ B^2 - D^2 + 2\sqrt{3}D^3 \ k_x^2 k_y^2 k_z^2, \\ E_{\varepsilon k^4} &= -B^2 b \ \alpha_{xyz} + \alpha_{yzx} + \alpha_{zxy} + 3D^2 b \ \beta_{xyz} + \beta_{yzx} + \beta_{zxy} + \\ &+ 6\sqrt{3}D^2 d \ k_x \varepsilon_{yz} + k_y \varepsilon_{xz} + k_z \varepsilon_{xy} \ k_x k_y k_z + 6DBd \ \gamma_{xyz} + \gamma_{yzx} + \gamma_{zxy}, \\ E_{\varepsilon^2 k^2} &= -Bb^2 \ \delta_{xyz} + \delta_{yzx} + \delta_{zxy} + 6\sqrt{3}Dd^2 \ \eta_{xyz} + \eta_{yzx} + \eta_{zxy} + \\ &+ 3Bd^2 \ \varsigma_{xyz} + \varsigma_{yzx} + \varsigma_{zxy} + 6Dbd \ \lambda_{xyz} + \lambda_{zxy} + \lambda_{yzx}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 E_{\varepsilon^3} &= -b^3 \left[\varepsilon - 3\varepsilon_{xx} \quad \varepsilon - 3\varepsilon_{yy} \quad \varepsilon - 3\varepsilon_{zz} \right] + 6\sqrt{3}d^3 \varepsilon_{xy} \varepsilon_{xz} \varepsilon_{yz} + \\
 &\quad + 3bd^2 \quad \varepsilon - 3\varepsilon_{xx} \quad \varepsilon_{yz}^2 + \varepsilon - 3\varepsilon_{yy} \quad \varepsilon_{xz}^2 + \varepsilon - 3\varepsilon_{zz} \quad \varepsilon_{xy}^2, \\
 \alpha_{ijk} &= k^2 - k_i^2 \quad k^2 - k_j^2 \quad \varepsilon - 3\varepsilon_{kk}, \quad \beta_{ijk} = k_i^2 k_j^2 \quad \varepsilon - 3\varepsilon_{kk}, \\
 \gamma_{ijk} &= k_i k_j \quad k^2 - 3k_k^2 \quad \varepsilon_{ij}, \quad \delta_{ijk} = k^2 - 3k_i^2 \quad \varepsilon - \varepsilon_{jj} \quad \varepsilon - \varepsilon_{kk}, \\
 \eta_{ijk} &= k_i k_j \varepsilon_{ik} \varepsilon_{jk}, \quad \zeta_{ijk} = k^2 - 3k_i^2 \quad \varepsilon_{jk}^2, \quad \lambda_{ijk} = k_i k_j \varepsilon_{ij} \quad \varepsilon - \varepsilon_{kk}, \\
 \Theta &= k_x^2 k_y^2 + k_x^2 k_z^2 + k_z^2 k_y^2,
 \end{aligned}$$

E_k , $E_{\varepsilon k}$ и E_{ε} соответствуют ξ_k , $\xi_{\varepsilon k}$ и ξ_{ε} из (4.3.1).

Выражение (4.7.2) определяет спектр дырок в приближении слабого спин-орбитального взаимодействия, когда Δ велико по сравнению с кинетической энергией носителей заряда.

Из (4.7.2), в частности, следует, что по сравнению с двухзонной моделью учет взаимодействия зоны Γ_8 и зоны Γ_7 увеличивает изменение кривизны спектра легких дырок под действием деформации и уменьшает для тяжелых. Кроме того, взаимодействие приводит к смещению зоны Γ_8 как целого не только при изотропной, но и при анизотропной деформации, и появляется нелинейная зависимость расщепления вырожденной зоны Γ_8 .

Рассматривая случай «высоких температур», когда $E_{\varepsilon} \ll E_k$ (см. (4.3.2)), т.е. расщепления, вызванные деформацией, много меньше средней кинетической энергии дырок, из (4.7.2) получим

$$\begin{aligned}
 E_{1,2} \quad \mathbf{k}, \varepsilon, \Delta &\approx Ak^2 + a\varepsilon \pm E_k + E_{\varepsilon k} + E_{\varepsilon}^{1/2} + \frac{1}{\Delta} E_k \pm 0.5E_{k^6} E_k^{-1/2} + \\
 &\quad + \frac{E_{\varepsilon k} \pm 0.5E_{\varepsilon k^4} E_k^{-1/2} - 0.25E_{k^6} E_{\varepsilon k} E_k^{-3/2}}{\Delta}. \quad (4.7.3)
 \end{aligned}$$

Оценим вклад в пьезосопротивление членов, пропорциональных $1/\Delta$. Для этого заменим «гофрированные» изоэнергетические поверхности «средними» сферами. При этом получим, что

$$E_{k^6} = 2k^6 \frac{8B^3 + 6D^2B + \sqrt{3}D^3}{35},$$

$$E_k = B^2 + 0.5C^2 k^4 = \bar{B}^2 k^4. \quad (4.7.4)$$

Из (4.7.4) следует, что добавка к энергии $E_{1,2}(k, \Delta)$, связанная с деформацией, и при учете взаимодействия с зоной Γ_7 удовлетворяет условию

$$\frac{1}{4\pi} \int \Delta E_{1,2}(k, \varepsilon, \Delta) d\Omega = a\varepsilon,$$

а значит, отношение концентраций легких и тяжелых дырок

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{\int \exp\left[-\frac{E_1 + \Delta E_1}{k_0 T}\right] k^2 dk d\Omega}{\int \exp\left[-\frac{E_2 + \Delta E_2}{k_0 T}\right] k^2 dk d\Omega}$$

в рассматриваемом приближении не меняется при деформации. Поэтому изменение электропроводности и в этом случае будет происходить лишь вследствие изменения функции распределения, групповой скорости и времени релаксации.

Таким образом, при учете непараболичности дырочного спектра, вызванной взаимодействием зон Γ_8 и Γ_7 , изменение компонент тензора электропроводности можно представить в виде (4.4.28). Подставляя (4.7.3) в (4.4.28) с учетом (4.7.4) и оставляя добавочные члены, пропорциональные $1/\Delta$, можно показать, что компоненты тензора эластопроводности m_{11} и m_{44} будут равны

$$m_{11} = m_{11o} + m_{11T}, \quad m_{44} = m_{44o} + m_{44T}, \quad (4.7.5)$$

где m_{11T} и m_{44T} – компоненты тензора эластопроводности, полученные в приближении сферической и параболической валентных зон [8], а m_{ii0} – добавки, связанные с непараболичностью спектра. Причем

$$m_{11o} = \frac{3bB}{\bar{B}\Delta} \left(K_1 \frac{\sigma_2}{\sigma_1 + \sigma_2} - K_2 \frac{\sigma_1}{\sigma_1 + \sigma_2} \right); \quad (4.7.6)$$

$$m_{44o} = 0.75 \frac{dD}{\bar{B}\Delta} \left(K_3 \frac{\sigma_2}{\sigma_1 + \sigma_2} - K_4 \frac{\sigma_1}{\sigma_1 + \sigma_2} \right), \quad (4.7.7)$$

где

$$K_{1,2} = \frac{1}{A \mp \bar{B}} \left\{ \frac{11}{30} \beta_{2,1} \mp \bar{B} \left[\frac{2}{3} \mp \left(\frac{D^2 + 4B^2}{7B\bar{B}} - \frac{R}{3\bar{B}^2} \right) \right] \right\}; \quad (4.7.8)$$

$$K_{3,4} = \frac{1}{A \mp \bar{B}} \left\{ \frac{11}{30} \beta_{2,1} \mp \bar{B} \left[\frac{2}{3} \mp \left(\frac{\sqrt{3}D + 4B}{7\bar{B}} - \frac{R}{3\bar{B}^2} \right) \right] \right\}; \quad (4.7.9)$$

$$R = \frac{8B^3 + 6D^2B + \sqrt{3}D^3}{35\bar{B}}, \quad \beta_{1,2} = \frac{1}{A \mp \bar{B}} \left[\bar{B}^2 \pm R \right]. \quad (4.7.10)$$

Выражения (4.7.8) – (4.7.10) отличаются от полученных в [45] рядом добавочных слагаемых, появляющихся при учете взаимодействия с зоной Γ_7 не только для изменения энергии при деформации, но и для недеформированного спектра. На рис. 4.39 приведены зависимости коэффициентов K_i , рассчитанных с использованием (4.7.8) – (4.7.10), от содержания Ge для твердых растворов $\text{Si}_{1-x}\text{Ge}_x$. Для сравнения на этом же рисунке приведены зависимости коэффициентов $K_{3Б}$ и $K_{4Б}$, рассчитанные с использованием результатов [45]. Видно, что дополнительные слагаемые дают малый вклад в константу $K_{3Б}$, учитывающую непараболичность зоны тяжелых дырок, и существенно изменяют константу $K_{4Б}$, учитывающую непараболичность зоны легких дырок. Такое поведение связано с большей непараболичностью зоны легких дырок. В результате слагаемые, отброшенные в [45], для легкой зоны оказались большими.

Из анализа (4.7.6) – (4.7.10) следует, что m_{10} и m_{40} слабо зависят от температуры, а также по-разному изменяют вклад легких и тяжелых дырок в полный тензор эластопроводимости. Отметим также, что из-за увеличения вклада рассеяния на заряженных примесях

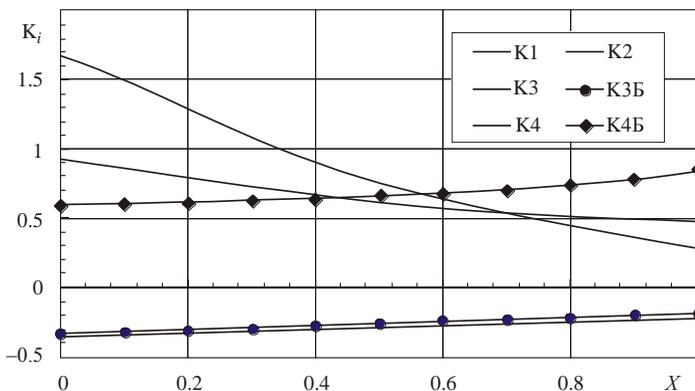


Рис. 4.39. Зависимость коэффициентов K_i от содержания Ge в растворах $\text{Si}_{1-x}\text{Ge}_x$

при уменьшении температуры m_{44o} будет уменьшаться, а m_{11o} увеличиваться (по абсолютной величине).

Расчет коэффициентов пьезосопротивления показывает, что учет непараболичности зонного спектра улучшает согласие теории и эксперимента, однако значения констант деформационного потенциала при этом существенно отличаются от тех, которые необходимы для объяснения температурных зависимостей подвижности в этих же образцах, что может быть обусловлено сферическим приближением зонного спектра, использованного при расчете коэффициентов m_{11T} и m_{44T} .

Оценим влияние несферичности зонного спектра на коэффициенты пьезосопротивления в полупроводниках со структурой алмаза. Согласно [9, 45] компоненты коэффициентов пьезосопротивления для полупроводников со структурой алмаза при отсутствии вырождения определяются выражением

$$\pi_{\langle hkl \rangle}^T = \frac{0.3\eta_{\langle hkl \rangle}}{B(1+\lambda)k_0T} \xi_2 K_{2,\langle hkl \rangle} - \lambda \xi_1 K_{1,\langle hkl \rangle}, \quad (4.7.11)$$

где

$$\xi_i = \frac{\langle \tau_i \rangle}{\langle \varepsilon \tau_i \rangle}, \quad \langle \varepsilon^k \tau_i \rangle = \frac{\int_0^\infty \varepsilon^{0.5+k} \tau_i \varepsilon \exp -\varepsilon d\varepsilon}{\int_0^\infty \varepsilon^{0.5} \exp -\varepsilon d\varepsilon}, \quad (4.7.12)$$

$\varepsilon = E/k_0T$ – безразмерная энергия; $K_{i,\langle hkl \rangle}$ – коэффициенты, зависящие от анизотропии закона дисперсии и направления $\langle hkl \rangle$; $\lambda = \sigma_1/\sigma_2$, σ_i – проводимость, обусловленная дырками i -го сорта; $\eta_{\langle 100 \rangle} = 2Bb/(c_{11} - c_{12})$, $\eta_{\langle 111 \rangle} = Dd/2c_{44}$; c_{ik} – модули упругости.

При учете гофрировки изоэнергетических поверхностей для легких и тяжелых дырок коэффициенты эластопроводимости m_{11T} и m_{44T} и связанные с ними коэффициенты пьезосопротивления $\pi_{\langle hkl \rangle}^T$ уже не могут быть рассчитаны аналитически, так как коэффициенты $K_{i,\langle hkl \rangle}$ имеют достаточно сложный вид.

Будем полагать, как и в [8], что изменение времен релаксации τ при деформации можно представить в виде

$$\Delta\tau_i = \frac{\partial\tau_i}{\partial E} \Delta E_i.$$

Коэффициенты $K_{i,<hkl>}$, рассчитанные в рассматриваемом приближении для твердых растворов $\text{Si}_{1-x}\text{Ge}_x$, в зависимости от содержания Ge приведены на рис. 4.40. Заметим, что в сферическом приближении коэффициенты $K_{i,<hkl>}$ равны 1. Из анализа зависимостей, представленных на рисунке, следует, что учет несферичности изоэнергетических поверхностей уменьшает вклад тяжелых дырок в π_{11}^T и увеличивает в π_{44}^T . В свою очередь, по сравнению с изотропным приближением несферичность увеличивает вклад легких дырок в π_{11}^T и уменьшает в π_{44}^T . Следует также отметить, что наиболее существенное изменение при этом претерпевает вклад тяжелых дырок в коэффициент π_{11}^T .

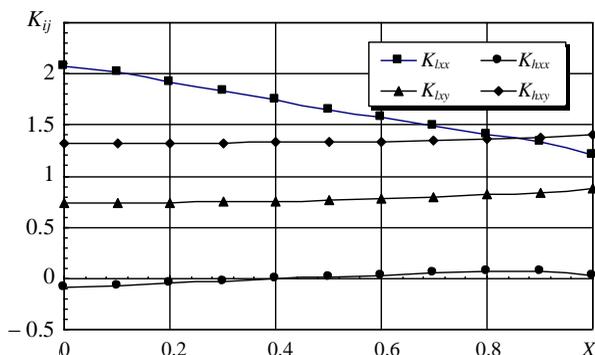


Рис. 4.40. Зависимость коэффициентов K_{ij} от содержания Ge в растворах $\text{Si}_{1-x}\text{Ge}_x$: $K_{lix} = K_{i,<100>}$, а

$$K_{lxy} = K_{i,<111>}$$

С использованием полученных значений $K_{i,<hkl>}$ были рассчитаны температурные зависимости ($T = 77 \dots 300$ К) коэффициентов $\pi_{<111>}$ (рис. 4.41) и холловской подвижности для *p*-Ge с учетом рассеяния на ионах примеси, акустических и оптических колебаний решетки. Результаты показывают, что при учете несферичности и непараболичности энергетического спектра дырок удается получить хорошее согласие между расчетом и экспериментом. При этом для $\pi_{<110>}$ несовпадение с экспериментом не превышает 10% [46, 48, 49].

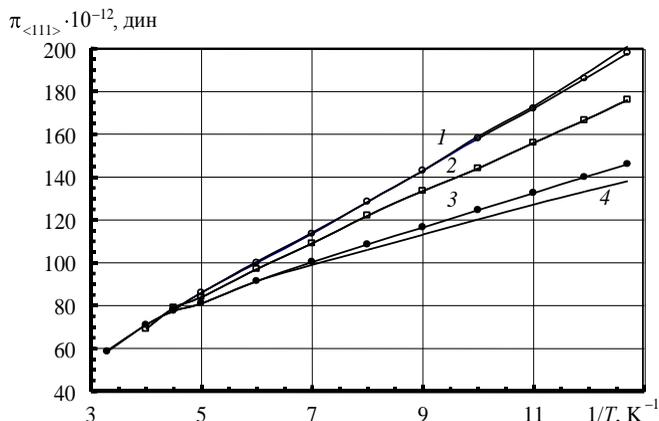


Рис. 4.41. Зависимость коэффициента $\pi_{\langle 111 \rangle}$ для образцов с различной концентрацией дырок от обратной температуры для p -Ge:

$$1 - p = 8 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-3}; 2 - p = 2.4 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}; 3 - p = 6 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3};$$

сплошные линии – расчет

Следует, однако, заметить, что проведенный выше анализ основывался на приближении «высоких температур» и в спектре (4.7.3) учитывались лишь первые члены разложения. Полученные результаты можно использовать лишь в ограниченной области деформаций и только для твердых растворов $\text{Si}_{1-x}\text{Ge}_x$ с большим содержанием германия. В более общих случаях при расчете кинетических коэффициентов необходимо использовать выражения (4.7.1), учитывающие особенности спектра дырок (рис. 4.42). При этом расчеты удастся провести только численно.

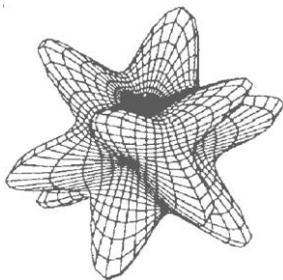


Рис. 4.42. Изоэнергетические поверхности зоны тяжелых дырок в Si для $E = 40$ мэВ

На рис. 4.43 приведены результаты расчета коэффициентов пьезосопротивления π_{44} и $\pi_{\langle 110 \rangle}$ для p -кремния, выполненные с (4.7.1) в трехзонном приближении с учетом рассеяния на акустических и оптических фононах, а также ионизированных примесях [21, 50, 51]. Для сравнения на этом же рисунке приведены экспериментальные данные. Видно, что при комнатных температурах согласие расчета и эксперимента достаточно хорошее. На рис. 4.44 приведены концентрационные

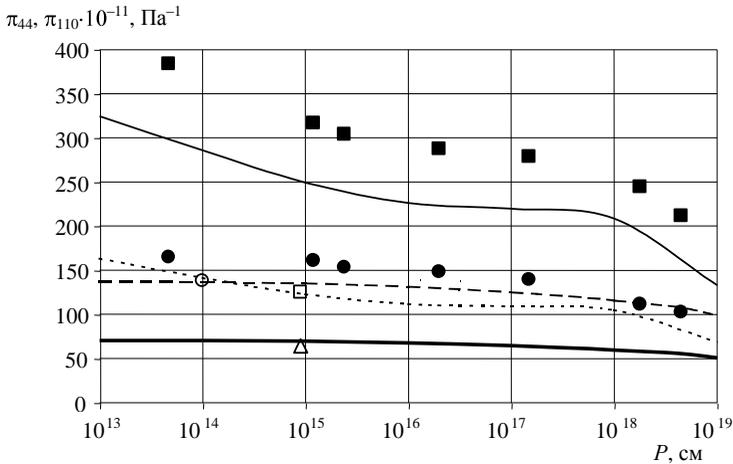


Рис. 4.43. Зависимости коэффициентов π_{44} и $\pi_{\langle 110 \rangle}$ для p -Si от концентрации дырок:

Эксперимент: ■, ● – для π_{44} при $T = 77$ и 300 К соответственно [45];
 □, Δ – для $\pi_{\langle 110 \rangle}$ при тех же температурах [52], ○ – при 77 К [2].
 Расчет: —, - - - для π_{44} при $T = 77$ и 300 К,
 ·····, — для $\pi_{\langle 110 \rangle}$ при тех же температурах

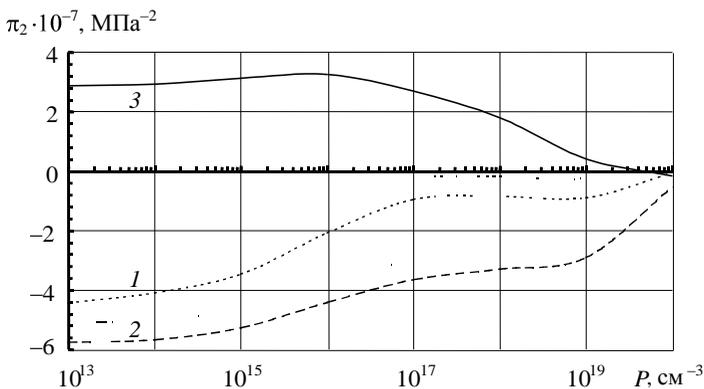


Рис. 4.44. Зависимости коэффициентов пьезосопротивления второго порядка от концентрации дырок для p -Si:

$T = 300$ К, $X \parallel [110]$; 1 – π_2 для $j \parallel [110]$, 2 – π_2 для $j \parallel [001]$, 3 – π_2 для $j \parallel [\bar{1}10]$

зависимости коэффициентов пьезосопротивления второго порядка для p-Si, рассчитанные с использованием трехзонной модели. В рамках данной модели были рассчитаны зависимости коэффициентов пьезосопротивления от концентрации акцепторов для твердых растворов $\text{Si}_{1-x}\text{Ge}_x$ при 300 К [21, 53]. Соответствующие концентрационные зависимости для коэффициентов π_{44} и π_{12} приведены на рис. 4.45, 4.46. Обращает на себя внимание немонотонная зависимость от состава коэффициента π_{44} . При увеличении содержания германия величина π_{44} сначала уменьшается, а затем при $x \approx 0.7$

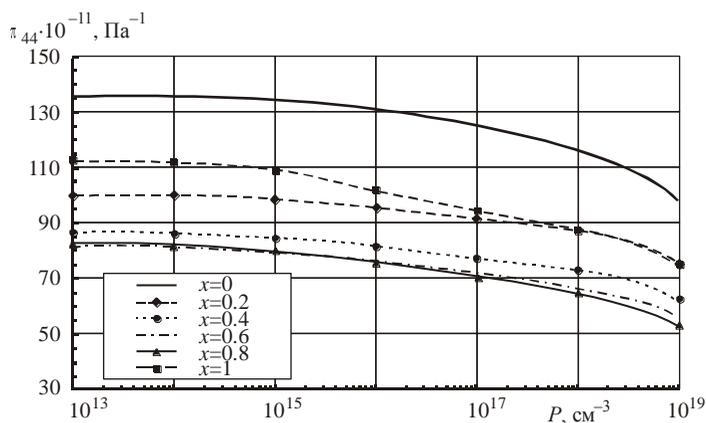


Рис. 4.45. Зависимости коэффициента π_{44} для твердых растворов $\text{Si}_{1-x}\text{Ge}_x$ от концентрации дырок

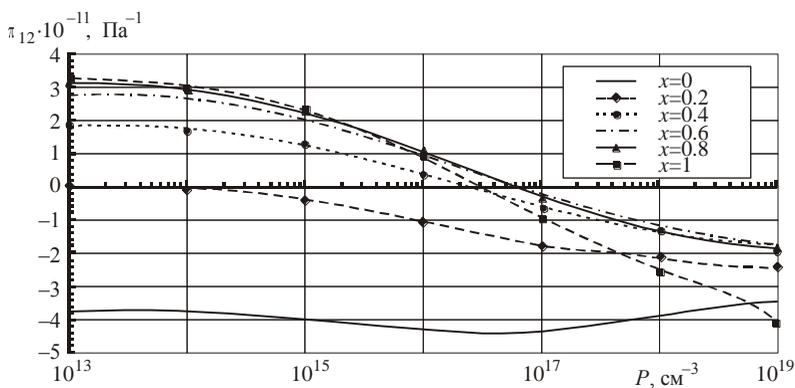


Рис. 4.46. Зависимости коэффициента π_{12} для твердых растворов $\text{Si}_{1-x}\text{Ge}_x$ от концентрации дырок

π_{44} начинает увеличиваться. Немонотонная зависимость от содержания германия имеет место и для коэффициента π_{12} , однако лишь при больших концентрациях дырок.

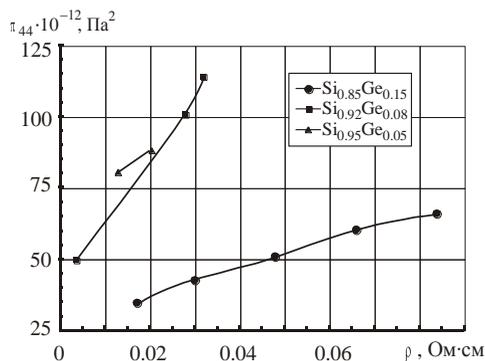


Рис. 4.47. Экспериментальные зависимости коэффициента π_{44} от удельного сопротивления для твердых растворов $\text{Si}_{1-x}\text{Ge}_x$

На рис. 4.47 приведены зависимости коэффициента π_{44} для твердых растворов $\text{Si}_{1-x}\text{Ge}_x$, полученные из эксперимента при 300 К. Видно, что в эксперименте наблюдается тенденция к уменьшению значения коэффициентов π_{44} при увеличении содержания германия. Однако в целом экспериментальные зависимости лежат ниже расчетных, что в первую очередь может быть связано с недостаточным совершенством исследованных кристаллов, а также неучетом в расчетах «сплавного» рассеяния [54], вызванного рассеянием носителей заряда полем упругих деформаций, возникающих в кристалле из-за различия атомных объемов и атомных псевдопотенциалов компонентов сплава.

4.7.3. ВЛИЯНИЕ УПРУГОЙ ДЕФОРМАЦИИ НА ТЕРМОЭДС

В приближении времени релаксации выражение для термоЭДС может быть представлено в следующем виде:

$$\alpha = \frac{k_0}{q} \left(\eta^* + \frac{1}{k_0 T} \frac{\int E \tau v_i v_j \frac{\partial f_0}{\partial E} d^3 k}{\int \tau v_i v_j \frac{\partial f_0}{\partial E} d^3 k} \right), \quad (4.7.13)$$

здесь η^* – приведенный уровень Ферми, v_i и v_j – соответствующие компоненты групповой скорости.

С учетом нескольких типов носителей заряда выражение для термоЭДС преобразуется к виду

$$\alpha = \frac{\sum_n \alpha_n \tau_n}{\sum_n \sigma_n} = \frac{k_0}{e} \left(\eta^* + \frac{1}{k_0 T} \cdot \frac{\Pi}{M} \right), \quad (4.7.14)$$

где α_n и σ_n – соответственно вклад в термоЭДС и электропроводность носителей n -подзоны;

$$\begin{aligned} \Pi &= \sum_n \Pi_n = \sum_n \int E \frac{\partial f_0}{\partial E} \tau v_i v_j d^3 k, \\ M &= \sum_n M_n = \sum_n \int \frac{\partial f_0}{\partial E} \tau v_i v_j d^3 k, \end{aligned}$$

суммирование ведется по зонам легких и тяжелых дырок ($n = 1, 2$).

При деформации могут изменяться функция распределения f_0 , времена релаксации τ , уровень Ферми, а также компоненты групповой скорости v_i и $v_j = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E}{\partial k_j}$. Таким образом, изменение термоЭДС с деформацией можно представить как

$$\Delta \alpha = \frac{k_0}{e} \left(\Delta \eta^* + \frac{1}{k_0 T} \Delta \frac{\Pi}{M} \right) = \frac{k_0}{e} \left(\Delta \eta^* + \frac{1}{k_0 T} \left(\frac{\Delta \Pi}{M} - \frac{\Delta M}{M} \frac{\Pi}{M} \right) \right), \quad (4.7.15)$$

а относительное изменение термоЭДС – в виде

$$\frac{\Delta \alpha}{\alpha} = \frac{\frac{\Delta \Pi}{\Pi} - \frac{\Delta M}{M}}{1 + \eta^* (M/\Pi)}. \quad (4.7.16)$$

При этом в линейном приближении для невырожденного газа дырок в приближении «высоких температур» [42] получим [55]

$$\frac{\Delta \alpha}{\alpha} = \frac{\beta_{ij}}{k_0 T} \frac{\frac{\langle \tau_1 E \rangle - \kappa \langle \tau_2 E \rangle}{\langle \tau_1 E^2 \rangle + \kappa \langle \tau_2 E^2 \rangle} - \frac{\langle \tau_1 \rangle - \kappa \langle \tau_2 \rangle}{\langle \tau_1 E \rangle + \kappa \langle \tau_2 E \rangle}}{1 + \eta^* \frac{\langle \tau_1 E \rangle + \kappa \langle \tau_2 E \rangle}{\langle \tau_1 E^2 \rangle + \kappa \langle \tau_2 E^2 \rangle}}, \quad (4.7.17)$$

где

$$\langle \tau_{1,2} E \rangle = \int f_0 \tau x^{3/2} dx, \quad \langle \tau_{1,2} \rangle = \int_{1,2} f_0 \tau x^{1/2} dx, \quad \langle \tau_{1,2} E \rangle = \int_{1,2} f_0 \tau x^{5/2} dx;$$

$$\kappa = \sqrt{\frac{A+B}{A-B}} = \sqrt{\frac{m_1^*}{m_2^*}}; \quad \beta_{ij} = \frac{9}{8\tau} \int \frac{k_i k_j}{k^2} \Delta E d\Omega; \quad X = \frac{E}{k_0 T};$$

индексы 1 и 2 означают интегрирование по зоне легких и тяжелых дырок.

Если времена релаксации легких и тяжелых дырок могут быть представлены в виде $\tau_1 = \tau_{01} E^{\eta_1}$ и $\tau_2 = \tau_{02} E^{\eta_2}$, то выражение (4.7.17) преобразуется к виду

$$\frac{\Delta\alpha}{\alpha} = \frac{\beta_{ij}}{k_0 T} \cdot \frac{\frac{\Gamma r_1 + 5/2 - \gamma\Gamma r_2 + 5/2}{\Gamma r_1 + 7/2 + \gamma\Gamma r_2 + 7/2} - \frac{\Gamma r_1 + 3/2 - \gamma\Gamma r_2 + 3/2}{\Gamma r_1 + 5/2 + \gamma\Gamma r_2 + 5/2}}{1 + \eta^* \cdot \frac{\Gamma r_1 + 5/2 + \gamma\Gamma r_2 + 5/2}{\Gamma r_1 + 7/2 + \gamma\Gamma r_2 + 7/2}}, \tag{4.7.18}$$

где $\gamma = q k_0 T^{\eta_2 + \eta_1}$; τ_{02}/τ_{01} – коэффициент, зависящий от механизма рассеяния легких и тяжелых дырок.

Используя (4.7.18), в случае одинакового механизма рассеяния у легких и тяжелых дырок для коэффициентов эластотермоЭДС имеем

$$\frac{\Delta\alpha_{11}}{\alpha_0 \varepsilon_{11}} = \frac{3 B b}{5 \bar{B} k T} \frac{\tilde{A}}{r + 1.5} \frac{1}{r + \eta^* + 2.5}, \tag{4.7.19}$$

$$\frac{\Delta\alpha_{12}}{\alpha_0 \varepsilon_{12}} = \frac{3 D d}{10 \bar{B} k T} \frac{\tilde{A}}{r + 1.5} \frac{1}{r + \eta^* + 2.5}, \tag{4.7.20}$$

где $\tilde{A} = (1 - \gamma)/(1 + \gamma)$ – коэффициент, зависящий от доминирующего механизма рассеяния. Отметим, что в данном приближении отношение коэффициента эластопроводимости к соответствующему коэффициенту эластотермоЭДС (т.е. при одинаковом направлении

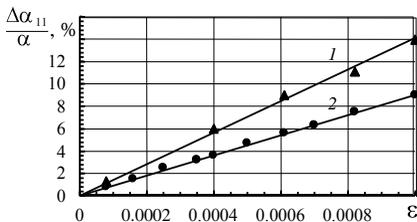


Рис. 4.48. Зависимость продольной термоЭДС от деформации вдоль [111] [54]:

1 – $T = 133$ К, 2 – $T = 303$ К

деформации, а также одинаковым направлением пропускания тока и градиента температуры) равно коэффициенту термоЭДС $\alpha = (r + \eta^* + 2.5)$.

На рис. 4.48 приведены зависимости продольной термоЭДС для p -Si с концентрацией дырок 10^{18} см^{-3} от величины одноосной деформации вдоль направления [111]. Зависимости коэффициентов продольной и поперечной эласто термоЭДС от температуры, измеренные на тех же образцах, приведены на рис. 4.49. Во всех случаях деформация производилась вдоль направления [111], а при измерении поперечного эффекта градиент температуры создавался в направлениях $[1\bar{1}0]$ или $[\bar{1}\bar{1}2]$ и в этих же направлениях измерялась термоЭДС. Оказалось, что поперечная термоЭДС отлична от нуля только в области низких температур ($T < 150$ К). Сопоставление расчета с экспериментом показывает их качественное согласие. Количественного же совпадения при комнатных температурах можно добиться, лишь увеличив константу деформационного потенциала d до 30 эВ. Отметим, что при расчетах пьезосопротивления это несоответствие удалось исключить путем учета несферичности и непараболичности зонного спектра, а выражения (4.7.19) и (4.7.20) получены в сферическом приближении. При понижении температуры различие экспериментальных и расчетных данных существенно возрастает, что может быть связано с проявлением в эксперименте эффекта фононного увлечения [55].

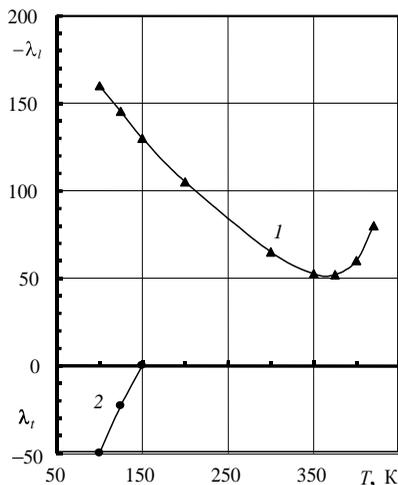


Рис. 4.49. Зависимости коэффициентов продольной (1) и поперечной (2) эласто термоЭДС для p -Si от температуры [56]

Приведенные в данной главе соотношения позволяют с различной степенью детализации рассчитать температурные, концентрационные и деформационные зависимости электропроводимости кремния и структур на его основе. Эти же соотношения лежат в основе расчета тензоэффектов в неоднородно легированных слоях (диффузионных и ионнолегированных). Они также позволяют оценить погрешности, возникающие в присутствии магнитных полей и градиентов температуры.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Keyes R.* Solid State Phys. – N.-Y.: Acad. Press, Inc, 1961. – Vol. 11. – P. 149.
2. *Smith C.S.* The effect of π_p in Ge and Si // Phys. Rev. – 1954. – Vol. 94, N 1. – P. 42.
3. *Ансельм А.Н.* Введение в теорию полупроводников – М.: Наука, 1978. – 549 с.
4. *Най Дж.* Физические свойства кристаллов. – М.: Мир, 1967. – 385 с.
5. *Бонч-Бруевич В.Л., Калашиков С.Г.* Физика полупроводников. – М.: Наука, 1977. – 672 с.
6. *Блекмор Дж.* Статистика электронов в полупроводниках. – М.: Мир, 1964. – 391 с.
7. *Шалимова К.В.* Физика полупроводников. – М.: Энергия, 1976. – 410 с.
8. *Баранский П.И., Клочков В.П., Потыкевич И.В.* Полупроводниковая электроника: Справочник. – Киев: Наукова думка, 1975. – 704 с.
9. *Бир Г.Л., Пикус Г.Е.* Симметрия и деформационные эффекты в полупроводниках. – М.: Наука, 1972. – 584 с.
10. *Herring C., Vogt V.* Transport and deformation-potential theory for many-valley semiconductors with anisotropic scattering // Phys. Rev. – 1956. – Vol. 101, № 3. – P. 944–962.
11. *Hess K.* Effect on uniaxial stress on energy loss and scattering mechanism in p-silicon // J. of Phys. and Chemistry of Solid. – 1972. – Vol. 33, № 1. – P. 139–143.
12. *Гридчин В.А.* Нелинейное пьезосопротивление в *p*-кремнии // Изв. вузов. Физика. – 1980. – № 10. – С. 3–7.
13. *Balslev Y.* // Phys. Rev. 1966. – Vol. 143. – P. 636.
14. *Гридчин В.А.* Нелинейность полупроводниковых тензорезисторов: Дис. ... канд. техн. наук. – Новосибирск, 1968. – 160 с.
15. *Pfann W.P., Thurstan R.M.* // J. of Appl. Phys. – 1961. – Vol. 32, № 10. – P. 2008.
16. *Lenk A.* Electromechanische Systeme. Bd. 3. – В.: Verlag Technik, 1975, 226 S.
17. *Анго А.* Математика для электро- и радиоинженеров. – М.: ФМ. – 1967, 228 с.
18. *Копылов А.А.* «Двугорбая» структура и параметры *X*-минимума зоны проводимости кубических полупроводников A_3B_5 // ФТП. – 1982. – Т. 16, вып. 12. – С. 2141–2145.
19. *Макаров Е.А.* О константе пьезосопротивления π_{44} в *n*-кремнии // ФТП. – 1966. – Т. 8, № 12. – С. 3636–3637.

20. *Kanda Y., Suzuki K.* Origin of the shear piezoresistance coefficient π_{44} of *n*-type silicon // *Phys. Rev. B.* – 1991. – Vol. 43. – № 8. – P. 6754–6756.
21. *Драгунов В.П.* Моделирование переноса носителей заряда в напряженных слоях на основе Ge и Si // *Научный вестник НГТУ.* – 2003. – № 2(15). – С. 71–84.
22. *Баранский П.И., Буда И.С., Даховский И.В., Коломоец В.В.* Электрические и гальваномагнитные явления в анизотропных полупроводниках. – Киев: Наук. думка, 1977. – 270 с.
23. *Драгунов В.П., Шадрин В.С., Щербаков В.В.* Электропроводность кремния при больших одноосных деформациях // *Изв. вузов. Физика.* – 1982. – № 5. – С. 7–11.
24. *Баранский П.И., Коломоец В.В., Федосов А.В.* Отличительные особенности пьезосопротивления германия и кремния *n*-типа, обусловленные различием механизмов рассеяния электронов в этих кристаллах // *ФТП.* – 1981. – Т. 15, № 4. – С. 698–701.
25. *Щербаков В.В., Шадрин В.С., Драгунов В.П.* Анизотропия удельного сопротивления германия и кремния при больших деформациях // *Электронное и полупроводниковое приборостроение.* – Новосибирск: НЭТИ, 1980. – С. 47–51.
26. *Щербаков В.В., Шадрин В.С., Драгунов В.П.* Исследование примесных состояний в кремнии *n*-типа методом больших одноосных упругих деформаций // *Электронное и полупроводниковое приборостроение.* – Новосибирск: НЭТИ, 1980. – С. 152–160.
27. *Щербаков В.В., Драгунов В.П.* Исследование электропроводности электронного кремния при больших одноосных деформациях // *Физические основы полупроводниковой тензометрии.* – Новосибирск: НЭТИ, 1981. – С. 190–198.
28. *Щербаков В.В., Драгунов В.П., Шадрин В.С.* Исследование эффекта Холла в электронном кремнии при больших одноосных деформациях // *Физические основы полупроводниковой тензометрии.* – Новосибирск: НЭТИ, 1982. – С. 31–35.
29. *Драгунов В.П., Драгунова Л.С.* Определение коэффициента анизотропии подвижности в кремнии *n*-типа // *Физические основы полупроводниковой тензометрии.* – Новосибирск: НЭТИ, 1982. – С. 84–88.
30. *Щербаков В.В., Драгунов В.П., Шадрин В.С.* Влияние междолинного рассеяния на пьезосопротивление электронного кремния // *Изв. вузов. Физика.* – 1983. – № 8. – С. 108–110.
31. *Щербаков В.В., Драгунов В.П., Шадрин В.С.* Междолинное рассеяние в одноосно деформированном кремнии // *ФТП.* – 1983. – Т. 17, № 6. – С. 1165.
32. *Ramdas A.K., Lee P.M., Fisher P.* Splitting of donor levels in multi-valley semiconductors in the presence of external fields // *Phys. Lett.* – 1963. – Vol. 7, № 2. – P. 99–101.
33. *Ning T.H., Sah C.T.* Multivalley effective-mass approximation for donor states on silicon/ I/ Shallow-level group-V impurities // *Phys. Rev. B.* – 1971. – Vol. 4, № 10. – P. 3468–3481.
34. *Зубкова С.М., Изюмов В.А., Русина Л.Н., Смелянская Е.В.* Многодолинное расщепление энергетического спектра мелкого донора в полупроводниках со структурой типа алмаза и сфалерита // *ФТП.* – 2000. – Т. 34, вып. 3. – С. 278–282.
35. *Бассани Ф., Пастори Дж.* Электронные состояния и оптические переходы в твердых телах. – М.: Наука, 1982. – 392 с.
36. *Baldereschi A.* Valley-orbit interaction in semiconductors // *Phys. Rev. B* – 1970. – № 12. – P. 4673–4676.
37. *Будзуляк С.И., Венгер Е.Ф., Доценко Ю.П. и др.* Пробой мелких доноров в Si и Ge на диэлектрической стороне деформационно-индуцируемого перехода металл – диэлектрик // *ФТП.* – 2000. – Т. 34, вып. 9. – С. 1063–1065.

38. Long D. Scattering of conduction electrons by lattice vibrations in silicon // Phys. Rev. – 1960. – Vol. 120, № 6. – P. 2024–2032.
39. Щербяков В.В., Драгунов В.П., Шадрин В.С., Кетов В.В. Влияние электрон-фононного взаимодействия на температурные зависимости пьезосопротивления в *n*-Si // Физические основы полупроводниковой тензометрии. – Новосибирск: НЭТИ, 1984. – С. 20–26.
40. Драгунов В.П., Неизвестный И.Г., Гридчин В.А. Основы нанозлектроники. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2000. – 332 с.
41. Adams E.N. Эластосопротивление в Ge и Si *p*-типа // Phys. Rev. – 1954. – Vol. 96, № 3. – P. 803–804.
42. Пукс Г.Е., Бир Г.Л. Влияние деформации на энергетический спектр дырок в германии и кремнии // ФТТ. – 1959. – Т.1, № 11. – С. 1642–1658.
43. Пукс Г.Е., Бир Г.Л. Влияние деформации на электрические свойства дырочного германия и кремния // ФТТ. – 1959. – Т.1, № 12. – С. 1828–1840.
44. Антипов С.А., Батаронов И.А., Дрожжин А.И. и др. Изменение электросопротивления тензорезисторов при изгибе // ФТП. – 1993. – Т. 27, вып. 6. – С. 937–943.
45. Bir G.L., Bloom A.I., Pisavsky U.V. The effect of uniaxial strain on the transport phenomena in *p*-Si // Proc. VII. Intern. Conf. Phys. Semicond. – Paris, 1964. – P. 529–531.
46. Драгунов В.П. Исследование особенностей зонного спектра электронов методом одноосной деформации: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. – Новосибирск, 1974. – 20 с.
47. Kim C.K., Cardona M., Rodriguez S. Effect of free carriers on the elastic constants of *p*-type silicon and germanium // Phys. Rev. – 1976. – Vol. 13, № 12. – P. 5429–5441.
48. Dragunov V.P., Boldyrev D.V. Low-field mobility and piezoresistivity of holes in germanium and silicon // 5 Intern. Conf. on Actual Problems of Electronic Instrument Engineering Proc. АРЕИЕ-2000; Тр. V Междунар. конф. «Актуальные проблемы электронного приборостроения». АПЭП-2000. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2000. – Т. 1. – С. 14–17.
49. Драгунов В.П., Шишков А.А. Моделирование нелинейных коэффициентов пьезосопротивления *P*-Ge // Сб. науч. тр. НГТУ. – 2001. – № 4. – С. 29–36.
50. Dragunov V.P., Shishkov A.A. Modeling of the piezoresistance effect nonlinearity in *p*-Si // KORUS 2002. The 6 Russian-Korean Intern. Symp. on Science and Technology: Proc. – Novosibirsk: NSTU, 2002. – Vol. 1 – P. 271–274.
51. Драгунов В.П., Шишков А.А. Рассеяние дырок в германии и кремнии в трехзонной модели спектра // Докл. СО РАН. – 2002. – № 2. – С. 30–41.
52. Morin F.J., Geballe T.H., Herring C. Temperature dependence of piezoresistance of high-purity silicon and germanium // Phys. Rev. – 1957. – Vol. 105, № 2. – P. 525–539.
53. Dragunov V.P., Shishkov A.A. The linear piezoresistance in *p*-Ge_xSi_{1-x} alloys // Proc. 3 Siberian Russian Workshop on electron Devices and Materials. – Novosibirsk, 2002. – Vol. 1. – P.77–79.
54. Glicksman M. Mobility of Electrons in germanium-silicon alloys // Phys. Rev. – 1958. – Vol. 111. – P. 125–128.
55. Козеев Е.В., Кравченко А.Ф., Драгунов В.П., Холякко В.Н. Влияние деформации на термоэдс в дырочных полупроводниках // Мат. IV конф. по полупроводниковой тензометрии, 22–27 сентября 1969 г. – Львов, 1969. – С. 278–284.
56. Головки В.Г., Семенов А.И. ТермоЭДС кремния *p*-типа при одноосном сжатии // Электронная техника. Сер. 12. – 1971. – Вып. 4 (10). – С. 37–40.



ГЛАВА 5

ФИЗИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ ПРОЕКТИРОВАНИЯ СЕНСОРОВ НА ТЕНЗОРЕЗИСТИВНОМ ЭФФЕКТЕ

Микроэлектронная технология изготовления накладывает свой отпечаток на все характеристики элементов микросистемной техники, использующих тензорезистивный эффект, что должно быть учтено на этапе проектирования. Применяемая технология имеет следствием:

- неоднородное распределение легирующей примеси по толщине тензорезистивного слоя;
- неоднородное распределение деформации и напряжений по упругому элементу;
- изоляцию элементов электрической схемы, как правило, с помощью *p-n*-переходов.

Перечисленные факторы прямо влияют на чувствительность и температурный диапазон работы сенсоров. Кроме того, интегральная технология позволяет использовать различные формы проявления тензорезистивного эффекта.

В настоящее время в сенсорах механических величин имеются два направления использования тензорезистивного эффекта: а) на основе продольного эффекта; б) на основе сдвигового эффекта.

В первом случае информация об измеряемой механической величине получается в результате изменения продольной компоненты тензора удельного сопротивления

$$\left(\frac{\Delta \rho}{\rho_0} \right)_l = \pi_l T_l + \pi_t T_t,$$

где индексы l и t относятся к продольным и поперечным механическим напряжениям; ток и электрическое поле в тензорезисторе имеют одинаковое направление.

Во втором случае информация об измеряемой величине получается из недиагональной компоненты тензора удельного сопротивления ρ_{12} :

$$\rho_6 \equiv \frac{\rho_{12}}{\rho_0} = \pi_{66} T_6.$$

При $T_6 = 0$ компонента ρ_{12} недеформированного полупроводника равна нулю.

Традиционно для построения механических сенсоров применяется продольный тензорезистивный эффект, когда четыре тензорезистора соединяются в электрическую схему моста Уитстона. Исторически это восходит к дискретным приклеиваемым тензорезисторам, а затем этот схемотехнический подход был перенесен на интегральные тензопреобразователи.

Возможность применения сдвигового эффекта впервые была указана в [1]. Отличительной особенностью тензопреобразователей на сдвиговом эффекте является квазихолловская топология. Область растекания тока в таких тензопреобразователях представляет собой прямоугольник, на короткие стороны которого нанесены токовые электроды, а в центре длинных сторон находятся точечные потенциальные электроды, с которых снимается разность потенциалов, пропорциональная сдвиговому механическому напряжению. Такого же типа структуры используются для построения холловских сенсоров.

Тензорезистивные структуры каждого типа имеют достоинства и недостатки и, самое главное, специфику проектирования, которая будет рассмотрена в данной главе.

В настоящее время в практике построения микросистем все большую роль играют микроэлектронные структуры с диэлектрической изоляцией, создаваемой тем или иным образом. Наиболее простыми и дешевыми оказываются тензорезистивные слои из поликристаллического кремния, осажденного на диэлектрическую пленку, нанесенную на монокристаллический кремний. Тензорезистивный эффект в слоях поликристаллического кремния имеет особенности, которые необходимо учитывать при проектировании сенсоров.

Эти вопросы также найдут отражение в данной главе.

5.1. ТЕМПЕРАТУРНЫЕ И КОНЦЕНТРАЦИОННЫЕ ЗАВИСИМОСТИ ГЛАВНЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ ПЬЕЗОСОПРОТИВЛЕНИЯ КРЕМНИЯ

Зависимости пьезосопротивления и сопротивления кремния от концентрации и температуры являются важнейшими элементами модели тензорезистора и любых тензорезистивных структур. Обычный путь получения таких зависимостей на основе физической теории оказывается часто не эффективен из-за сложности теории, оперирующей с параметрами, которые не определены с достаточной степенью точности. На современном этапе развития теория дает скорее качественные оценки и указывает тенденции изменения величин, чего для целей хорошего проектирования явно недостаточно. Это делает целесообразным применение полуэмпирических методов расчета, когда используется ряд величин и зависимостей, определенных из экспериментальных данных.

5.1.1. ПЬЕЗОСОПРОТИВЛЕНИЕ ДЫРОЧНОГО КРЕМНИЯ

Экспериментально пьезосопротивление монокристаллического кремния исследовалось в ряде работ, из которых необходимо отметить [2–4], где наиболее детально исследовано пьезосопротивление в широком интервале концентраций и температур. При высоких концентрациях обнаружено влияние типа примеси [4, 5] на пьезосопротивление, поэтому предлагаемое далее описание лучше всего подходит для кремния, легированного бором.

Далее будем рассматривать только компоненту π_{44} матрицы пьезосопротивления. Вклад двух других компонент (π_{11} и π_{12}) в общее пьезосопротивление для важнейших кристаллографических направлений мал. Кроме того, отдельно температурная и концентрационная зависимости π_{11} и π_{12} до сих пор мало изучены. Температурную и концентрационную зависимость π_{44} будем описывать выражением

$$\pi_{44} = C(T) - D(T) \ln N, \quad (5.1.1)$$

где $C(T)$ и $D(T)$ – коэффициенты, зависящие от температуры и не зависящие от концентрации в широком диапазоне ее изменения; N – численное значение концентрации примеси в единице объема, см^{-3} .

Зависимость вида (5.1.1) применялась для описания концентрационной зависимости пьезосопротивления при комнатной температуре [6, 7]. Сделав коэффициенты C и D зависимыми от температуры, можно применять (5.1.1) для описания не только концентрационной, но и температурной зависимости пьезосопротивления [8]. На рис. 5.1 представлены данные по температурной и концентрационной зависимостям пьезосопротивления кремния p -типа [3]. Из них видно, что для диапазона концентрации $1 \cdot 10^{15} \dots 1 \cdot 10^{20} \text{ см}^{-3}$ и интервала температур $100 \dots 400 \text{ К}$ компонента π_{44} зависит от температуры приблизительно по закону T^{-1} . При $T^{-1} \rightarrow 0$ на оси ординат отсекаются отрезки $\pi_{44}(0)$, которые сами зависят от концентрации примеси. Концентрационную зависимость $\pi_{44}(0)$ можно аппроксимировать ломаной линией с двумя граничными концентрациями:

$$N_1 = 3 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}, \quad N_2 = 1 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}.$$

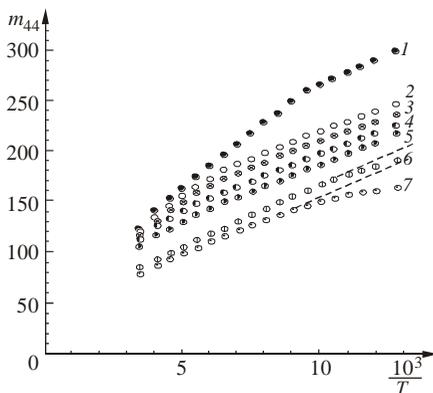


Рис. 5.1. Температурная зависимость компоненты эластосопротивления m_{44} :

$$\begin{aligned} 1 - p &= 4.7 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3} (417 \text{ Ом} \cdot \text{см}), \\ 2 - p &= 1.2 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3} (20 \text{ Ом} \cdot \text{см}), \quad 3 - p = 2.4 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3} (9.3 \text{ Ом} \cdot \text{см}), \\ 4 - p &= 2 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3} (1.4 \text{ Ом} \cdot \text{см}), \quad 5 - p = 1.5 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3} (0.25 \text{ Ом} \cdot \text{см}), \\ 6 - p &= 1.2 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3} (0.05 \text{ Ом} \cdot \text{см}), \quad 7 - p = 4.5 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3} (0.02 \text{ Ом} \cdot \text{см}) \end{aligned}$$

Уравнение этой зависимости может быть представлено в виде (в единицах 10^{-11} Па^{-1}):

$$\begin{aligned} \pi_{44}^0 &= 91, & N \leq N_2 = 1 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}, \\ \pi_{44}^0 &= 5.2 \ln N - 202, & N \geq N_1 = 3 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}. \end{aligned} \quad (5.1.2)$$

Для этих же диапазонов концентраций температурное изменение компоненты π_{44} может быть оценено из соотношений

$$\begin{aligned} \frac{d\pi_{44}}{dv} &= 47.7, & N \leq N_2, \\ \frac{d\pi_{44}}{dv} &= 670 - 13.9 \ln N, & N \geq N_1, \end{aligned} \quad (5.1.3)$$

где $v = 300/T$.

Используя (5.1.2) и (5.1.3), зависимости $\pi_{44} = \pi(N, T)$ можно придать вид соотношения (5.1.1) с коэффициентами, определенными табл. 5.1.

Таблица 5.1

Таблица коэффициентов $C(T)$ и $D(T)$

Концентрация, см^{-3}	$C(T), 10^{-11} \text{ Па}^{-1}$	$B(T), 10^{-11} \text{ Па}^{-1}$
$N > 3 \cdot 10^{18}$	$670.0v - 202.0$	$13.9v - 5.2$
$3 \cdot 10^{18} \geq N \geq 1 \cdot 10^{15}$	$398.0v - 85.8$	$8.9 - 3.9v$
$1 \cdot 10^{15} > N$	$91 + 47.7$	0

При таком выборе коэффициентов $C(T)$ и $D(T)$ максимальное расхождение с экспериментальными данными [2, 3] в диапазоне температур 100...400 К и концентраций $1 \cdot 10^{15} \dots 1 \cdot 10^{20} \text{ см}^{-3}$ не превышает 20 %. Максимальная ошибка возникает при описании сильнолегированного кремния, где данные разных авторов заметно различаются.

5.1.2. ПЬЕЗОПРОТИВЛЕНИЕ ЭЛЕКТРОННОГО КРЕМНИЯ

Пьезосопротивление электронного кремния исследовалось в ряде работ [2, 9, 10], из которых наиболее детальной является работа О. Tufte и Е. Stelzer [10], а также в обширном цикле исследований П.И. Баранского с сотрудниками [4].

В соответствии с результатами этих работ будем пренебрегать компонентой π_{44} при концентрациях $N < 2 \cdot 10^{20} \text{ см}^{-3}$. Компоненты π_{11} и π_{12} связаны соотношением $\pi_{12} = -(1/2)\pi_{11}$, которое хорошо выполняется во всем диапазоне концентраций. Аналитическое описание пьезосопротивления, приводимое ниже, лучше всего подходит для кремния, легированного фосфором, который широко используется в микроэлектронике.

Концентрационная зависимость $\pi = \pi(N)$ при комнатной температуре может быть аппроксимирована участками прямых с граничными концентрациями

$$N_0 = 1 \cdot 10^{20} \text{ см}^{-3}, \quad N_1 = 1 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}, \quad N_2 = 1.3 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}.$$

Границы N_0 и N_2 определяют диапазон существенной зависимости компоненты π_{11} от концентрации.

Температурная зависимость коэффициента π_{11} для граничных концентраций хорошо описывается степенными зависимостями вида (в единицах 10^{-11} Па^{-1}):

$$\begin{aligned} \pi_{11} &= 33.6v^{0.29}, \quad N = N_0, \\ \pi_{11} &= 69.0v^{0.51}, \quad N = N_1, \\ \pi_{11} &= 107v^{0.86}, \quad N = N_2, \end{aligned} \quad (5.1.4)$$

где $v = 300/T$.

Используя (5.1.1) и (5.1.4), можно определить температурно-зависимые коэффициенты $C(T)$ и $D(T)$ (табл. 5.2).

Из сравнения расчетов по аппроксимационной формуле (5.1.1) с экспериментальными данными [10] следует, что максимальное

Таблица 5.2

Таблица коэффициентов $C(T)$ и $D(T)$ для *n*-кремния

Концентрация, см^{-3}	$C(T), 10^{-11} \text{ Па}^{-1}$	$D(T), 10^{-11} \text{ Па}^{-1}$
$1 \cdot 10^{20} \geq N \geq 1 \cdot 10^{19}$	$1380v^{0.51} \dots 720.7v^{0.15}$	$30.0v^{0.51} \dots 16.5v^{-0.15}$
$1 \cdot 10^{19} \geq N \geq 1.3 \cdot 10^{16}$	$704.0v^{0.86} \dots 385.3v^{0.51}$	$16.1v^{0.86} \dots 10.4v^{0.51}$
$1.3 \cdot 10^{16} \geq N$	$107v^{0.87}$	0

расхождение не превышает 20 %. Так же, как и для p -кремния, максимальная ошибка возникает при описании сильнолегированных кристаллов.

5.1.3. ПОЛУЭМПИРИЧЕСКИЙ УЧЕТ ВЛИЯНИЯ СТЕПЕНИ ЛЕГИРОВАНИЯ НА ТЕНЗОРЕЗИСТИВНЫЙ ЭФФЕКТ

Для построения сенсоров механических величин применяют кремний с концентрацией легирующей примеси $1 \cdot 10^{18} \dots 1 \cdot 10^{20} \text{ см}^{-3}$. При таких концентрациях примесь начинает оказывать заметное влияние на важнейшие параметры полупроводника, такие как энергетический спектр, эффективная масса и подвижность электронов и дырок.

Как показывают экспериментальные и теоретические исследования [10–12], при увеличении степени легирования уменьшаются как величина коэффициентов пьезосопротивления, так и их температурная зависимость. Причиной обоих эффектов является особенность заполнения энергетических уровней в зоне проводимости и в валентной зоне, которая проявляется в полной мере, когда носителей тока становится много. Далее, для определенности, будем рассматривать кремний n -типа как наиболее изученный в теоретическом отношении.

В слаболегированном полупроводнике электроны зоны проводимости перемещаются по кристаллу свободно и ведут себя подобно идеальному газу. Поскольку электронов мало, вероятность обладания двумя электронами одинаковым набором квантовых чисел ничтожно мала и принцип Паули не проявляет себя заметным образом. По мере увеличения степени легирования ограничения, вносимые этим принципом, становятся все более существенными и электроны должны занимать более высокие энергетические уровни. В результате средняя энергия коллектива электронов в зоне проводимости увеличивается, а изменение энергетического спектра под действием единичной деформации по сравнению со средней энергией электронов будет уменьшаться.

Теоретический анализ [10, 11] показывает, что влияние степени легирования на коэффициенты пьезосопротивления можно описать следующим уравнением:

$$\pi_{11} = \pi_{11}(0) \frac{F_{s-1/2}(\eta)}{F_{s+1/2}(\eta)}. \quad (5.1.5)$$

Здесь $\pi_{11}(0)$ – компонента тензора пьезосопротивления для слаболегированного полупроводника; s – показатель механизма рассеяния, обычно $s = -1/2$;

$$F_k \eta = \frac{1}{\Gamma(k+1)} \int \frac{\varepsilon^k d\varepsilon}{\exp(\varepsilon - \eta) + 1}$$

– интеграл Ферми индекса k ; где $\varepsilon = E/kT$, $\eta = E_f/kT$ – приведенные энергия и уровень Ферми.

Для слаболегированных полупроводников, когда $\eta < 0$, отношение интегралов Ферми равно единице, коэффициенты пьезосопротивления перестают зависеть от степени легирования.

Для сильнолегированных полупроводников, когда $\eta > 5$, интегралы Ферми могут быть аппроксимированы выражением

$$F_k \eta = \frac{\eta^{k+1}}{\Gamma(k+2)}, \quad (5.1.6)$$

где Γ – гамма-функция аргумента $(k+2)$ [13]. В этом случае уравнение (4.6.1) может быть переписано в виде

$$\pi_{11} = \pi_{11}^0 \frac{s+3/2}{\eta}. \quad (5.1.7)$$

Для сильнолегированных полупроводников соотношение между уровнем Ферми и концентрацией электронов дается выражением [4]

$$\eta = Bn^{2/3}, \quad (5.1.8)$$

где $B = (3/\pi)^{2/3} (h^2/8m^*kT)$, m^* – эффективная масса плотности состояний.

Подставляя (4.6.4) в (4.6.3), получаем

$$\pi_{11} = \pi_{11}^0 \frac{s+3/2}{Bn^{2/3}}. \quad (5.1.9)$$

Из этой формулы следует, что по мере роста концентрации электронов коэффициенты пьезосопротивления уменьшаются. В металлах концентрация электронов велика, поэтому изменение удельного сопротивления или электропроводности под действием

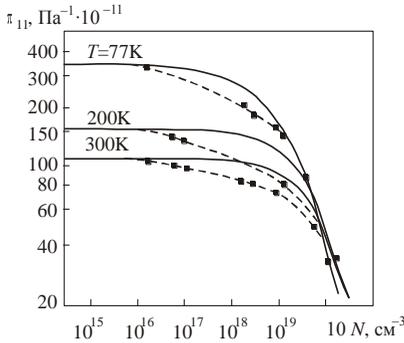


Рис. 5.2. Зависимости коэффициента пьезосопротивления π_{11} от степени легирования кремния:

теория – сплошные кривые; эксперимент – штриховые

деформации для них мало и заметную роль начинает играть чисто геометрический эффект, связанный с тем, что при деформации длина и сечение проводника меняются.

На рис. 5.2 приведены концентрационные зависимости коэффициента пьезосопротивления π_{11} для кремния n -типа, а также аналогичная зависимость, рассчитанная по соотношению (5.1.5) (сплошные кривые) [10].

Приведенный уровень Ферми η определяется из уравнения

$$N = N_c F_{1/2} \eta, \quad (5.1.10)$$

где N – концентрация атомов примеси, которые считаются полностью ионизированными; N_c – плотность состояний в зоне проводимости (4.4.6); $F_{1/2} \eta$ – интеграл Ферми индекса $1/2$.

Имеющееся заметное различие между расчетными и экспериментальными результатами в области концентраций $2 \cdot 10^{16} \dots 5 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$ может быть связано с влиянием легирования на анизотропию подвижности K [10].

Для кремния p -типа влияние степени легирования на пьезосопротивление также может быть оценено из соотношения (5.1.5) с заменой π_{11} на π_{44} . При этом в уравнении (5.1.10) вместо N_c необходимо использовать плотность состояний валентной зоны кремния [4]:

$$N_v = 2.8 \cdot 10^{19} \left(\frac{T}{300} \right)^{3/2} \text{ см}^{-3}. \quad (5.1.11)$$

Для практических расчетов по формуле (5.1.5) температурную зависимость пьезосопротивления слаболегированного кремния можно представить в виде

$$\pi_{ii} 0 = \pi_{ii} \left(\frac{300}{T} \right), \quad i=1,4, \quad (5.1.12)$$

где π_{ii} – пьезосопротивление при комнатной температуре, определенное, например, из измерений С. Смита (см. табл. 4.7).

5.1.4. ТЕМПЕРАТУРНЫЕ И КОНЦЕНТРАЦИОННЫЕ ЗАВИСИМОСТИ СОПРОТИВЛЕНИЯ ТЕНЗОРЕЗИСТИВНЫХ СЛОЕВ

Аналитическое описание температурных и концентрационных зависимостей удельного сопротивления и электропроводности кремния имеет большое практическое значение при проектировании элементов микросистемной техники. Экспериментально электропроводность кремния была исследована в ряде работ, например [14–16], в результате чего удалось с достаточной точностью описать концентрационную зависимость электропроводности при $T = 300 \text{ }^\circ\text{C}$.

Гораздо хуже исследован вопрос об аналитическом описании температурной зависимости электропроводности для различных концентраций примеси. В этом направлении имеется ряд работ [17–19], из которых необходимо отметить [19], где обоснована возможность представления температурной зависимости подвижности в виде

$$\mu = A T - B T \ln N,$$

где $A(T)$ и $B(T)$ – некоторые температурные функции.

Во всех работах расчет температурной зависимости подвижности производится с помощью классической теории, учитывающей рассеяние электронов и дырок на колебаниях кристаллической решетки и ионизированных атомах примеси. Однако данные, полученные теоретически, лишь качественно совпадают с экспериментальными данными, особенно в области концентраций $N > 1 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}$, представляющей особый интерес для тензорезистивных сенсоров.

С другой стороны, теоретические расчеты концентрации свободных носителей затруднены из-за изменения энергии ионизации примеси в зависимости от уровня легирования и некоторой перестройки энергетического спектра вблизи края валентной зоны или зоны проводимости.

Перечисленные причины привели к тому, что на практике широко применяются полуэмпирические зависимости, основанные на экспериментальных результатах. В данной книге мы приведем лишь линейное по температуре описание, которого достаточно для многих практических оценок. Основываясь на экспериментальных данных, концентрационную зависимость удельного сопротивления

кремния при температуре 23 °С можно аппроксимировать зависимостями [20]:

а) *p*-кремний, легированный бором:

$$\rho = \frac{1.305 \cdot 10^{16}}{N_B} + \frac{1.133 \cdot 10^{17}}{N_B \left[1 + 2.58 \cdot 10^{-19} N_B^{-0.737} \right]}, \quad (5.1.13)$$

где ρ – удельное сопротивление, Ом·см; N_B – концентрация атомов бора, см⁻³.

б) *n*-кремний, легированный фосфором:

$$\rho = \frac{6.242 \cdot 10^{18} \cdot 10^z}{N_p}, \quad (5.1.14)$$

где

$$z = \frac{C_0 + C_1 y + C_2 y^2 + C_3 y^3}{1 + D_1 y + D_2 y^2 + D_3 y^3}. \quad (5.1.15)$$

В выражении (5.1.15) $y = \lg N_p - 16$; $C_0 = -3.0769$, $C_1 = 2.2108$, $C_2 = -0.62272$, $C_3 = 0.057501$; $D_1 = -0.68157$, $D_2 = 0.19833$, $D_3 = -0.018376$; N_p – концентрация атомов фосфора, см⁻³.

На рис. 5.3 приведены концентрационные зависимости температурного коэффициента *n*- и *p*-кремния [21]. Здесь по оси абсцисс указано удельное сопротивление. Для пересчета в более привычную объемную концентрацию легирующей примеси можно воспользоваться соотношениями (5.1.13) – (5.1.15). В обращенном уравнении относительно концентрации атомов бора N_B или фосфора N_p (5.1.13) и (5.1.14) принимают вид

$$\alpha = \frac{1}{\rho_0} \left. \frac{d\rho}{dT} \right|_{T_0},$$

$$N_B = \frac{1.33 \cdot 10^{16}}{\rho} + \frac{1.082 \cdot 10^{17}}{\rho \left[1 + 54.56 \rho^{1.105} \right]}; \quad (5.1.16)$$

$$N_p = 6.242 \cdot 10^{18+z} / N_p, \quad (5.1.17)$$

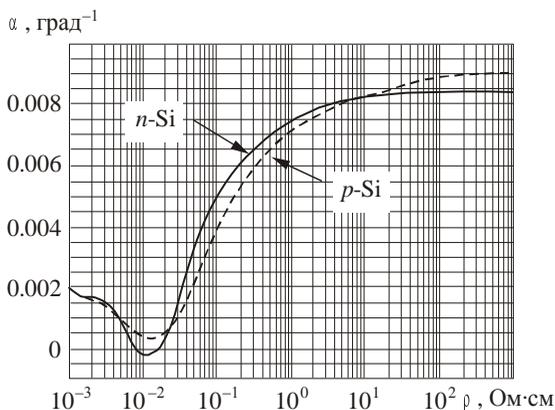


Рис. 5.3. Концентрационная зависимость температурного коэффициента сопротивления

где $z = \frac{A_0 + A_1 x + A_2 x^2 + A_3 x^3}{1 + B_1 x + B_2 x^2 + B_3 x^3}$, $x = \lg \rho$; $A_0 = -3.1083$, $A_1 = -3.2626$,
 $A_2 = -1.2196$, $A_3 = -0.13923$; $B_1 = 1.0265$, $B_2 = 0.38755$, $B_3 = 0.041833$.

В линейном приближении с учетом (5.1.13) – (5.1.15) температурное изменение удельного сопротивления может быть описано выражением

$$\rho T = \rho_0 [1 + \alpha T - 23], \quad (5.1.18)$$

где T – температура, °C; ρT – удельное сопротивление при $T = 23$ °C.

Температурный интервал, в котором справедливо выражение (5.1.18), невелик и составляет около 20 °C. Для больших интервалов становится заметен вклад членов ряда, нелинейных по температуре.

5.2. ПЬЕЗОСОПРОТИВЛЕНИЕ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ТЕНЗОРЕЗИСТИВНЫХ СЛОЕВ

Тензорезистивные слои сенсоров механических величин чаще всего создают методом ионной имплантации. При этом концентрация легирующей примеси зависит от координаты относительно поверхности полупроводника, следствием чего является зависимость от координаты электропроводности и пьезосопротивления

всех слоев, образующих тензорезистор. Общее пьезосопротивление $\tilde{\pi}$ и электропроводность $\tilde{\sigma}$ всего интегрального тензорезистора находят путем усреднения по толщине проводящего слоя. В простейшем случае одномерного распределения примеси по закону $N = N(z)$ усредненные значения $\tilde{\pi}$ и $\tilde{\sigma}$ определяются соотношениями

$$\tilde{\sigma} = \frac{1}{z_j} \int_0^{z_j} \sigma z dz, \quad (5.2.1)$$

$$\tilde{\pi} = \frac{\int_0^{z_j} \pi z \sigma z dz}{\int_0^{z_j} \sigma z dz}, \quad (5.2.2)$$

где z_j – глубина p - n -перехода; $\pi(z)$ и $\sigma(z)$ – пьезосопротивление и электропроводность слоя интегрального резистора на глубине z .

Интегралы (5.2.1) и (5.2.2) для произвольных профилей распределения примеси могут быть найдены только численно. Табулированные значения средней электропроводности для распределений примеси по закону Гаусса и дополнительной функции ошибок получены в [16, 22].

Аналитическое описание пьезосопротивления однородно легированного кремния, приведенное в предыдущем разделе, позволяет получить коэффициенты пьезосопротивления интегральных слоев для простейших законов распределения примеси, не прибегая к численным методам. В этом разделе рассмотрим пьезосопротивление для интегральных слоев с гауссовым распределением примеси, которое чаще всего реализуется на практике:

$$N u = N_s e^{-\alpha u^2}, \quad (5.2.3)$$

где N_s – максимальная объемная концентрация примеси у поверхности слоя, см^{-3} ; $u = z/z_j$ – координата тензорезистивного слоя на

глубине z ; z_j – глубина p - n -перехода; $\alpha = \frac{z_j^2}{L^2} = \ln \frac{N_s}{N_B}$ – параметр распределения; $L = 2\sqrt{Dt}$ – диффузионная длина примеси, D и t –

коэффициент и время диффузии; N_B – исходная концентрация примеси в кристалле до проведения диффузии.

Далее будем предполагать, что легирующая примесь – доноры или акцепторы – полностью ионизована и концентрация электронов или дырок равна концентрации соответствующих атомов примеси.

Формуле (5.2.2), интегрируя по частям, можно придать вид, более удобный для расчетов:

$$\tilde{\pi} = \pi N_s + \int_0^1 q u \frac{d\pi}{dN} \frac{dN}{du} du, \quad (5.2.4)$$

где

$$q u = \frac{\int_0^1 \sigma \tau d\tau}{\int_0^1 \sigma \tau d\tau}, \quad (5.2.5)$$

причем $0 \leq q(u) \leq 1$ при $0 \leq u \leq 1$.

Интеграл в (5.2.4) имеет смысл добавки в пьезосопротивление, связанной с неоднородным легированием тензорезистивного слоя. Коэффициенты пьезосопротивления неоднородно легированного слоя равны соответствующему коэффициенту однородно легированного слоя с концентрацией, равной максимальной, плюс добавка, зависящая от распределения примеси по толщине слоя:

$$\tilde{\pi} = \pi(N_s) + \Delta\pi. \quad (5.2.6)$$

В функцию $q(u)$ (5.2.5) входит не только концентрация атомов примеси, но и подвижность, которая сама зависит от количества примеси в единице объема:

$$q u = \frac{\int_0^1 \mu N N_s e^{-au^2} du}{\int_0^1 \mu N N_s e^{-au^2} du}.$$

По сравнению с экспонентой подвижность $\mu(N)$ является медленно меняющейся функцией: при концентрациях $N < 1 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$

и $N > 1 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$ она практически постоянна, а для промежуточных концентраций меняется по логарифмическому закону [20]. Учитывая это, определим $q(u)$ приближенно, считая, что подвижность $\mu(N)$ постоянна:

$$q(u) = \frac{\int_0^1 e^{-\alpha u^2} du}{\int_0^1 e^{-\alpha u^2} du} = 1 - \frac{\operatorname{erf} \sqrt{\alpha} u}{\operatorname{erf} \sqrt{\alpha}}, \quad (5.2.7)$$

где $\operatorname{erf} \sqrt{\alpha} u$ – функция ошибок.

В интегральных слоях практически всегда выполняется условие $\sqrt{\alpha} > 2$, что еще более упрощает (5.2.7), поскольку в этом случае $\operatorname{erf} \sqrt{\alpha} \approx 1$. Подставляя (5.2.3), (5.2.4), (5.2.7) в (5.1.1), получаем для пьезосопротивления интегрального слоя формулу

$$\tilde{\pi} = \pi N_s + 2D \int_0^{\sqrt{\alpha}} v \operatorname{erf} c v dv, \quad (5.2.8)$$

где $\operatorname{erf} c(v)$ – дополнительная функция ошибок, $v = \sqrt{\alpha} u$.

Интеграл (5.2.8) вычисляется обычным порядком:

$$\Phi(z) = 2 \int_0^z v \operatorname{erf} c(v) dv = z^2 \operatorname{erf} c z + \frac{1}{2} \operatorname{erf} z - \frac{z}{\sqrt{\pi}} e^{-z^2}.$$

Для принятой аппроксимации пьезосопротивления (5.1.1) коэффициент D принимает различные постоянные значения в диапазоне концентраций (см. табл. 5.1, 5.2), поэтому интеграл (5.2.8) придется разбивать на участки, ограниченные точками разрыва D .

Для тензорезистивных слоев p -типа, в которых $N_s > N_1 = 3 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}$, а $3 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3} \geq N_B \geq 1 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$, в диапазон изменения концентрации легирующей примеси попадает только одна точка N_1 . В этом случае

$$\sqrt{\alpha} = \sqrt{\ln \frac{N_s}{N_B}} \quad \text{и} \quad z_1 = \ln \frac{N_s}{N_1} \quad (5.2.10)$$

и в соответствии с (5.2.8) – (5.2.10) компонента π_{44} интегрального слоя с гауссовым распределением примеси будет равна

$$\hat{\pi}_{44} = \pi_{44} N_s + D_1 T \Phi z_1 + D_2 T \left[\Phi \sqrt{\alpha} - \Phi z_1 \right]. \quad (5.2.11)$$

Если $N_s < N_1$, то $N_B \geq 1 \cdot 10^{15}$ и в пределах всего тензорезисторного слоя коэффициент D_2 постоянен. В этом случае, как следует из (5.2.8):

$$\hat{\pi}_{44} = \pi_{44} N_s + D_2 \Phi \sqrt{\alpha}.$$

Если $\sqrt{\alpha} > 2$, то $\Phi \sqrt{\alpha} = \frac{1}{2}$ и выражение для пьезосопротивления интегрального слоя с гауссовым распределением примеси принимает особенно простой вид:

$$\pi_{44} = C T - D T \ln \left(N_s e^{-\frac{1}{2}} \right). \quad (5.2.12)$$

Неоднородно легированный слой, таким образом, эквивалентен слою с однородным легированием, имеющим концентрацию

$$N_3 = N_s e^{-\frac{1}{2}}.$$

Если концентрация в подложке меньше, чем N_2 , $N_B < 1 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$, то в диапазон изменений концентрации примеси попадает еще одна точка – $z_2 = \ln N_s / N_2$. Тогда в формуле (5.2.11) появляется еще одно слагаемое, описывающее вклад в пьезосопротивление участка с концентрацией примеси $N_B < N < N_2$:

$$\begin{aligned} \hat{\pi}_{44} = & \pi_{44} N_s + D_1 T \Phi z_1 + \\ & + D_2 T \Phi z_2 - \Phi z_1 + D_3 \Phi \sqrt{\alpha} - \Phi z_3. \end{aligned} \quad (5.2.13)$$

Однако для p -кремния $D_3 = 0$ и вклада в пьезосопротивление в рассматриваемом приближении все-таки не будет.

Для тензорезистивных слоев n -типа можно применять такой же подход. Для этих слоев справедлива формула (5.2.13) с заменой π_{44} на π_{11} , в которой $D_3(T) \neq 0$.

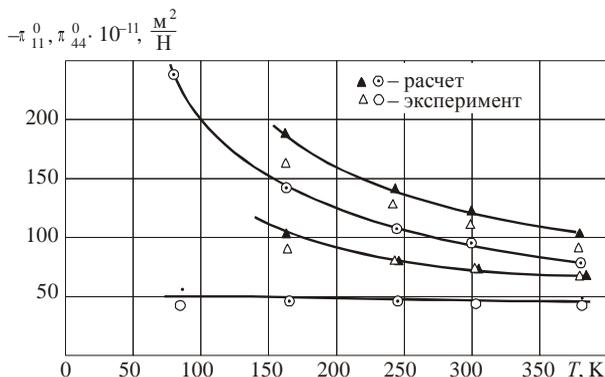


Рис. 5.4. Температурная зависимость коэффициентов пьезосопротивления:

$$1, 3 - \pi_{44} : 1 - N_s = 4.5 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}, 3 - N_s = 1 \cdot 10^{20} \text{ см}^{-3}, 2, 4 - \pi_{11} :$$

$$2 - N_s = 5 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}, 4 - N_s = 1 \cdot 10^{20} \text{ см}^{-3}$$

На рис. 5.4 приведены расчетные и экспериментальные [6, 10] значения коэффициентов пьезосопротивления для интегральных тензорезисторов n - и p -типа. Для тензорезистивных слоев n -типа в рассмотренном диапазоне температур и концентраций расхождения не превышают 15 %. Для слоев p -типа соответствие результатов расчета и эксперимента оказывается хуже и отличие может достигать 20 %. Возможной причиной может быть пренебрежение компонентами π_{11} и π_{12} при анализе экспериментальных данных. Их вклад в общее изменение сопротивления, как показано в работе [23], порядка 15 %.

5.3. РАЗМЕЩЕНИЕ ТЕНЗОРЕЗИСТОРОВ НА УПРУГОМ ЭЛЕМЕНТЕ СЕНСОРА

Одним из важнейших этапов проектирования механических сенсоров на тензорезистивном эффекте является выбор размещения тензорезисторов на упругом элементе. Рациональное размещение обеспечивает высокую чувствительность сенсора, однако размещение тензорезисторов зависит от характера напряженного состояния упругого элемента, кристаллографической ориентации и типа проводимости материала тензорезистора. Распределение механических напряжений, в свою очередь, зависит от способа приложения нагрузки, геометрии и кристаллографической ориентации упругого элемента.

В сенсорах механических величин тензорезисторы обычно соединяются по схеме моста Уитстона, где все четыре тензорезистора являются активными (рис. 5.5).

В недеформированном состоянии тензорезисторы имеют одинаковое сопротивление R_0 . Деформация упругого элемента приводит к изменению сопротивления тензорезисторов $R_i = R_0 + \Delta R_i$, $i=1,2,3,4$, и появлению на выходе моста сигнала

$$U_{\text{в}} = E \frac{R_1 R_3 - R_2 R_4}{R_1 + R_4 \quad R_2 + R_3}. \quad (5.3.1)$$

Изменение сопротивления каждого тензорезистора невелико, так что выполняется условие $\Delta R_i / R_0 \ll 1$. С учетом этого формулу (5.3.1) можно представить приближенно в виде

$$U_{\text{в}} = E \left(\frac{\Delta R_1}{R_0} + \frac{\Delta R_3}{R_0} - \frac{\Delta R_2}{R_0} - \frac{\Delta R_4}{R_0} \right). \quad (5.3.2)$$

Как следует из (5.3.2), выходной сигнал оказывается тем больше, чем сильнее изменение сопротивления каждого тензорезистора. Кроме того, тензорезисторы R_2 и R_4 следует располагать таким образом, чтобы изменение сопротивления ΔR_2 и ΔR_4 было противоположно по знаку ΔR_1 и ΔR_3 . Тогда сумма в (5.3.2) достигает максимальной величины.

5.3.1. КРИТЕРИЙ ВЫБОРА РАЗМЕЩЕНИЯ ТЕНЗОРЕЗИСТОРОВ

В линейном приближении изменение сопротивления каждого тензорезистора пропорционально механическому воздействию p :

$$\frac{\Delta R_i}{R_0} = S_i p, \quad i=1\dots4, \quad (5.3.3)$$

где S_i – чувствительность i -го тензорезистора к измеряемому воздействию.

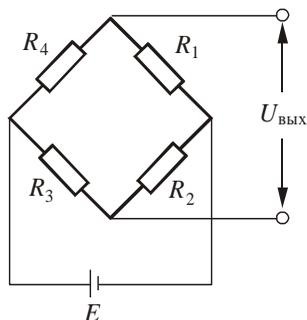


Рис. 5.5. Схема тензорезистивного моста Уитстона:

E – источник ЭДС, $R_1 \dots R_4$ – тензорезисторы

Размещение тензорезисторов можно проводить на основе критерия максимальной чувствительности, согласно которому для каждого из тензорезисторов мостовой схемы должно выполняться условие [24]

$$S_i = \max \quad \text{или} \quad \frac{\Delta R_i}{R_0} = \max, \quad i = 1 \dots 4. \quad (5.3.4)$$

В полупроводниковых тензорезисторах, как отмечалось в гл. 4, основная доля изменения сопротивления происходит из-за изменения удельного сопротивления, а не геометрии, поэтому (5.3.4) можно свести к требованию

$$\left[\frac{\Delta \rho_l}{\rho_0} \right]_i = \max, \quad (5.3.5)$$

где $\Delta \rho_l / \rho_0$ – продольная (вдоль длинной оси) компонента тензора относительного изменения удельного сопротивления i -го тензорезистора.

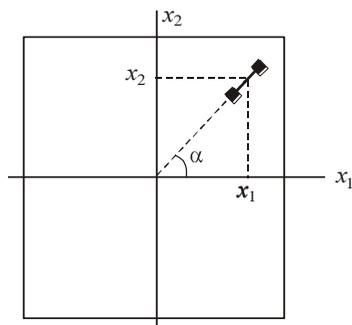


Рис. 5.6. Система координат для описания положения тензорезистора

При реализации критерия (5.3.4) или (5.3.5) будет обеспечен максимальный электрический сигнал моста Уитстона.

Далее рассмотрим случай короткого тензорезистора, у которого в пределах его геометрических размеров можно пренебречь изменением компонент тензора механических напряжений. Координаты x_1 и x_2 , определяющие положение центра тензорезистора, будем относить к системе осей, связанной с поверхностью упругого элемента. Направление протекания тока (длинная ось тензорезистора) харак-

теризуется углом α относительно оси x (рис. 5.6).

В выбранной системе координат положение тензорезистора характеризуется тремя переменными – α , x_1 и x_2 . Критерий (5.3.5) в выбранных переменных сводится к уравнению

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial \alpha} \left(\frac{\Delta \rho_l}{\rho_0} \right) = 0, \\ \frac{\partial}{\partial x_1} \left(\frac{\Delta \rho_l}{\rho_0} \right) = 0, \quad \frac{\partial}{\partial x_2} \left(\frac{\Delta \rho_l}{\rho_0} \right) = 0. \end{cases} \quad (5.3.6)$$

На границе упругого элемента координаты x_1 и x_2 связаны уравнением контура $x_2 = f(x_1)$. Относительное изменение сопротивления при этом зависит только от x_1 и α , и система (5.3.6) сводится к первым двум уравнениям при учете уравнения контура.

При решении системы (5.3.6) нужно учесть две особенности интегрального тензорезистора:

1. Поле растекания токов на большей части тензорезисторов носит плоский характер.

2. Из-за малой толщины тензорезистора и его расположения вблизи поверхности упругого элемента для изменения сопротивления важны компоненты T_1, T_2, T_6 матрицы механических напряжений.

Вследствие этих особенностей относительное изменение сопротивления тензорезистора, ориентированного под углом α к оси x_1 , может быть представлено в форме

$$\frac{\Delta\rho_l}{\rho_0} = \left(\frac{\Delta\rho_1}{\rho_0}\right)\cos^2\alpha + \left(\frac{\Delta\rho_2}{\rho_0}\right)\sin^2\alpha + \left(\frac{\Delta\rho_6}{\rho_0}\right)\sin 2\alpha, \quad (5.3.7)$$

где компоненты $\Delta\rho_i/\rho_0$ определяются в выбранной системе координат, связанной с упругим элементом. В этой системе координат компоненты $\Delta\rho_i/\rho$ соответственно равны

$$\begin{aligned} \frac{\Delta\rho_1}{\rho_0} &= \pi'_{11}T_1 + \pi'_{12}T_2 + \pi'_{16}T_6, \\ \frac{\Delta\rho_2}{\rho_0} &= \pi'_{21}T_1 + \pi'_{22}T_2 + \pi'_{26}T_6, \\ \frac{\Delta\rho_6}{\rho_0} &= \pi'_{66}T_6. \end{aligned} \quad (5.3.8)$$

В равенствах (5.3.8) π'_{ik} – компоненты матрицы пьезосопротивления в той же системе координат. Эти компоненты не зависят от местоположения на упругом элементе, поэтому из первого уравнения системы (5.3.6) с учетом (5.3.7) получаем уравнение для ориентации тензорезистора, обладающего экстремальной чувствительностью в произвольной точке упругого элемента:

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2\Delta\rho_6}{\frac{\Delta\rho_1}{\rho_0} - \frac{\Delta\rho_2}{\rho_0}}, \quad 0 \leq \alpha \leq \pi, \quad (5.3.9)$$

где все $\Delta\rho_i/\rho_0$ определяются соотношениями (5.3.8).

Из уравнения (5.3.9) следует, что в общем случае в каждой точке упругого элемента существует свое направление длинной оси тензорезистора, обеспечивающее экстремальную чувствительность.

Уравнения, определяющие местоположение центра тензорезистора, получаются из (5.3.6) с учетом (5.3.8):

$$\begin{aligned} & \pi'_{11} \cos^2 \alpha + \pi'_{21} \sin^2 \alpha \frac{\partial T_1}{\partial x_i} + \pi'_{22} \sin^2 \alpha + \pi'_{12} \cos^2 \alpha \frac{\partial T_2}{\partial x_i} + \\ & + \pi'_{66} \sin 2\alpha + \pi'_{16} \cos^2 \alpha + \pi'_{26} \sin^2 \alpha \frac{\partial T_6}{\partial x_i} = 0, \quad i=1,2. \end{aligned} \quad (5.3.10)$$

Степень сложности решения системы (5.3.9), (5.3.10) во многом определяется структурой матрицы пьезосопротивления и геометрией упругого элемента.

5.3.2. ПРИМЕРЫ РАЗМЕЩЕНИЯ ТЕНЗОРЕЗИСТОРОВ НА УПРУГОМ ЭЛЕМЕНТЕ

Квадратная жесткозащемленная пластина. Пусть плоскость упругого элемента имеет индексы (100), а стороны ориентированы вдоль направлений $[110]$ и $[1\bar{1}0]$. Распределение механических напряжений при действии равномерно распределенного давления обсуждалось в гл. 3, а матрица пьезосопротивления в выбранных осях приведена в гл. 4. Компоненты матрицы, необходимые для расчета изменения сопротивления тензорезистора, имеют вид

$$\begin{aligned} \pi'_{11} = \pi'_{22} &= \frac{1}{2} \pi_{11} + \pi_{12} + \pi_{44}, & \pi'_{16} = \pi'_{26} &= 0, \\ \pi'_{12} = \pi'_{21} &= \frac{1}{2} \pi_{11} + \pi_{12} - \pi_{44}, & \pi_{66} &= \pi_{11} - \pi_{12}. \end{aligned} \quad (5.3.11)$$

Если кремниевые тензорезисторы p -типа, то приближенно можно считать, что $\pi_{11} = \pi_{12} = 0$, $\pi_{44} \neq 0$, а для тензорезисторов n -типа $-\pi_{44} = 0$ и $\pi_{12} = -\pi_{11}/2$. Это позволяет легко решать уравнение (5.3.9).

Для тензорезисторов p -типа уравнение (5.3.9) приводится к виду $\operatorname{tg} 2\alpha = 0$ для всех точек упругого элемента, кроме диагоналей. Его решение $\alpha = 0$ и $\alpha = \pi/2$ – соответственно радиальное и

тангенциальное расположение тензорезисторов. При $\alpha = 0$ изменение сопротивления тензорезистора равно

$$\frac{\Delta\rho_l}{\rho_0} = \frac{\pi_{44}}{2} T_1 - T_2 . \quad (5.3.12)$$

Если $\alpha = \pi/2$, то изменение сопротивления отличается лишь знаком. На диагоналях упругого элемента из-за равенства $T_1 = T_2$ изменение сопротивления тензорезисторов в рассматриваемом приближении по пьезосопротивлению равно нулю. С учетом определенных значений углов система уравнений (5.3.10) принимает простой вид:

$$\frac{\partial}{\partial x_i} T_1 - T_2 = 0 . \quad (5.3.13)$$

Разность механических сопротивлений в центре упругого элемента равна нулю, а максимальных значений она достигает на контуре упругого элемента в серединах его сторон. Подставляя в (5.3.13) значения T_1 и T_2 из (3.2.17), получаем

$$\frac{\Delta\rho_l}{\rho_0} = \pm 0.617\pi_{44} \frac{qa^2}{h^2} . \quad (5.3.14)$$

(знак «+» относится к ориентации $\alpha = 0$, знак «-» соответствует $\alpha = \pi/2$).

Возможные варианты размещения тензорезисторов p -типа приведены на рис. 5.7.

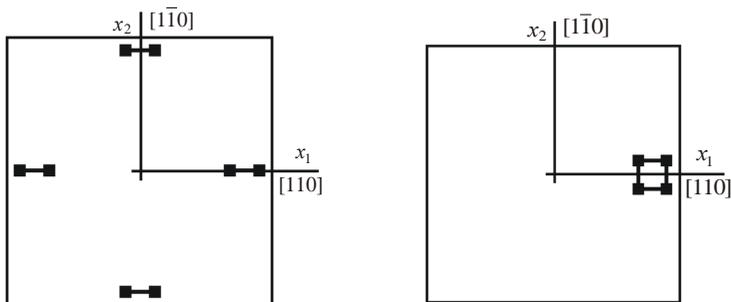


Рис. 5.7. Схемы размещения тензорезисторов p -типа на квадратном упругом элементе

Реальные тензорезисторы имеют конечную длину, и на самом контуре упругого элемента располагать их нельзя. Формула (5.3.14) имеет смысл оценки максимального значения.

Размещение тензорезисторов n -типа на квадратном упругом элементе сильно отличается от вариантов размещения, представленных на рис. 5.6, для тензорезисторов p -типа. Для всех точек, не лежащих на координатных осях x_1 и x_2 , уравнение (5.3.9) принимает форму $\operatorname{tg} 2\alpha = \infty$ и имеет решение $\alpha = \pi/4, \alpha = 3\pi/4$. При этом ориентация тензорезисторов не зависит от их местоположения. Для точек, лежащих на координатных осях x_1 и x_2 , сдвиговая компонента T_6 равна нулю, и из уравнения (5.3.9) следует, что чувствительность тензорезисторов от угла не зависит (изотропна).

Для найденных значений ориентаций длинной оси тензорезистора изменение его сопротивления составляет

$$\frac{\Delta\rho_l}{\rho_0} = \frac{\pi_{11}}{4} (T_1 + T_2 \pm 6T_6), \quad (5.3.15)$$

где знак «+» относится к ориентации $\alpha = \pi/4$.

Система уравнений (5.2.10) для тензорезисторов n -типа имеет вид

$$\frac{\partial}{\partial x_i} T_1 + T_2 \pm 6T_6 = 0, \quad i = 1, 2. \quad (5.3.16)$$

Из решения системы (5.3.16) следует, что существует несколько местоположений тензорезисторов с экстремальной чувствительностью:

$$\alpha = \frac{\pi}{4}, \quad x_1 = x_2 = 0.68a \quad \text{и} \quad \frac{\Delta\rho_l}{\rho_0} = 0.3 \pi_{11} \frac{qa^2}{h^2},$$

$$\alpha = \frac{3\pi}{4}, \quad x_1 = x_2 = 0.68a \quad \text{и} \quad \frac{\Delta\rho_l}{\rho_0} = 0.3\pi_{11} \frac{qa^2}{h^2}, \quad (5.3.17)$$

$$x_1 = 0, x_2 = \pm a \quad \text{и} \quad x_2 = 0, x_1 = \pm a \quad \text{и} \quad \frac{\Delta\rho_l}{\rho_0} = 0.35\pi_{11} \frac{qa^2}{h^2}.$$

Особенность решения системы (5.3.16) – различное местоположение тензорезисторов, соответствующее ориентациям $\alpha = \pi/4$ и $\alpha = 3\pi/4$ (рис. 5.8). Это является следствием существенного вклада компоненты T_6 в общее изменение сопротивления.

Как видно из сравнения (5.3.15) и (5.3.17), чувствительность тензорезисторов n -типа существенно ниже, чем тензорезисторов p -типа.

Из-за симметрии упругих свойств по осям x_1 и x_2 и симметрии формы упругого элемента картина расположения тензорезисторов инвариантна относительно поворотов на 90° вокруг оси x_3 .

Круглая жесткозашемленная пластина. В качестве второго важного примера рассмотрим расположение тензорезисторов на круглом жесткозашемленном по контуру упругом элементе, имеющем кристаллографическую ориентацию (111). Эта плоскость в кремнии является плоскостью изотропии упругих и тензорезистивных свойств. Поворот осей x_1 и x_2 вокруг оси $x_3 \parallel [111]$ сохраняет неизменными компоненты матрицы пьезосопротивления (4.5.25) и распределение механических напряжений (3.1.12). Поэтому достаточно рассмотреть ориентацию тензорезисторов вдоль одной выбранной оси, например вдоль оси $x_1 \parallel [\bar{1}10]$. Для точек на этой оси механические напряжения равны

$$T_1 = \frac{qR^2}{h^2} \left[0.473 - 1.223 \frac{x_1^2}{R^2} \right],$$

$$T_2 = \frac{qR^2}{h^2} \left[0.473 - 0.670 \frac{x_1^2}{R^2} \right], \quad T_6 = 0. \quad (5.3.18)$$

Если тензорезисторы p -типа и в матрице пьезосопротивления (4.5.25) учитываем лишь компоненту π_{44} , то для относительного изменения сопротивления получаем

$$\frac{\Delta\rho_1}{\rho_0} = \frac{\pi_{44}}{2} \left(T_1 - \frac{T_2}{3} \right); \quad (5.3.19)$$

$$\frac{\Delta\rho_2}{\rho_0} = \frac{\pi_{44}}{2} \left(T_2 - \frac{T_1}{3} \right); \quad (5.3.20)$$

$$\frac{\Delta\rho_6}{\rho_0} = 0.$$

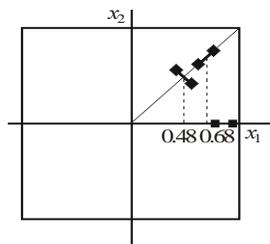


Рис. 5.8. Схема размещения тензорезисторов n -типа на квадратном упругом элементе

Уравнение (5.3.9) принимает вид $\operatorname{tg} 2\alpha = 0$, это уравнение имеет решения $\alpha = 0$ и $\alpha = \pi/2$. Для тензорезистора, у которого длинная ось ориентирована по оси x_1 ($\alpha = 0$) (радиальный тензорезистор), изменение сопротивления описывается соотношением (5.3.19):

$$\frac{\Delta\rho_l}{\rho_0} = \frac{\Delta\rho_1}{\rho_0}.$$

Наибольшее изменение сопротивления тензорезистор получает, когда он расположен в центре или на краю упругого элемента:

$$\frac{\Delta\rho_l}{\rho_0} = 0.157\pi_{44} \frac{qa^2}{h^2}, \quad x_1 = 0; \quad (5.3.21)$$

$$\frac{\Delta\rho_l}{\rho_0} = -0.342 \frac{qR^2}{h^2} \pi_{44}, \quad x_1 = R. \quad (5.3.22)$$

Если расположение тензорезистора тангенциальное ($\alpha = \pi/2$), то изменение сопротивления описывается соотношением (5.3.20):

$$\frac{\Delta\rho_l}{\rho_0} = \frac{\Delta\rho_2}{\rho_0}.$$

При центральном расположении тензорезистора ($r = 0$) изменение сопротивления точно равно (5.3.21) и, таким образом, изменение сопротивления не зависит от угла α . Если тангенциальный резистор расположен на краю $x_1 = R$, то изменение сопротивления равно

$$\frac{\Delta\rho_l}{\rho_0} = -0.026\pi_{44} \frac{qR^2}{h^2}. \quad (5.3.23)$$

Это существенно меньше, чем для радиальной ориентации тензорезистора на краю (5.3.22).

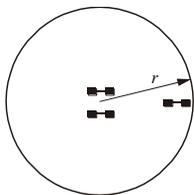


Рис. 5.9. Расположение тензорезисторов на круглом упругом элементе

Таким образом, для построения мостовой схемы на круглом упругом элементе с плоскостью (111) целесообразно использовать два радиальных резистора в центре и два радиальных резистора на краю упругого элемента (рис. 5.9).

Изотропия свойств плоскости (111) и круглая форма упругого элемента избавляют от необходимости следить за кристаллографической ориентацией тензорезисторов при изготовлении.

Выходной сигнал мостовой схемы с круглым упругим элементом с учетом (5.3.21) и (5.3.22) определяется соотношением

$$U_{\text{в}} = E \cdot 0.249 \frac{qR^2}{h^2}.$$

Для мостовой схемы с тензорезисторами n -типа чувствительность примерно в два раза меньше, поэтому здесь ее не рассматриваем.

5.4. ТЕНЗОПРЕОБРАЗОВАТЕЛИ НА СДВИГОВОМ ТЕНЗОРЕЗИСТИВНОМ ЭФФЕКТЕ

Под действием анизотропной деформации электропроводность кремния становится также анизотропной и в тензоре электропроводности образца с произвольной кристаллографической ориентацией появляются недиагональные компоненты. Это приводит к несовпадению по направлению векторов напряженности и плотности электрического поля, причем отличие по направлениям тем больше, чем больше величина деформации. Закон Ома по форме усложняется и для кристаллов типа кремния в системе координат, связанной с главными осями [100], описывается соотношениями

$$\begin{aligned} \frac{E_1}{\rho_0} &= i_1 \left[1 + \pi_{11}T_1 + \pi_{12} T_2 + T_3 \right] + \pi_{44} i_2T_6 + i_3T_5, \\ \frac{E_2}{\rho_0} &= i_2 \left[1 + \pi_{11}T_2 + \pi_{12} T_1 + T_3 \right] + \pi_{44} i_1T_6 + i_3T_4, \\ \frac{E_3}{\rho_0} &= i_3 \left[1 + \pi_{11}T_3 + \pi_{12} T_1 + T_2 \right] + \pi_{44} i_1T_5 + i_2T_4, \end{aligned} \quad (5.4.1)$$

где E_1, E_2, E_3 – компоненты вектора напряженности электрического поля; i_1, i_2, i_3 – компоненты вектора плотности тока; ρ_0 – удельное сопротивление недеформированного кремния; π_{ij} и T_i – компоненты матриц пьезосопротивления и механических напряжений.

Из системы уравнений (5.4.1) следует, что если направить ток i_1 вдоль оси x_1 и создать такие условия нагружения, когда отлична от нуля только сдвиговая компонента матрицы напряжений, то в

направлении, перпендикулярном к току, возникает напряженность электрического поля E_2 :

$$\frac{E_2}{\rho_0} = i_1 \pi_{44} T_6. \quad (5.4.2)$$

Это проявление сдвигового тензорезистивного эффекта может быть реализовано в структуре, представленной на рис. 5.10. В интегральном исполнении область растекания тока имеет вид, аналогичный топологии холловского сенсора.

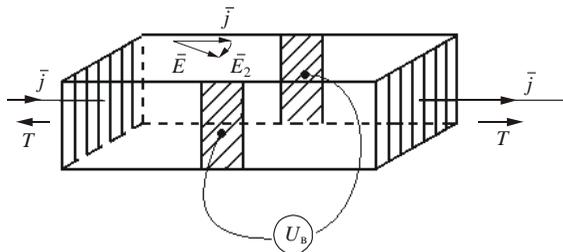


Рис. 5.10. Возникновение поперечной разности потенциалов при анизотропной деформации образца

При отсутствии деформации источник ЭДС создает внутри образца поле E_1 и ток i_1 , направленные вдоль x_1 . Действие сдвигового напряжения T_6 приведет к тому, что результирующий вектор напряженности и вектор плотности тока образуют угол β :

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{E_2}{E_1}, \quad (5.4.3)$$

пропорциональный механическому напряжению T_6 . Эквипотенциальные линии в деформированном полупроводнике поворачиваются на тот же угол, и между точками A и B , находящимися ранее на одной эквипотенциали, образуется разность потенциалов

$$U_B = \int_A^B E_2 dx_2. \quad (5.4.4)$$

Она является выходным сигналом сенсора механической величины на сдвиговом эффекте. Этот эффект применяется для исследования компонент тензора пьезосопротивления [25], кроме того, он нашел важное техническое применение в механических сенсорах. Сенсо-

ры на сдвиговом эффекте имеют ряд преимуществ по сравнению с сенсорами на обычных тензорезисторах, включенных по схеме моста Уитстона:

- простота топологии. Вместо четырех тензорезисторов, имеющих восемь контактов, специальным образом расположенных на упругом элементе, используется один с квазихолловской геометрией, имеющий четыре контакта (рис. 5.11);

- тензопреобразователь на сдвиговом эффекте – генератор напряжений, и поэтому его характеристики нечувствительны к сопротивлению токовых контактов;

- малая величина начального разбаланса. Начальный разбаланс тензопреобразователей на сдвиговом эффекте связан с точностью расположения потенциальных контактов на одной эквипотенциали, а это современная планарная технология может обеспечивать на высоком уровне.

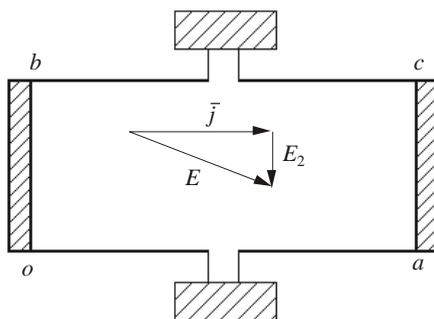


Рис. 5.11. Тензопреобразователь с квазихолловской геометрией на сдвиговом эффекте

Связь между физико-топологическими параметрами, измеряемым механическим воздействием и выходным сигналом для сенсоров с использованием сдвигового эффекта существенно сложнее, чем для обычных тензорезисторов на продольном или поперечном эффекте. Эти вопросы будут рассмотрены ниже.

5.4.1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

В данном разделе рассмотрим расчет выходного сигнала кремниевого сенсора с квазихолловской геометрией (рис. 5.11). При этом предположим, что в кремнии имеется один тип носителей то-

ка и их концентрация не зависят от деформации. На гранях ob и ac сформированы низкоомные токовые электроды, а на гранях oa и bc – точечные электроды для измерения поперечной разности потенциалов. Ток в цепи потенциальных электродов отсутствует, а толщина области h много меньше ее длины и ширины, что реализуется при изготовлении тензопреобразователя методами пленочной или планарной технологии.

При выбранной геометрии образца и электродов распределения токов и потенциала носят двумерный характер. В системе координат, связанной с образцом, закон Ома для деформированного полупроводника можно записать в форме

$$j_i = \sigma_0 \delta_{ik} + \Delta_{ik} E_k, \quad (5.4.5)$$

где j_i и E_k – компоненты тока и напряженности электрического поля; $\Delta_{ik} \equiv \Delta\sigma_{ik} / \sigma_0$ – относительное изменение электропроводности из-за деформации.

Изменение электропроводности зависит от характера распределения механических напряжений по области протекания тока и в общем случае является функцией координат. Здесь мы рассмотрим самый простой случай, когда величины Δ_{ik} постоянны в пределах области $oabc$.

При протекании постоянного тока справедливо уравнение непрерывности для плотности тока \mathbf{j} :

$$\frac{\partial j_1}{\partial x_1} + \frac{\partial j_2}{\partial x_2} = 0. \quad (5.4.6)$$

Поскольку между напряженностью электрического поля и потенциалом существует связь

$$\mathbf{E} = \frac{\partial \varphi}{\partial x_1} \mathbf{e}_{x_1} + \frac{\partial \varphi}{\partial x_2} \mathbf{e}_{x_2}, \quad (5.4.7)$$

где \mathbf{e}_{x_1} и \mathbf{e}_{x_2} – единичные векторы вдоль осей x_1 и x_2 , комбинируя выражения (5.4.5) и (5.4.7), получаем уравнение для потенциала внутри области растекания тока:

$$\delta_{ik} + \Delta_{ik} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_i \partial x_k} = 0, \quad k, i = 1, 2. \quad (5.4.8)$$

Величина недиагональной компоненты Δ_{12} , возникшей в результате анизотропной деформации, как правило, удовлетворяет соотношению

$$1 + \Delta_{ii} > \Delta_{12}, \quad i = 1, 2. \quad (5.4.9)$$

Это позволяет упростить уравнение (5.4.8) и привести его к виду

$$1 + \Delta_{ii} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_i^2} = 0, \quad i = 1, 2. \quad (5.4.10)$$

Введем новые переменные $x_i = \frac{x_1}{\sqrt{1 + \Delta_{ii}}}$, $i = 1, 2$, тогда уравнение (5.4.10) сводится к уравнению Лапласа

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_2^2} = 0. \quad (5.4.11)$$

При определении граничных условий для деформированного сенсора пренебрежем малым изменением его размера и формы. Это соответствует учету вклада в сдвиговой эффект только изменения электропроводности и хорошо выполняется для полупроводников с большими значениями коэффициентов пьезосопротивления. Для токовых электродов *ob* и *ac* граничные условия запишем в виде

$$\varphi|_{x_1=0} = 0, \quad \varphi|_{x_1 = -\frac{a}{\sqrt{1 + \Delta_{11}}}} = U. \quad (5.4.12)$$

На боковых гранях нормальная компонента плотности тока равна нулю, что приводит к уравнению

$$j_{x_2} = \sigma_{21} E_{x_1} + \sigma_{22} E_{x_2} = 0. \quad (5.4.13)$$

Учитывая (5.4.5), (5.4.7), из (5.4.13) получаем граничное условие на боковых гранях

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x_2} + \frac{\Delta_{12}}{\sqrt{1 + \Delta_{11}} \sqrt{1 + \Delta_{11}}} \frac{\partial \varphi}{\partial x_1} = 0. \quad (5.4.14)$$

Решив уравнение (5.4.11) с учетом граничных условий (5.4.12), (5.4.14), можно получить распределение потенциала внутри облас-

где $A = \frac{a}{\sqrt{1 + \Delta_{11}}}$; $B = \frac{b}{\sqrt{1 + \Delta_{22}}}$.

Используя решение (5.4.18) и формулу (5.4.15), получаем выражение для поперечной разности потенциалов, являющейся выходным сигналом для данного типа механических сенсоров:

$$U_{\epsilon} = \frac{\Delta_{12}}{1 + \Delta_{22}} U \Phi \left(\frac{b}{a} \right), \quad (5.4.19)$$

$$\Phi = \frac{8}{\pi^2} \sqrt{\frac{1 + \Delta_{22}}{1 + \Delta_{11}}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{-1^n}{2n+1} \operatorname{th} \frac{2n+1}{2} \pi \sqrt{\frac{1 + \Delta_{11}}{1 + \Delta_{22}}} \frac{b}{a}.$$

Функция Φ описывает влияние геометрических размеров области растекания тока $oabc$ на величину поперечной разности потенциалов. График этой функции представлен на рис. 5.12. Для протяженных областей растекания тока, когда $a/b > 3$, функция изменяется по закону $\Phi \sim b/a$. В этом случае выходной сигнал сенсора может быть представлен в виде выражения

$$U_{\text{в}} = U \frac{\Delta_{12}}{1 + \Delta_{11}} \frac{b}{a}. \quad (5.4.20)$$

По мере уменьшения a/b возрастает напряженность электрического поля внутри области $oabc$, что приводит к увеличению $U_{\text{в}}$. Однако при этом возрастает шунтирующее действие токовых электродов, что уменьшает поперечную разность потенциалов. В результате функция Φ стремится к предельному значению $\Phi = 0.7424$, которое определяет величину выходного сигнала

$$U_{\text{в}} = 0.7424 \frac{\Delta_{12}}{\sqrt{1 + \Delta_{11}} \sqrt{1 + \Delta_{22}}} U. \quad (5.4.21)$$

Некоторое влияние на значение функции Φ оказывает деформация упругого элемента через компоненты Δ_{11} и Δ_{22} , однако из-за

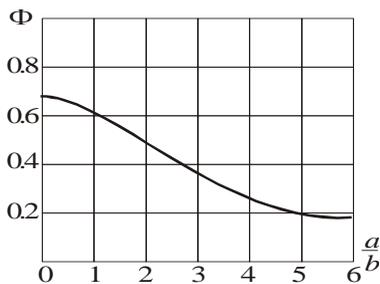


Рис. 5.12. Влияние отношения сторон области растекания токов на величину выходного сигнала

того, что на практике хорошо выполняются условия $\Delta_{11} \ll 1$, $\Delta_{22} \ll 1$, множителем $\sqrt{\frac{1+\Delta_{11}}{1+\Delta_{22}}}$ в функции Φ можно пренебречь.

Влияние геометрии токовых и потенциальных контактов на выходной сигнал является особенностью данного типа механических сенсоров по сравнению, например, с обычными тензорезисторами.

5.4.2. РАЗМЕЩЕНИЕ ТЕНЗОПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ НА СДВИГОВОМ ЭФФЕКТЕ НА УПРУГОМ ЭЛЕМЕНТЕ СЕНСОРА

Выходной сигнал тензопреобразователя на сдвиговом эффекте, как следует из (5.4.19), зависит от геометрии области растекания тока, разности потенциалов между токовыми электродами и величины недиагональной компоненты тензора электропроводности σ_{12} . Величина последней зависит от кристаллографической ориентации и местоположения области растекания тока на упругом элементе. Ее оптимальную ориентацию и местоположение можно определить, используя общий подход, развитый в разд. 5.3 для обычных тензорезисторов.

Рассмотрим этот вопрос применительно к сенсору давления с упругим элементом в виде квадратной, жесткозашемленной пластины размером $2a$, стороны которой ориентированы вдоль направлений $[110]$ и $[\bar{1}\bar{1}0]$. Максимальный размер прямоугольной области растекания тока много меньше размера стороны упругого элемента ($ob \ll a$), так что тензопреобразователь можно считать точечным и в его пределах механические напряжения однородны. Координаты центра области растекания тока обозначим x_1 и x_2 , а направление протекания тока будем характеризовать углом α (рис. 5.13).

Местоположение и ориентация тензопреобразователя, обладающего максимальной чувствительностью, определяются из решения системы уравнений, следующих из (5.4.22):

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\Delta_{12}}{\sqrt{1+\Delta_{11}}\sqrt{1+\Delta_{22}}} \right) = 0, \quad i = 1, 2, \quad (5.4.22)$$

$$\frac{\partial}{\partial \alpha} \left(\frac{\Delta_{12}}{\sqrt{1+\Delta_{11}}\sqrt{1+\Delta_{22}}} \right) = 0.$$

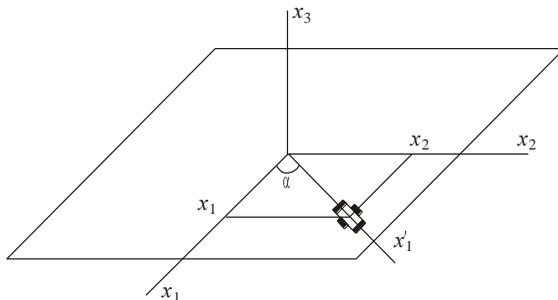


Рис. 5.13. Система координат для описания размещения тензопреобразователя на сдвиговом эффекте

Для описания распределения потенциала в области растекания тока применяют систему координат, связанную с ее границами, а для механических напряжений – систему координат $x_1 \text{ } \alpha x_2$, связанную со сторонами упругого элемента. Компоненты тензора относительной электропроводности в линейном по деформации приближении имеют вид

$$\Delta_{12} = \frac{\sin 2\alpha}{2} T_1 - T_2 \pi_{44} + \pi_{12} - \pi_{11} T_6 \cos 2\alpha, \quad (5.4.23)$$

$$\Delta_{ii} = \frac{\cos 2\alpha}{2} T_2 - T_1 \pi_{44} + -1^{i+1} \pi_{12} - \pi_{11} T_6 \sin 2\alpha - \frac{\pi_{11} + \pi_{12}}{2} T_1 + T_2 .$$

Если область растекания токов имеет p -тип проводимости, для которой справедливо $\pi_{11} = \pi_{12} = 0$ и $\pi_{44} \neq 0$, то выражение для сдвиговой компоненты Δ_{12} упрощается:

$$\Delta_{12} = \frac{\sin 2\alpha}{2} T_1 - T_2 \pi_{44} . \quad (5.4.24)$$

Тогда уравнение на оптимальную угловую ориентацию в системе (5.4.22) имеет решения $\alpha = \pi/4$ и $\alpha = 3\pi/4$, соответствующие ориентации сторон вдоль оси $[100]$ и $[\bar{0}\bar{1}0]$. Для этих углов диагональные компоненты Δ_{11} и Δ_{22} обращаются в нуль.

Максимального значения разность $T_1 - T_2$ достигает на серединах краев упругого элемента ($x_1 = 0, x_2 = \pm a; x_2 = 0, x_1 = \pm a$), где между механическими напряжениями существует соотношение

$T_2 = \nu T_1$. Поэтому максимальный выходной сигнал тензопреобразователя на сдвиговом эффекте в рассматриваемом случае равен

$$U_B = U \pi_{44} \frac{1-\nu}{2} T_1 \Phi \left(\frac{b}{a} \right). \quad (5.4.25)$$

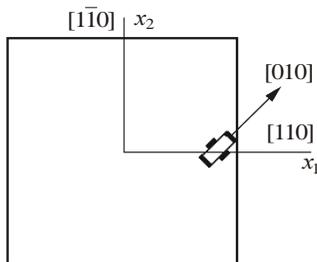


Рис. 5.14. Оптимизированная схема размещения тензопреобразователя на сдвиговом эффекте

На рис. 5.14 приведена схема размещения области растекания тока, соответствующей уравнению (5.4.25).

Этот вариант размещения соответствует решению уравнения (5.4.22) $\alpha = \pi/4$.

При расположении, соответствующем углу $\alpha = 3\pi/4$, знак выходного сигнала меняется на противоположный.

Максимальная чувствительность сенсора на сдвиговом эффекте оказывается меньше, чем у сенсора с применением тензорезистивного моста.

Учитывая выражения (5.3.2), (5.3.12) и (5.4.25), получаем

$$\frac{U_B}{U_{BM}} = \Phi \left(\frac{b}{a} \right), \quad (5.4.26)$$

где U_{BM} – выходной сигнал тензорезистивного моста.

Поскольку $\Phi(b/a) \leq 0.7424$, предельно возможная чувствительность сенсора на сдвиговом эффекте оказывается, как минимум, на 25 % меньше, чем у тензорезистивного моста.

5.4.3. ТЕНЗОПРЕОБРАЗОВАТЕЛИ НА СДВИГОВОМ ЭФФЕКТЕ ТИПА «ГРЕЧЕСКИЙ КРЕСТ»

Тензопреобразователи на сдвиговом эффекте могут иметь самые разнообразные формы области растекания токов и расположения контактов, что отражается на электрических характеристиках сенсора. Аналогия с холловскими сенсорами показывает, что наибольшую практическую ценность представляют структуры, у которых область растекания токов и расположение контактов имеют ось симметрии второго или четвертого порядков.

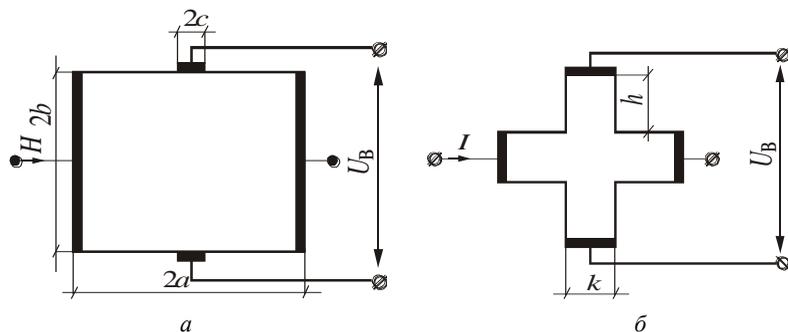


Рис. 5.15. Структуры на сдвиговом эффекте с осями симметрии второго (а) и четвертого (б) порядков

В структуре, приведенной на рис. 5.15, а, ширина потенциальных контактов конечна, $2c \neq 0$. Эти контакты выравнивают распределение потенциала вдоль верхней и нижней границ прямоугольной области растекания тока, что при длинах контактов $c \sim a$ приводит к уменьшению полезного выходного сигнала. В реальных холловских сенсорах отношение сторон a/b и ширину потенциальных контактов выбирают из условий [27]

$$\frac{a}{b} \approx 1.5, \quad \frac{c}{a} \approx 0.15. \quad (5.4.27)$$

При таких размерах контактов их влияние на величину выходного сигнала невелико, поэтому теоретический анализ, приведенный в предыдущем разделе, сохраняет силу.

Микроэлектронная технология позволяет изготавливать структуры и с меньшими значениями c/a , чем это рекомендовано формулой (5.4.27). При этом, однако, возрастает сопротивление сенсора относительно потенциальных электродов (выходное сопротивление). В практике изготовления магнитных сенсоров большое распространение получили симметричные структуры типа «греческий крест» (рис. 5.15, б). В таких преобразователях токовые и потенциальные контакты находятся в симметричных электрических и тепловых условиях, а влияние потенциальных электродов сводится до малых значений, которые трудно достичь, применяя структуры с прямоугольной областью растекания тока.

Проектирование тензопреобразователей типа «греческий крест» радикально отличается как от рассмотренного выше тензопреобразователя с прямоугольной областью растекания тока, так и обычных тензорезисторов. Это обусловлено сложной геометрией поля

растекания тока в недеформированной структуре, определение которого само представляет не простую задачу. В данном разделе кратко описан способ определения характеристик тензопреобразователей типа «греческий крест», использующий методику конформных преобразований [28].

В основу способа положены две исходные посылки. Во-первых, в тензопреобразователях на сдвиговом эффекте холловскому углу магнитных сенсоров соответствует угол β , определяемый из (5.4.3) и (5.4.14) соотношением

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{\Delta_{12}}{\sqrt{1 + \Delta_{11}} \sqrt{1 + \Delta_{22}}}. \quad (5.4.28)$$

Если величину β измерять в радианах, $\beta = m \frac{\pi}{2}$, $0 \leq m \leq 1$, то тензорезистивные преобразователи, в отличие от магнитных, соответствуют случаю малых β , $m \rightarrow 0$ и $\operatorname{tg} \beta \approx \beta$. Во-вторых, величины деформации упругого элемента малы, поэтому искажением формы области растекания тока можно пренебречь.

Обе посылки позволяют применять для расчетов характеристик тензопреобразователей метод конформных отображений, хорошо зарекомендовавший себя для магнитных сенсоров. В соответствии с этим методом «греческий крест» можно отобразить на единичную окружность с симметричными контактами, характеризуемыми углом θ (рис. 5.16):

Для области растекания тока в форме круга Wersnel [29] получил решение в виде

$$\frac{V_{34} d}{I_{12} \rho} = C \theta, m \operatorname{tg} \beta, \quad (5.4.29)$$

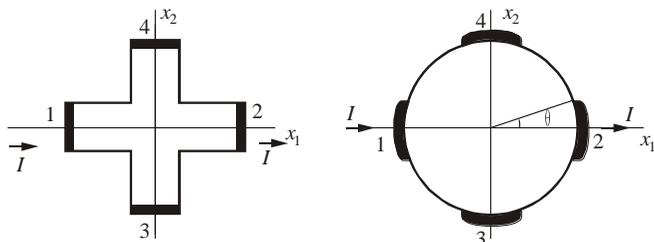


Рис. 5.16. Конформное отображение «греческого креста» на круг

где ρ – объемное удельное сопротивление материала в области растекания тока; d – ее толщина; $C(\theta, m)$ – табулированная функция, учитывающая размер контактов и величину магнитного поля.

Поскольку правая часть (5.4.29) является инвариантом при конформном преобразовании, задача расчета выходного сигнала для преобразователя в форме «греческого креста» сводится к установлению связи между параметрами креста и углом θ для круга. Будем далее характеризовать «греческий крест» параметром λ , равным отношению длины контактов к периметру:

$$\lambda = \frac{1}{2(h/k) + 1}.$$

Для тензопреобразователя на сдвиговом эффекте эквивалентом формулы (5.4.29) будет

$$\frac{V_{34}}{I_{12}} \frac{d}{\sqrt{\rho'_{11}\rho'_{22}}} = \frac{\Delta_{12}}{\sqrt{1 + \Delta_{11}}\sqrt{1 + \Delta_{22}}} F(\lambda), \quad (5.4.30)$$

где ρ'_{11} и ρ'_{22} – удельные сопротивления вдоль лучей x_1 и x_2 креста; $F(\lambda)$ – геометрическая поправочная функция, в которой положено $m \rightarrow 0$.

Поскольку влиянием деформации на геометрию креста пренебрегается, функция $F(\lambda)$ имеет одинаковый вид для магнитных (при малых полях) и для механических сенсоров на сдвиговом эффекте.

Связь между параметром λ для креста и углом θ для круга дается соотношениями

$$\lambda = A(\theta) H(\theta), \quad (5.4.31)$$

$$A(\theta) = \left[\int_0^1 \frac{\sqrt{1+s^4} ds}{\sqrt{s^8 - 2s^4 \cos 4\theta + 1}} \right]^{-1},$$

$$H(\theta) = \frac{1}{2\sqrt{2} \cos(2\theta)} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dp}{(1 + \tan^2 2\theta \cdot \sin^2 p)^{3/4}}.$$

При углах $\theta < 19^\circ$ и x_1 поправочная функция $F(\lambda)$ может быть представлена формулой

$$F(\lambda) = 1 - 7.896 \exp(-0.5\pi/\lambda).$$

На рис. 5.17 представлена поправочная функция для разных значений λ «греческого креста». Видно, что до значений $\lambda = 0.3$ шунтирующее действие электронов не превышает 5 %.

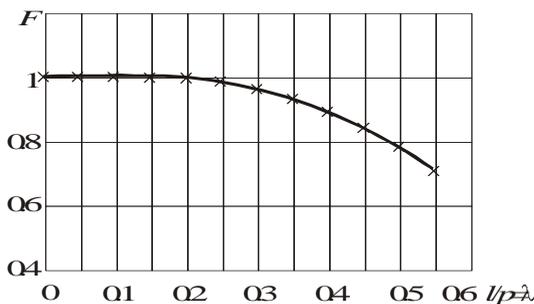


Рис. 5.17. Поправочная функция для «греческого креста»

Входное и выходное сопротивления являются важнейшими характеристиками тензопреобразователя как элемента электрической схемы. В силу симметрии формы и изотропии удельного сопротивления недеформированного кремния они равны $z_{11} = z_{22}$:

$$z_{11} = U_{12}/I_{12},$$

где U_{12} и I_{12} – входное напряжение и ток.

В недеформированном состоянии ось x_2 является эквипотенциалью $\varphi = U_{12}/2$ для «греческого креста». При конформном отображении на круг (см. рис. 5.16) ось x_2 сохраняет свойства эквипотенциальности. Учитывая это, входное сопротивление круга с симметричными контактами можно рассматривать как сумму двух последовательно соединенных половинок круга с контактами, указанными на рис. 5.18.

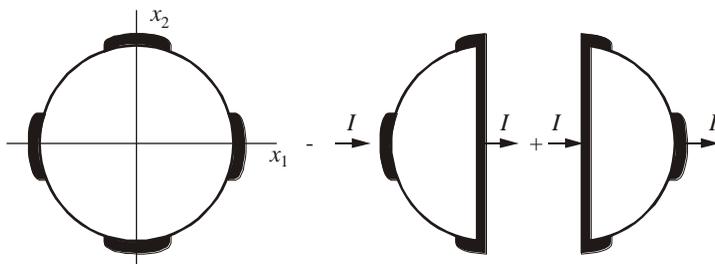


Рис. 5.18. Определение входного сопротивления круга

Сопротивление каждой половинки определяется методом конформных отображений [29]. В результате имеем

$$z_{11} = \frac{\rho}{d} \frac{K \sqrt{1-k_1^2}}{K k_1} \equiv \frac{\rho}{d} K_{\Phi}, \quad (5.4.32)$$

где K – полный эллиптический интеграл с модулем k_1 (аналогично $\sqrt{1-k_1^2}$):

$$K k_1 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dt}{\sqrt{1-k_1^2 \sin^2 t}}. \quad (5.4.33)$$

Модуль k_1 для интеграла (5.4.33) определяется через угол θ при отображении креста на круг:

$$k_1 = \operatorname{tg} \theta, \quad \theta \leq \frac{\pi}{4}. \quad (5.4.34)$$

Отношение интегралов в правой части (5.4.32) представляет коэффициент формы области растекания тока. Если учесть, что $\rho_s = \rho/d$ есть поверхностное сопротивление, то входное и выходное сопротивления «греческого креста» равны

$$z_{11} = z_{22} = \rho_s K_{\Phi}. \quad (5.4.35)$$

Для оценки коэффициента формы K_Φ можно воспользоваться приближенным выражением, приведенным в [30]:

$$K_\Phi = \frac{K^1 \sqrt{1-k_1^2}}{K k_1} = \begin{cases} \frac{1}{\pi} \ln \left(2 \frac{1+\sqrt{k_1}}{1-\sqrt{k_1}} \right), & 0 < k < 0, \\ \left[\frac{1}{\pi} \ln \left(2 \frac{1+\sqrt{k_1}}{1-\sqrt{k_1}} \right) \right]^{-1}, & 0,7 < k < 1. \end{cases} \quad (5.4.36)$$

Ошибка приближения (5.4.36) не превосходит 0.01 %.

Деформация упругого элемента приводит к слабому изменению входного сопротивления. В этом случае входное сопротивление может быть определено из формулы, аналогичной (5.4.32):

$$z_{11} = \frac{\sqrt{\rho'_{11}\rho'_{22}}}{d} \frac{K \sqrt{1-k_1^2}}{K k_1}, \quad (5.4.37)$$

где ρ'_{11} и ρ'_{22} – удельные сопротивления вдоль лучей креста.

5.5. ТЕНЗОРЕЗИСТИВНЫЙ ЭФФЕКТ В ПОЛИКРИСТАЛЛИЧЕСКОМ КРЕМНИИ

Начиная с середины 70-х годов внимание разработчиков механических сенсоров привлек поликристаллический кремний как материал для тензорезисторов. Хотя исследования поликристаллического кремния проводились и ранее, но сколько-нибудь заметное применение поликремний нашел только после создания специальной технологии его изготовления, получившей название метода химического парового осаждения при низком давлении (LPCVD).

Суть метода состоит в пропускании газа силана SiH_4 при давлении 0,5...1 мм рт. ст. над кремниевыми пластинами, находящимися в кварцевой трубе при температурах 600...800 °С. Силан при этом разлагается в соответствии с реакцией



Изменяя длительность процесса осаждения, можно управлять толщиной полученных пленок в диапазоне 0.2...0.7 мкм. Метод позволяет получать пленки с воспроизводимыми электрофизически-

ми свойствами. Временная стабильность характеристик поликристаллического кремния является принципиально важным фактором для механических сенсоров. Исследования показывают, что изменение сопротивления резисторов при температуре 125 °С за время 1000 ч не превышает $5 \cdot 10^{-3}$ [31–33].

Поликремниевые тензорезисторы имеют два преимущества перед монокристаллическими. Поликремний осаждается обычно на пленку двуокиси кремния, которая предварительно создается на поверхности кремниевой пластины. Двуокись кремния – отличный изолятор, поэтому поликремниевые тензорезисторы могут работать при значительно более высоких температурах, чем тензорезисторы с изоляцией *p-n*-переходами. В качестве верхней границы рабочего диапазона температур в литературе указывается 300 °С.

Другое важное преимущество поликремниевых тензорезисторов состоит в возможности их создания на предварительно покрытой диэлектриком металлической поверхности упругого элемента. Применение металлических упругих элементов упрощает конструкцию механических сенсоров и повышает их надежность.

Недостатком поликремниевых тензорезисторов является их меньшая (примерно в 1.5-2 раза) чувствительность, чем у монокристаллических. Поэтому разработчикам приходится сравнивать достоинства и недостатки поликремниевых резисторов, однако применение поликремниевых тензорезисторов в механических сенсорах продолжает расширяться.

5.5.1. ОСОБЕННОСТИ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО СПЕКТРА ПОЛИКРИСТАЛЛИЧЕСКОГО КРЕМНИЯ

Поликристаллический кремний имеет две особенности строения кристаллографической структуры, которые определяют отличие его электрофизических свойств в сравнении с монокристаллическим кремнием.

Во-первых, поликристаллический кремний состоит из множества отдельных кристаллов (кристаллитов), имеющих различную кристаллографическую ориентацию. Внутри кристаллита атомы расположены строго периодически, как в монокристалле кремния.

Во-вторых, на поверхности кристаллита находятся локализованные состояния, получившие название ловушек. Их возникновение может быть связано с оборванными валентными связями атомов поверхности кристаллитов. Концентрация ловушек и их энергетическое положение являются до сих пор предметом исследований. Имеющиеся экспериментальные данные указывают на то,

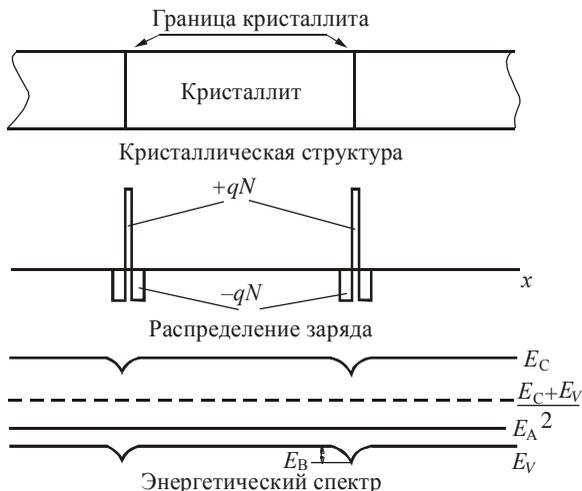


Рис. 5.19. Модель кристаллической структуры поликремния

что уровни ловушек расположены вблизи середины запрещенной зоны, а их концентрация составляет $3 \dots 4 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-2}$. Первоначально ловушки нейтральны, а затем захватывают свободные носители заряда из объема кристаллита, образуя неподвижный заряд, локализованный на поверхности кристалла.

В реальных поликристаллах кристаллиты имеют различные размеры и форму. Для упрощения физической модели обычно предполагается, что все кристаллиты имеют одинаковые размеры L , а толщина пленки равна толщине кристаллита [34]. Эта модель изображена на рис. 5.19. Энергетические диаграммы, приведенные на этом рисунке, относятся к важному с практической точки зрения случаю, когда поликремниевые пленки, имеют p -тип проводимости.

Захват подвижных носителей заряда из кристаллитов приводит к образованию вблизи поверхности области обеднения. При этом на зонной диаграмме появляются потенциальные барьеры, ширина и высота которых зависят от концентрации ловушек и свободных носителей заряда в кристаллитах. Зависимость высоты барьера от концентрации свободных носителей заряда является очень резкой, что видно из табл. 5.3.

Для концентраций ловушек, больших $5 \cdot 10 \text{ см}^{-3}$, высота потенциального барьера практически равна нулю.

Таблица 5.3

Некоторые характеристики границы кристаллитов

Уровень концентрации, см ⁻³	Высота барьера, эВ	Концентрация ловушек, см ⁻²
5·10 ¹⁸	0.0335	2.98·10 ¹²
1·10 ¹⁹	0.022	3.41·10 ¹²
5·10 ¹⁹	0.005	3.64·10 ¹²

5.5.2. ЭЛЕКТРОФИЗИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ПОЛИКРИСТАЛЛИЧЕСКОГО КРЕМНИЯ

Представленная энергетическая диаграмма поликристаллического кремния позволяет объяснить качественные особенности его электрофизических характеристик. Из-за наличия областей обеднения сопротивление пленок поликристаллического кремния при равной степени легирования оказывается всегда больше, чем у монокристаллических пленок. Сопротивление поликремниевых пленок можно представить в виде суммы

$$R = R_{\text{к}} + R_{\text{б}}, \quad (5.5.1)$$

где $R_{\text{к}}$ и $R_{\text{б}}$ – суммарные сопротивления кристаллов и областей обеднения (барьеров). По мере роста уровня легирования пленок сопротивление кристаллитов уменьшается, при этом сопротивление областей обеднения уменьшается еще больше. При концентрации легирующей примеси (бора) больше $5 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$ удельное сопротивление поликремниевой пленки приближается к сопротивлению монокристаллического кремния, оставаясь, однако, всегда больше.

Распределение по поликристаллической пленке легирующей примеси зависит от ее вида. Такая примесь, как бор, равномерно распределяется по объему кристаллитов и межкристаллическому пространству. Для фосфора наблюдается эффект сегрегации: фосфор имеет тенденцию накапливаться в межкристаллическом пространстве. Сегодня для изготовления сенсоров используются только поликристаллические пленки, легированные бором, причем с высокой степенью легирования (около $4 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$ и более).

Температурная зависимость сопротивления поликристаллических пленок имеет две составляющие: одна определяется кристаллитом, а другая – границей его поверхности. Из формулы (5.5.1)

следует, что температурный коэффициент сопротивления α (ТКС) пленки может быть представлен в виде

$$\alpha = \frac{1}{R} \frac{dR}{dT} = \frac{R_k}{R_k + R_b} \left(\frac{1}{R_k} \frac{dR_k}{dT} \right) + \frac{R_b}{R_k + R_b} \left(\frac{1}{R_b} \frac{dR_b}{dT} \right)$$

или

$$\alpha = \frac{R_k}{R_k + R_b} \alpha_k + \frac{R_b}{R_k + R_b} \alpha_b, \quad (5.5.2)$$

здесь $\alpha_k = \frac{1}{R_k} \frac{dR_k}{dT}$ – ТКС кристаллита, $\alpha_b = \frac{1}{R_b} \frac{dR_b}{dT}$ – температурный

коэффициент сопротивления области обеднения (барьера), $\alpha = \frac{1}{R} \frac{dR}{dT}$ – температурный коэффициент сопротивления пленки.

Для интересного с практической точки зрения диапазона температур выше -100 К α_k определяется рассеянием носителей тока на колебаниях кристаллической решетки и имеет положительный знак. Температурный коэффициент барьера α_b – отрицательная величина. Это связано с тем, что более разогретым и, следовательно, более быстрым частицам легче преодолевать потенциальный барьер на границе зерен.

Меняя степень легирования пленки, можно изменить соотношение между сопротивлением кристаллитов R_k и барьеров R_b и управлять, таким образом, величиной ТКС. Можно получить пленки с ТКС любого знака, в том числе и с $\alpha = 0$, что очень важно в практическом отношении. Такого разнообразия в поведении ТКС в рассматриваемом диапазоне концентраций примеси у монокристаллического кремния нет.

Деформация поликремниевой пленки приводит к изменению сопротивления как кристаллитов, так и областей обеднения вблизи границ кристаллитов. Поэтому общая тензочувствительность имеет две составляющие:

$$S = \frac{R_k}{R_k + R_b} S_k + \frac{R_b}{R_k + R_b} S'_b, \quad (5.5.3)$$

здесь $S_k = \frac{1}{R_k} \frac{dR_k}{d\varepsilon}$ – тензочувствительность кристаллита,

$S'_b = \frac{1}{R_b} \frac{dR_b}{d\varepsilon}$ – тензочувствительность барьера, $S = \frac{1}{R} \frac{dR}{d\varepsilon}$ – тензочувствительность пленки.

Физические причины изменения сопротивления кристаллита под действием деформации такие же, что и в монокристаллическом кремнии. Важной особенностью поликристаллических пленок является различная кристаллографическая ориентация кристаллов. Это приводит при вычислениях общей тензочувствительности к необходимости усреднения по угловой ориентации отдельных кристаллитов:

$$S_k = \int S_k(\alpha, \beta, \gamma) f(\alpha, \beta, \gamma) d\alpha d\beta d\gamma,$$

где α , β , γ – углы, описывающие кристаллографическую ориентацию кристаллитов; $f(\alpha, \beta, \gamma)$ – усредняющая функция, зависящая от текстуры пленки.

В простейшем случае хаотической ориентации кристаллитов $f = (4\pi^2)^{-1}$, однако структура пленки зависит от условий изготовления и вид этой функции требует отдельного исследования.

Физические причины тензочувствительности области барьеров исследованы к настоящему времени недостаточно. Весьма распространена точка зрения, согласно которой границы зерен не дают вклада в тензочувствительность. При этом ключевым моментом является то, что при $N > 5 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$ высота потенциального барьера равна нулю. В этом случае вся тензочувствительность обязана своим происхождением только кристаллитам:

$$S = S_k \frac{R_k}{R_k + R_\sigma}. \quad (5.5.4)$$

Действие границ зерен учитывается последним множителем.

Другие экспериментальные данные указывают на существенный вклад области границ кристаллитов [35]. В табл. 5.4 приведены результаты исследований поликремниевых тензорезисторов p -типа, легированных с концентрацией $4 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$.

Таблица 5.4

Тензочувствительность кристаллов и барьеров поликристаллической пленки

Элемент структуры	Тензочувствительность		α
	продольная	поперечная	
Кристаллит	51.5	– 12.5	$15 \cdot 10^{-4}$
Барьер	24.3	– 2.3	$-5.37 \cdot 10^{-4}$

Различный вклад кристаллитов и барьеров в общую тензочувствительность делает очень важным рациональный выбор степени легирования поликремниевых пленок. Теоретические и экспериментальные исследования показывают, что максимальная величина абсолютной тензочувствительности достигается при концентрациях $2 \dots 4 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$ при легировании бором. При меньшей степени легирования тензочувствительность уменьшается из-за большой роли межкристаллитных барьеров, а при большей степени легирования – из-за влияния вырождения электронного газа.

Если электронный газ не вырожден, то его средняя энергия, приходящаяся на одну частицу, пропорциональна температуре и $\tilde{E} = \frac{3}{2}kT$. Тензочувствительность пропорциональна отношению

$$S \sim \Delta E / \frac{3}{2}kT,$$

где ΔE – изменение энергии электронов под влиянием деформации.

Однако по мере роста степени легирования кинетическая энергия, приходящаяся на один электрон, начинает зависеть от их концентрации:

$$\tilde{E} = \frac{3}{2}kT + F(N),$$

где $F(N)$ – добавка, зависящая от концентрации электронов. Для концентрации легирующей примеси больше $5 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$ добавка сравнима с первым слагаемым. Тензочувствительность начинает при этом снижаться:

$$S \sim \frac{\Delta E}{F(N)}.$$

На рис. 5.20 приведены концентрационные зависимости продольной и поперечной тензочувствительностей пленок, имеющих три различных текстуры. В рассматриваемых пленках предполагается, что одна из осей кристаллов направлена по нормали к пленке, например 111, 100 или 110. Остальные оси имеют произвольную ориентацию в плоскости. Результаты расчетов [32] согласуются с экспериментальными данными в пределах 15...20 %.

Тензочувствительность и сопротивление поликристаллических пленок зависят от размеров кристаллитов. Увеличение их размеров повышает тензочувствительность и уменьшает сопротивление пленок

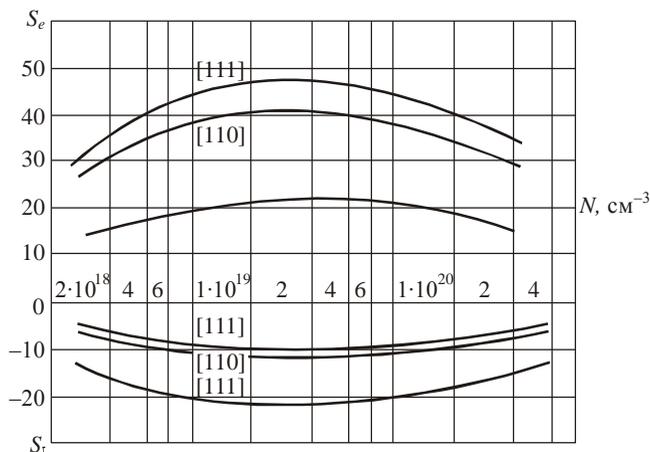


Рис. 5.20. Концентрационные зависимости тензочувствительности поликремния

через множитель $R_k / (R_k + R_0)$. Увеличение размеров кристаллитов можно осуществить различными путями, например лазерной перекристаллизацией.

5.6. МНОГОЭЛЕМЕНТНЫЕ ТЕНЗОПРЕОБРАЗОВАТЕЛИ

При разработке интегральных тензопреобразователей приходится решать ряд задач, связанных с увеличением тензочувствительности, уменьшением начального разбаланса и влияния температуры, согласования с последующей измерительной цепью и т.д. Чаще всего эти проблемы решают оптимизацией технологии изготовления элемента, а в качестве измерительной используют мостовую схему первого порядка. Однако интегральная технология позволяет изготавливать и более сложные тензочувствительные схемы без заметного увеличения их стоимости. Рассмотрим возможности некоторых из них.

5.6.1. ТЕНЗОЧУВСТВИТЕЛЬНЫЕ СХЕМЫ С ЦЕПОЧНОЙ СТРУКТУРОЙ

Схема включения тензорезисторов в цепь показана на рис. 5.21. На чувствительном элементе резисторы R_1 и R_2 должны располагаться так, чтобы при деформации они получали приращения раз-

ных знаков. Коэффициент передачи данной схемы K определяется выражением [36]

$$K = \frac{U_n}{E} = \left(\sum_{q=0}^n C_{n+q}^{n-q} \gamma^{2q} \right)^{-1}, \quad (5.6.1)$$

где $\gamma = \sqrt{R_1/R_2}$; n – число элементарных звеньев; C_{n+q}^{n-q} – число сочетаний $n+q$ элементов по $n-q$.

Если использовать дифференциальное включение двух цепочечных схем (с переменной R_1 и R_2 местами), можно получить нулевой начальный выходной сигнал. При этом зависимость дифференциального выходного напряжения от деформации может быть представлена в виде

$$\Delta U_n = \Delta U_M R_n, \quad (5.6.2)$$

где ΔU_M – выходное напряжение моста первого порядка при питании от генератора напряжения; R_n – параметр, слабо зависящий от деформации. Заметим, что при $n=1$ схема становится эквивалентной мосту первого порядка.

Зависимость R_n от числа элементарных звеньев в одной половине схемы при $\gamma=1$ приведена на рис. 5.21 (кривая 1). Как следует из рисунка, тензочувствительность цепочечной схемы при увеличении

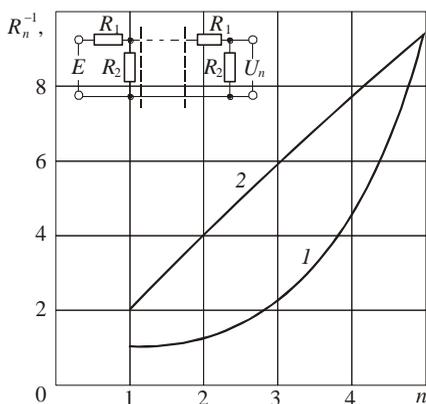


Рис. 5.21. Зависимости параметров цепочечных схем от числа элементарных звеньев:

кривая 1 – R_n^{-1} , 2 – ξ_n

числа звеньев уменьшается. Однако в ряде случаев для измерительной системы наряду с дифференциальным выходным сигналом важным является и значение синфазной составляющей выходного напряжения тензосхемы U_n . У мостовой схемы первого порядка синфазное выходное напряжение равно $0.5E$, а величина полезного дифференциального сигнала может быть в тысячи раз меньше. Это делает необходимым использование измерительных систем с коэффициентом подавления синфазного сигнала более 60 дБ. У цепочечных же схем U_n может быть существенно меньше $0.5E$. По этому параметру цепочечные схемы превосходят мостовые.

Анализ показывает, что отношение дифференциального выходного напряжения к синфазному для цепочечных схем имеет вид

$$\frac{\Delta U_n}{U_n} = \frac{\Delta U_M}{E} \xi_n. \quad (5.6.3)$$

Зависимость параметра ξ_n от n приведена на рис. 5.21 (кривая 2). Рост ξ_n при увеличении n показывает, что уменьшение синфазного выходного напряжения с увеличением числа звеньев цепочечной схемы происходит почти в два раза быстрее, чем дифференциального. Так, при $n=2$ дифференциальный выходной сигнал уменьшится в 1.25 раза, а синфазное выходное напряжение – в 2.5 раза. Таким образом, цепочечные схемы позволяют значительно улучшить соотношение между полезным сигналом и синфазным выходным напряжением.

Кроме того, статистические расчеты показывают, что использование цепочечных схем должно в среднем в \sqrt{n} раз увеличивать отношение полезного сигнала к среднеквадратичному отклонению начального выходного напряжения, вызванного разбросом сопротивлений тензорезисторов, по отношению к мосту первого порядка. Так, при $n=2$ следует ожидать уменьшения начального разбаланса в среднем в 1.75 раза (полезный сигнал тоже уменьшится в 1.25 раза) по отношению к мосту первого порядка. Таким образом, с точки зрения величины начального разбаланса цепочечные схемы лучше мостовых.

Следует, однако, заметить, что с увеличением n растет площадь, занимаемая схемой, а следовательно, уменьшается корреляция между параметрами тензорезисторов. Отметим, что в цепочечных схемах токи в ветвях неодинаковы, что тоже необходимо учитывать при проектировании схем на их основе.

5.6.2. МНОГОЭЛЕМЕНТНЫЕ МОСТОВЫЕ СХЕМЫ

Включение тензорезисторов по схеме многоэлементного моста показано на рис. 5.22. Как и в предыдущем случае, при воздействии измеряемого параметра приращения R_1 и R_2 должны иметь разные знаки. Зависимость дифференциального выходного напряжения $\Delta U_N = U_1 - U_2$ от деформации и в этом случае удобно представить в виде (5.6.2), где N – количество резисторов, включенных вдоль одной стороны квадрата. Изменение R_N при увеличении N показано на рис. 5.22 (кривая 1). Для сравнения на этом же рисунке приведена зависимость R_N от числа элементарных звеньев для цепочечной схемы (кривая 2). Видно, что падение тензочувствительности по мере увеличения количества элементов у многоэлементных мостовых схем происходит медленнее. Однако синфазная составляющая выходного напряжения у этих схем $U_n = 0.5 E$. Поэтому, несмотря на возможность уменьшения средней величины напряжения начального разбаланса, данная схема представляет интерес скорее в теоретическом плане, так как является основой для целого семейства мостовых схем. Анализ показывает, что характеристики базовой многоэлементной мостовой схемы могут быть существенно изменены. Например, увеличение проводимости резисторов, подсоединенных к узлам, на которые подается напряжение питания, позволяет увеличить тензочувствительность схемы. На рис. 5.22 (кривая 3) представлена зависимость R_N от N для многоэлементной мостовой схемы, у которой проводимости этих резисторов увеличены в два раза. В этом случае рост тензочувствительности по отношению к базовой схеме превышает 15 %.

В работе [37] описана еще одна разновидность базовой схемы – многократные мосты. Эти схемы содержат четное число полных мостов первого порядка и $4 \cdot 2^{n-1} - 1$ дополнительных резисторов с удвоенной начальной проводимостью. Как показывает анализ, использование таких схем должно приводить к уменьшению начального разбаланса по отношению к начальному разбалансу моста первого порядка в среднем в $\sqrt{2^n - 1}$ раз (здесь n – порядок моста). Тензочувствительность данных схем равна тензочувствительности моста первого порядка.

При использовании многократных мостов с нечетным числом полных мостов первого порядка и $4(n-1)^2$ дополнительных

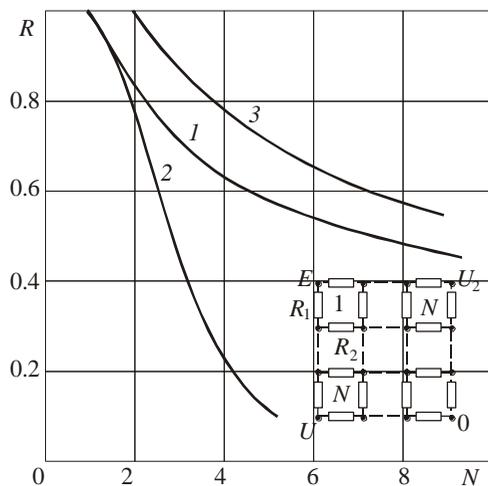


Рис. 5.22. Зависимость относительной тензочувствительности многоэлементных схем от числа элементарных звеньев; на вставке — включение тензорезисторов по схеме многоэлементного моста

резисторов можно получить тензочувствительность даже выше, чем у мостовой схемы первого порядка. Эти схемы содержат $4n^2$ резисторов ($n=1,2,3,\dots$ — порядок моста), а выигрыш в чувствительности появляется за счет дополнительного перераспределения токов. Работа такого моста второго порядка рассмотрена в [38]. Выигрыш в чувствительности в этом случае равен 22 %.

Многократные мосты с нечетным числом мостовых схем первого порядка являются частным случаем модифицированных многоэлементных мостов, которые получаются из базовой схемы закорачиванием части резисторов, начиная с угловых, как показано на рис. 5.23.

Можно выделить две разновидности таких мостов: первая — когда закорачивание резисторов осуществляется квадратами симметрично по всем углам, вторая — когда закорачивание резисторов осуществляется только по углам, к которым подводится напряжение питания. В обоих случаях можно варьировать два параметра: N — количество резисторов, включенных вдоль одной стороны соответствующего базового многоэлементного моста, и m — количество резисторов, закороченных вдоль одной стороны угла, причем $N \geq 3$, $2m \leq (N - 1)$.

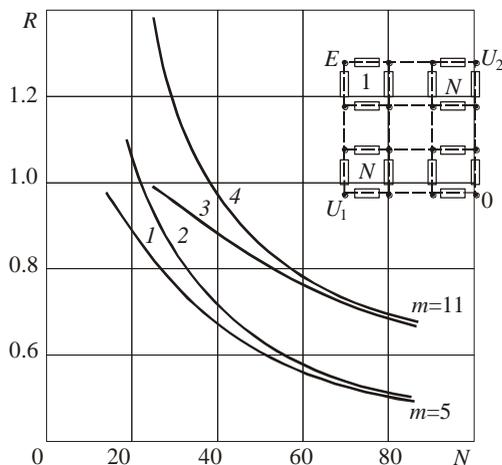


Рис. 5.23. Зависимость относительной тензочувствительности модифицированных многоэлементных мостов N :

1, 3 – для мостов первой разновидности; 2, 4 – для мостов второй разновидности

Если дифференциальный выходной сигнал представить в виде (5.6.2), то для характеристики тензочувствительности можно использовать параметр R . Зависимости R от N при разных m для модифицированных мостовых схем приведены на рис. 5.23. Кривые 1 и 3 относятся к первой разновидности таких мостов, 2 и 4 – ко второй. Во всех случаях наблюдается падение тензочувствительности с увеличением N , однако это падение существенно меньше, чем на рис. 5.22. Отметим также, что вторая разновидность модифицированных мостовых схем имеет большую тензочувствительность, чем первая, причем эта разница тем больше, чем меньше N . Рост тензочувствительности наблюдается и с увеличением m . Во всех случаях возрастание тензочувствительности обусловлено возрастанием полного тока и его перераспределением внутри схемы. Дополнительно перераспределить ток внутри схемы можно, изменяя γ .

5.6.3. РАСПРЕДЕЛЕННЫЕ ЧУВСТВИТЕЛЬНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ

Интегральная технология позволяет изготавливать и так называемые распределенные тензочувствительные элементы [39–41], особенность которых состоит в том, что в них не выделяются от-

дельные элементы. Работает вся схема в целом. При деформации изменяется конфигурация линий тока, что и приводит к изменению выходного напряжения, причем изменение конфигурации линий тока может быть вызвано как неоднородностью поля деформации [39], так и анизотропией тензоэффекта.

Обычно тензочувствительность таких элементов лишь приближается к тензочувствительности мостов первого порядка [39, 40]. Анализ показал, что это обусловлено начальной конфигурацией линий тока и наличием растекания. Часть тока течет в направлениях, не оптимальных с точки зрения максимума тензоэффекта. Однако, изменив топологию элемента, можно добиться увеличения тензочувствительности. Например, если в качестве тензочувствительного элемента использовать тонкую квадратную пластину с точечными контактами по углам (рис. 5.24), то при выключении из проводимости (травлением или диффузией примеси другого типа) средней части пластинки ее тензочувствительность будет увеличиваться и приближаться к тензочувствительности моста первого порядка. Происходит ориентация линий тока вдоль боковых сторон пластинки, причем с увеличением размеров контактов тензочувствительность будет расти быстрее.

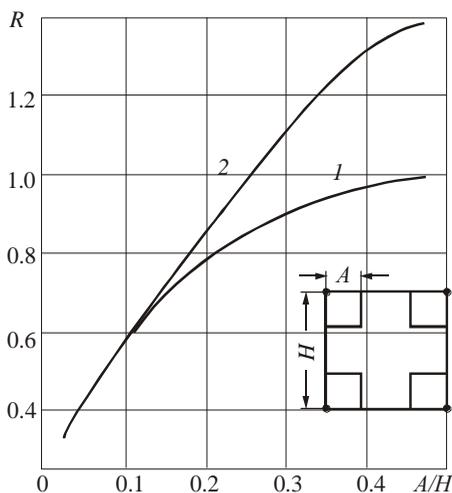


Рис. 5.24. Зависимость относительной тензочувствительности распределенных тензочувствительных элементов от отношения A/H

Изменение начальной конфигурации линий тока можно получить, не меняя проводимости пластинки, а лишь изменяя размеры и конфигурацию контактов [41, 42]. Расчеты показывают, что параметр R для структуры, топология которой показана на рис. 5.24, при увеличении размеров контактов будет увеличиваться, приближаясь к единице (кривая 1). Этот эффект проявится еще сильнее, если потенциальные контакты сделать точечными (кривая 2). Заметим также, что при уменьшении размеров потенциальных контактов несколько увеличится входное сопротивление элемента и уменьшится полный потребляемый ток. Кроме того, расчеты показывают, что распределенные чувствительные элементы с квадратной топологией должны иметь меньшие значения напряжения начального разбаланса, чем мосты первого порядка.

Следует отметить, однако, что в отличие от многоэлементных схем достоинства распределенных чувствительных элементов могут быть реализованы полностью лишь при определенных полях деформации, кроме того, распределенные чувствительные элементы имеют повышенный ток потребления.

На основании вышесказанного можно сделать следующие выводы.

1. Применение многоэлементных тензочувствительных схем позволяет повысить величину полезного сигнала, уменьшить напряжение начального разбаланса и синфазное напряжение по отношению к соответствующим характеристикам моста первого порядка.

2. Характеристики многоэлементных тензочувствительных схем определяются их конфигурацией и соотношением параметров применяемых компонентов.

3. Характеристики распределенных тензочувствительных элементов зависят от конфигурации элемента, размеров, формы и месторасположения контактов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Pfann R.W. Izotropically piezoresistive Semiconductors // J. of Appl. Phys. – 1962. – Vol. 33. – P. 1618–1619.
2. Мэзон У. Полупроводниковые преобразователи // Физическая акустика – М.: Мир, 1967. – Т. 1, Ч. Б. – С. 139–146.
3. Bir G.L., Bloom A.I., Ilisavsky U.V. The effect of uniaxial strain on the transport phenomena p-Si // Proc. VII Intern. Conf. Phys. Semiconductors. – Paris, 1964. – P. 529–537.
4. Баранский П.И., Клочков В.П., Потыкевич И.В. Полупроводниковая электроника: Справочник. – Киев: Наук. думка, 1975. – 704 с.

5. Волокобинский Ю.М., Шишлянников Б.М. Диффузионные кремниевые тензорезисторы р-типа // Известия ЛЭТИ: Сб. тр. – 1973. – Вып. 137. – С. 84–88.
6. Granveaud M., Malzan P. Piezoresistive d'elements diffused et silicium // L'onde Electrique. – 1967. – Т. XLVII, № 480–481. – P. 392–401.
7. Kerr D.R., Milnes A.G. Piezoresistance of diffused layers in cubic semiconductors // J. of Appl. Phys. – 1963. – Vol. 34, № 4. – P. 727–731.
8. Гридчин В.А., Макаров Е.А. Расчет температурной и концентрационной зависимости пьезосопротивления диффузионных слоев кремния // Изв. Сев.-Кавказ. науч. центра Вышш. шк. техн. науки. – 1976. – № 3. – С. 21–24.
9. Morin F.I., Gebelle D.H., Herring C. Temperature dependency of the piezoresistance of high purity silicon and germanium // Phys. Rev. – 1954. – Vol. 96, № 3. – P. 944–961.
10. Tufte O.N., Stelzer E.L. Piezoresistance properties of heavily doped n-type silicon // Phys. Rev. – 1964. – Vol. 133, № 6. – P. 1707–1716.
11. Бир Г.Л., Пикус Г.Е. Симметрия и деформационные эффекты в полупроводниках. – М.: Наука, – 1972. – 584 с.
12. Keyes R. Solid State Phys. – N.-Y.: Acad. Press, 1967. – Vol. 11. – 149 p.
13. Янке Е., Эмде Ф., Лем Ф. Специальные функции. – М.: Наука, 1968. – 344 с.
14. Carlson K.O. Electrical properties of near-degenerate boron-doped silicon // Phys. Rev. – 1955. – Vol. 100, № 4. – P. 1075–1078.
15. Chapmen P.W., Tufte O.N., Zook I.D. Electrical properties of silicon diffused layers // J. of Appl. Phys. – 1963. – Vol. 34, № 11. – P. 3291–3295.
16. Irvin I.C. Resistivity of bulk silicon and of diffused layers in silicon // The Bell System Nechn. J. – 1962. – Vol. 61, № 2. – P. 361–409.
17. Спиридонов Н.С., Венроградов В.И. Дрейфовые транзисторы. – М.: Сов. радио, 1964. – 304 с.
18. Bhattacharyya A.B., Gupta M.L., Grag V.K. Temperature calculations for monolithic resistors // Microelectronic and Reliability. – 1970. – Vol. 9. – P. 349–355.
19. Gupta M.L., Shettacharyya A.B. Analitic evaluation of diffused impurity layers in silicon // Electronic Lett. – 1970. – Vol. 6, № 9. – P. 291–293.
20. ASTM Standard F 723-88, Standard Practice for conversion between resistivity and dopand density for Boron – and Phosphorus doped silicon. – 1966. Annual Book of ASTM Standards, Am. Soc. Test. Mat., West Conshohockeen, PA, 1966.
21. ASTM Standard F 84-93 «Standard Method for Measuring Resistivity of Silicon Slices With a collinear Four-Point Probe» –Annual Book of ASTM Standards, Am. Soc. Tech. Mat, PA, 1966.
22. Busen K.M., Schirin G.A. The average conductivity of diffusen layers in semiconductors // Solid State Electronics. – 1964. – Vol. 7, № 1. – P. 49–52.
23. Conti F., Morten B., Nobily A. Piezoresistivity of diffusion lajers in Si // Phys. Stat Solid. – 1973. – Vol. 17. – P. 29.
24. Гридчин В.А. Теория проектирования и технологические основы разработки кремниевых интегральных тензопреобразователей с температурно-стабилизированными характеристиками: Дис. ... д-ра техн. наук. – Новосибирск: НЭТИ, 1981, 390 с.
25. Шмарцев Ю.В., Мирзабаев М. Пьезоаналог эффекта Холла // ФТП. – 1971. – Т. 5, № 11. – С. 2245–2247.
26. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1966. – 724 с.

27. *Хомереки О.К.* Полупроводниковые преобразователи магнитного поля. – М.: Энергоатомиздат, 1986. – С. 135.
28. *Гриджин А.В.* Разработка теоретических основ проектирования сенсоров давления с тензочувствительными элементами специальной формы: Автореф. Дис ... канд. техн. наук. – Новосибирск: НГТУ, 1998. – 22 с.
29. *Versnel W.* Analysis of symmetrical van der Pauw structure with finite contacts // *Solid State Electron.* – 1979. – Vol. 22. – P. 911.
30. *Постников В.Ф.* Элементы теории полосковых линий: Учеб. пособие. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 1994. – 89 с.
31. *Mosser V., Suski J., Goss J., Obermeier E.* Piezoresistive pressure sensors based on polycrystalline silicon // *Sensors and Actuators: A (Physical).* – 1991. – Vol. 28. – P. 113–132.
32. *Gridchin V., Lubimsky V., Sarina M.* Polysilicon strain gauge transducers // *Sensors and Actuators: A (Physical).* – 1992. – Vol. 30. – P. 219–223.
33. *Obermeier E., Kopystinski P., Niessl R.* Characteristics of polysilicon layers and their application in sensors // *IEEE Solid State Sensor Workshop, Hilton Head, June, 1986.*
34. *Seto J.Y.W.* The electrical properties of polysilicon films // *J. of Appl. Phys.* – 1975. – Vol. 46, № 12. – P. 5247.
35. *Gridchin V., Sputay S.* Controlling polysilicon sensor characteristics by current trimming // *Proc. of the Goint 4 Jut. Symp. on Treuds and New Appl. in Thin Films HVITF-94, Dresden, 1994.* – P. 606.
36. *Иноземцев С.П., Рахманов В.Ф., Трухачев Б.С.* Цепочечные схемы с полупроводниковыми тензорезисторами // *Полупроводниковая тензометрия: Мат. IV конф. по полупроводниковой тензометрии.* – Львов, 1971. – С. 136–140.
37. *Кобзев Ю.В.* Полупроводниковый тензопреобразователь давления, содержащий многократную мостовую схему // *Датчики на основе технологии микроэлектроники.* – М., 1983. – С. 168.
38. А.с. 1642231. СССР. Тензочувствительный мост / В.П. Драгунов, А.И. Ильенков // *Открытия, изобретения.* – 1991. – № 14.
39. Патент США № 4445108, НКИ 338-4, МКИ 01Л1/22.
40. *Драгунов В.П.* Анализ характеристик многоэлементных тензопреобразователей // *Электронное приборостроение.* – Новосибирск, 1992. – С. 131–139.
41. А.с. 1634989 СССР. Распределенный тензочувствительный элемент / В.П. Драгунов, А.И. Ильенков // *Открытия, изобретения.* – 1991. – № 10.
42. *Драгунов В.П.* Сравнительный анализ тензорезистивных преобразователей // *Научн. вестн. НГТУ.* – 2003. – № 2 (15). – С. 85–92.



ГЛАВА 6

ТЕХНИЧЕСКАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ КОМПОНЕНТОВ МИКРОСИСТЕМ

В данной главе приведены типичные варианты компонентов микросистемной техники, которые иллюстрируют особенности их конструкций и технологий изготовления. Для количественного анализа преобразовательных характеристик может быть использована теория, представленная в предыдущих главах.

6.1. СЕНСОР АБСОЛЮТНОГО ДАВЛЕНИЯ НА ЭФФЕКТЕ ИЗМЕНЕНИЯ ЕМКОСТИ

6.1.1. ЕМКОСТНОЙ ПРИНЦИП ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

Емкостной принцип преобразования при измерениях давлений или ускорений заключается в изменении расстояния между двумя обкладками конденсатора при механическом воздействии. Изменение расстояния происходит за счет прогибов одной из обкладок, которая конструктивно представляет собой тонкую, жесткозащемленную пластинку (диафрагму) кремния. Второй неподвижный электрод обычно изготавливают из стекла или кремния (рис. 6.1).

Если d – первоначальное расстояние между обкладками плоского конденсатора, а $w(x, y)$ – смещение (прогиб) подвижного электрода в точке с координатами (x, y) под влиянием измеряемой механической величины, то изменение емкости конденсатора будет равно

$$\Delta C = \iint_S \frac{\varepsilon \varepsilon_0 dx dy}{d - w} - \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S}{d}, \quad (6.1.1)$$

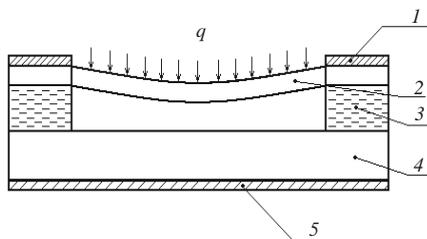


Рис. 6.1. Структура емкостного сенсора давления:

1, 5 – металлические электроды, 2 – подвижный электрод, 3 – изолятор, 4 – неподвижный электрод

где ε – относительная диэлектрическая проницаемость среды между обкладками конденсатора; $\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$ – диэлектрическая постоянная в системе СИ; $C_0 = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S}{d}$ – начальная емкость плоского конденсатора.

В качестве среды между электродами конденсатора для сенсоров абсолютного давления обычно выступает воздух либо вакуум. Относительная диэлектрическая проницаемость газов, входящих в состав воздуха, близка к единице: у газообразного водорода $\varepsilon = 1.00027$, кислорода $\varepsilon = 1.00065$, у азота $\varepsilon = 1.00068$. На практике относительная диэлектрическая проницаемость воздуха, так же как и вакуума, принимается равной единице [1]. Если подвижный электрод перемещается на малое расстояние $w = \Delta d \ll d$, оставаясь параллельным самому себе, то чувствительность такого сенсора, как это следует из (6.1.1), будет равна

$$\frac{\Delta C}{\Delta d} = -\varepsilon \varepsilon_0 \frac{S}{d^2}. \quad (6.1.2)$$

Очевидно, что для создания сенсора с высокой чувствительностью следует увеличить площадь обкладок конденсатора и уменьшить расстояние между ними. Оба фактора имеют конструктивные и технологические ограничения, связанные с точностью и воспроизводимостью размера зазора d и ограничениями на площадь сенсора на кристалле.

Нелинейная зависимость в (6.1.1) между изменением емкости и прогибами $w(x,y)$ приводит к значительной нелинейности преобразовательной характеристики сенсоров. Этот недостаток преодоле-

вается на этапе электронной обработки выходного сигнала и ограничением диапазона измерений для механической величины. Важным достоинством емкостных сенсоров, перекрывающим неудобства от нелинейности преобразовательной характеристики, является малая температурная зависимость чувствительности. Это связано с тем, что температурная зависимость диэлектрической проницаемости мала, например, при давлении 1 атм и 20 °С для сухого воздуха $TK_{\varepsilon} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ и $7 \cdot 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ для влажного [2]. Основной причиной температурной зависимости чувствительности емкостных сенсоров является изменение геометрических размеров конструкции из-за различия в коэффициентах линейного расширения элементов сенсора.

Изменение емкости может быть определено по изменению импеданса конденсатора в емкостном мосту или частоты RC -генератора либо применением зарядовых усилителей и т.д. Существенно, что для уменьшения влияния паразитных емкостей эти цепи должны быть размещены как можно ближе к конденсатору.

6.1.2. КОНСТРУКТИВНО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ СОЗДАНИЯ ЕМКОСТНЫХ СЕНСОРОВ

Проблемы, возникающие при создании емкостных сенсоров, рассмотрим на примере сенсора абсолютного давления, предназначенного для исследования атмосферы на Марсе [3]. Согласно проекту NASA, для исследования глобальной циркуляции атмосферы планеты, где давление около 600 Па, предполагалось создать сеть из двадцати датчиков давления, расположенных на поверхности Марса в различных местах в комбинации с измерениями на орбитальном спутнике. Измерение давлений позволит путем решения уравнений гидродинамики определить направление ветров в планетарном масштабе и их колебания. Измерение давления предпочтительнее, чем измерение движущейся атмосферы анемометрами.

В техническом задании были сформулированы следующие требования к сенсорам: давление 0...1200 Па, разрешение 1 Па, точность 3 Па, долговременный дрейф нуля < 10 Па/год.

Поскольку сенсоры давления малогабаритны, за один запуск можно доставить 15 – 25 штук сразу. Батарея источника питания должна работать год (марсианский год ≈ 1.9 земных года). Сенсоры будут находиться в контейнере, где температура поддерживает-

сы $-40 \dots + 60 \text{ }^\circ\text{C}$, и с наружной атмосферой будет сообщаться через трубку.

Давление в диапазоне от $1 \cdot 10^{-3}$ до $1 \cdot 10^4$ Па обычно измеряют с помощью датчиков Пирани и анероидов. Эти приборы по размерам не подходят для экспедиции на Марс. Микроэлектронные сенсоры удовлетворяют условиям малогабаритности и обладают групповой воспроизводимостью. Миниатюрные сенсоры требуются и для измерений в верхних слоях атмосферы Земли.

Из трех типов основных сенсоров – тензорезистивных, емкостных и резонансных – два последних наиболее точны и подходят для измерения вакуума. На данном этапе предпочтение отдано емкостным сенсорам, которые имеют меньшую температурную чувствительность, шум, дрейф нуля и потребление мощности, чем у тензорезистивных и резонансных сенсоров. Относительное изменение емкости $\Delta C/C$ в результате давления на один-два порядка выше, чем отношение $\Delta R/R$ для аналогичных сенсоров на тензорезистивном эффекте.

При массовом производстве применение емкостных сенсоров ограничено из-за нелинейности преобразовательной характеристики. Но в научных исследованиях эти характеристики могут быть индивидуально измерены, а большая нелинейность 10...20 % может быть скомпенсирована микропроцессорной техникой.

Кремниевые диафрагмы имеют отличную воспроизводимость (малый гистерезис и ползучесть) даже после 10^7 циклов нагружений.

Проблема измерения малых давлений остается сложной, особенно это относится к конструкции сенсоров. Например, в разрабатываемом сенсоре мембрана должна иметь большие прогибы при хранении при атмосферном давлении Земли. Возможный путь конструктивной реализации – ограничение прогибов подвижного электрода при превышении некоторого предельного давления q_{max} . Это позволяет создать высокочувствительный сенсор с необходимыми прочностными характеристиками.

Вакуумная полость сенсора должна быть свободна от проникающих из материалов газов. Обычно для создания емкостных сенсоров применяется система кремний – стекло, но она не является оптимальной из-за разницы в температурных коэффициентах линейного расширения соединяемых материалов и газовыделений. В представленном варианте сенсора применен метод прямого сращивания кремния. Общая конструкция сенсора представлена на рис. 6.1.

В сенсоре применена круглая кремниевая диафрагма, которая присоединяется через окисел к кремниевой подложке. Электрическая схема сенсора приведена на рис. 6.2.

Под действием давления изменяется емкость, связанная с диафрагмой C_c , остальные же емкости сохраняют свое значение независимо от давления и действуют как начальный разбаланс.

Для сенсоров абсолютного давления перегрузочная способность упругого элемента очень важна. В этой связи круглая форма упругого элемента предпочтительнее – она примерно вдвое прочнее, чем квадратная, при той же площади. Это связано с тем, что для прямоугольных упругих элементов механические напряжения неравномерно распределены по контуру. Поэтому рассмотрим емкость конденсатора круглой формы, у которого одна из обкладок деформирована из-за действия давления q (рис. 6.3).

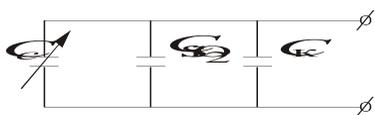


Рис. 6.2. Электрическая схема сенсора:

C_c, C_k, C_{SiO_2} – емкости сенсора, кабеля и двуокиси кремния

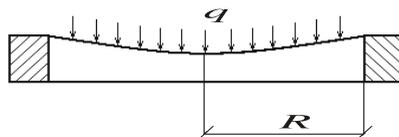


Рис. 6.3. Схема нагружения емкостного сенсора

Задача о прогибах круглой жесткозашемленной пластины под действием равномерно распределенного давления рассматривалась в гл. 3. Ее решение имеет простой вид

$$w = w_0 \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right)^2, \quad (6.1.3)$$

где w_0 – прогиб в центре пластины, определенный выражением (3.1.6) и табл. 3.2.

Прогибы w отсчитываются от равновесного положения, когда давление $q = 0$. Емкость конденсатора определяется интегралом

$$C = \varepsilon_0 \int_0^R \int_0^{2\pi} \frac{r dr d\alpha}{d - w(r)}. \quad (6.1.4)$$

где d – первоначальное расстояние между пластинами. Проинтегрировав по углу α , получаем

$$C = 2\pi\varepsilon_0 \int_0^R \frac{rdr}{d - w(r)}. \quad (6.1.5)$$

Предполагая, что обычная теория изгиба работает (т.е. прогибы являются малыми), смыкание пластин наступает при давлении q_{\max} :

$$w_0 q_{\max} = d.$$

Учитывая выражение для w_0 (3.1.6), для q_{\max} получаем

$$q_{\max} = \frac{dh^3}{mR^4}.$$

Для вычисления (6.1.5) удобно ввести новую переменную

$$x = 1 - \frac{r^2}{R^2}, \quad dx = -\frac{2rdr}{R^2}, \quad (6.1.6)$$

тогда интеграл (6.1.5) принимает вид

$$C = C_0 \int_0^1 \frac{dx}{1 - \frac{q}{q_{\max}} x^2}. \quad (6.1.7)$$

С введением обозначений $\beta = q/q_{\max}$, $C_0 = (\varepsilon_0 \pi R^2)/d_0$ интеграл (6.1.7) окончательно приводится к форме

$$C = C_0 \int_0^1 \frac{dx}{1 - \beta x^2}.$$

Это табличный интеграл, равный

$$C = C_0 \frac{1}{\sqrt{q/q_{\max}}} \operatorname{arcth} \left(\sqrt{\frac{q}{q_{\max}}} \right). \quad (6.1.8)$$

При $q \rightarrow q_{\max}$ интеграл (6.1.8) расходится и емкость стремится к бесконечности. Однако, если давление мало, так что

$$q \ll q_{\max} \quad \text{и} \quad \beta = \frac{q}{q_{\max}} \ll 1, \quad (6.1.9)$$

то, разлагая $\operatorname{arcth} \sqrt{q/q_{\max}}$ в ряд, получаем $\operatorname{atcth} \beta \approx \beta + \beta^3/3 + \dots$ для $\beta \ll 1$.

Только при выполнении (6.1.9) преобразовательная характеристика сенсора линейна:

$$C = C_0 \left[1 + \frac{1}{3} \frac{q}{q_{\max}} \right]. \quad (6.1.10)$$

Из (6.1.10) следует, что чувствительность сенсора

$$S = \frac{dC}{dq} = \frac{1}{3} \frac{C_0}{q_{\max}}. \quad (6.1.11)$$

Для повышения чувствительности S давление q_{\max} должно быть возможно меньше и больше начальная емкость C_0 .

Если $C_0 = 150$ пФ и $q_{\max} = 1 \cdot 10^4$ Па, то чувствительность сенсора равна $S = dC/dq = 5 \cdot 10^{-3}$ пФ/Па для $q = 0$.

Такая чувствительность обеспечивает разрешающую способность в 1 Па, так как изменение емкости при этом составит $\Delta C \approx 0.005$ пФ, что приемлемо для целей измерений.

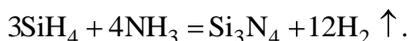
Для получения необходимых характеристик емкостного сенсора можно изменять три конструктивных параметра: толщину диафрагмы, расстояние между электродами сенсора и его диаметр. Требования технического задания будут выполнены, если выбрать следующие размеры сенсора:

- диаметр диафрагмы 2.5...3.5 мм;
- толщина диафрагмы ≈ 15 мкм;
- малый зазор $0.3 < d_0 < 1.5$ мкм.

При выбранных размерах сенсора величина изменения емкости составит 10...20 пФ при изменении давления до 1200 Па.

Технология изготовления элементов сенсора и их сборка играют главную роль в обеспечении метрологических характеристик. Для рассматриваемого сенсора разработанная технология включала два основных фактора: применение LOCOX процесса и прямое срачивание кремния.

Локальное окисление (LOCOX) применяется здесь для создания углубления (подмембранного пространства) сенсора. Для этого необходимы пленки нитрида, которые получают по реакции



Для снятия механических напряжений пленки Si_3N_4 осаждаются обычно на тонкий подслои SiO_2 . Исходная структура представлена на рис. 6.4.

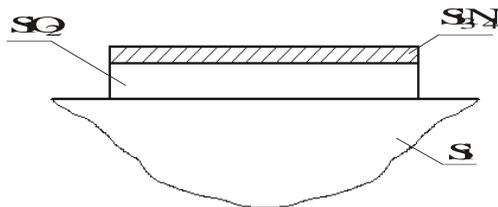


Рис. 6.4. Исходная структура для формирования подмембранной полости

С помощью фотолитографии и травления создаются островки нитрида диаметром, равным диаметру подмембранной полости. После этого пластина помещается в печь для окисления и на незащищенных участках выращивается толстый окисел SiO_2 . Обычно этот процесс происходит в атмосфере водяного пара или в смеси водорода и кислорода. Нитрид препятствует росту окисла в тех местах, где будут создаваться приборы. На незащищенных участках двуокись кремния может быть выращена до 2 мкм, в то время как поверхность Si_3N_4 покрывается слоем SiO_2 толщиной только несколько ангстрем. После этого тонкий окисел над Si_3N_4 удаляется и Si_3N_4 травливается.

В результате операций окисления кремния и последующего удаления нитрида подмембранная полость оказывалась сформированной (рис. 6.5).

Это происходит потому, что при окислении граница раздела $\text{Si} - \text{SiO}_2$ продвигается внутрь кремниевой подложки, но при этом

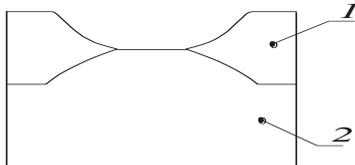


Рис. 6.5. Схема подмембранной полости:

1 – SiO_2 , 2 – Si

внешняя поверхность SiO_2 не совпадает с первоначальной поверхностью кремния из-за расширения объема пленки. Причиной этого является различная плотность кремния и пленки двуокиси кремния: чистый кремний имеет $5.0 \cdot 10^{22}$ атомов в сантиметре, а двуокись кремния только $2.2 \cdot 10^{22}$ см³. Из-за

этого рост пленки толщиной h происходит за счет слоя кремния толщиной только $0.44 h$ [4].

В технологическом процессе для создания сенсоров использовалась пленка нитрида толщиной 0.16 мкм, выращивание окисла проводилось при температуре 1100 °С, удаление нитрида осуществлялось плазмохимическим травлением. Толщина окисла составляла от 1.2 до 2.1 мкм, что обеспечивало создание подмембранной полости глубиной $0.44...0.80$ мкм.

Для формирования всей конструкции сенсора использовались две пластины – одна с подмембранными углублениями, вторая – плоская, двусторонне полированная кремниевая пластина.

Соединение велось методом прямого сращивания в вакууме (см. гл. 1). Процесс предъявляет жесткие требования к классу чистоты помещений, поскольку попадание пылинок резко снижает процент выхода годных структур.

Эксперименты показали, что сращивание в вакууме дает соединение только в центре пластины и при последующей операции утоньшения в КОН пластины отделяются друг от друга. Однако сращивание в атмосфере сухого кислорода оказалось очень эффективным методом, который обеспечивал соединение пластин на площади от 80 до 100 %. Кислород не нарушал вакуум в подмембранной полости, потому что уходил на образование двуокиси кремния. Процесс сращивания шел при температуре 1150 °С.

Окончательное формирование диафрагмы сенсора производилось травлением в КОН до толщины $30...52$ мкм. Далее следовали осаждение алюминия, пассивация поверхности и разделение пластины на чипы. Окончательно сенсор помещался в корпус ТО-5.

Разработанный вариант емкостного сенсора абсолютного давления обеспечивал чувствительность $S = 5.7 \cdot 10^{-3}$ пФ/Па. Измерения проводились на частоте 10 кГц.

6.2. СЕНСОРЫ УДАРНЫХ ВОЛН И БЫСТРОИЗМЕНЯЮЩИХСЯ ДАВЛЕНИЙ

Повышение надежности и долговечности современных энергетических установок, а также внедрение ряда новых высокоэффективных технологических процессов тесно связаны с измерением параметров быстро изменяющихся давлений газов и жидкостей, в том числе и параметров ударных волн.

Для регистрации параметров процессов, сопровождаемых быстрым изменением давления газа, обычно используют пьезоэлектрические датчики [5]. Последние характеризуются большой величиной полезного сигнала, широким диапазоном рабочих частот и температур. Однако пьезоэлектрические преобразователи имеют ряд недостатков: спад амплитудно-частотных характеристик в области низких частот, большое внутреннее сопротивление и значительную чувствительность к паразитным вибрациям и ускорениям. Это существенно сужает их метрологические возможности при регистрации процессов длительностью более секунды, особенно в условиях повышенной влажности, вибрации и наличия больших ударных ускорений, что в большой мере соответствует реальным условиям их применения.

Теоретически этих недостатков лишены тензoeлектрические преобразователи. Однако практическая реализация высоких метрологических характеристик полупроводниковых интегральных тензопреобразователей оказывается возможна лишь при всестороннем учете их физических и конструктивных особенностей [6–9]. Так, попытки использования для регистрации параметров быстропротекающих процессов полупроводниковых преобразователей, предназначенных для измерений квазистатических давлений, показали их низкую эффективность в первую очередь из-за большой длительности переходного процесса (обычно более 200 мкс).

В то же время установлено, что собственные частоты полупроводниковых тензопреобразователей могут превышать 10^6 Гц, т. е. такие преобразователи в принципе могли бы использоваться для регистрации процессов с временами нарастания и спада давления порядка единиц микросекунд. Кроме того, большинство квазистатических датчиков просто не выдерживают ударных воздействий и сопровождающих их больших ускорений (из-за выбросов на переходных характеристиках), что заставляет использовать датчики с меньшей чувствительностью.

Измерение параметров ударных волн обычно происходит в условиях интенсивных динамических тепловых воздействий, что также может существенно влиять на результаты измерений. Разработанные же методы температурной стабилизации характеристик датчиков в подавляющем большинстве случаев применимы лишь для измерений в квазистатических условиях.

При разработке датчиков переменных давлений (ДПД) наряду с «обычными» требованиями, предъявляемыми к квазистатическим датчикам, необходимо также обеспечить высокую частоту зату-

хающих колебаний переходной характеристики f , малое время установления $t_{\text{уст}}$ (ε %), высокий верхний предел рабочей длительности t_B , низкую чувствительность к воздействию ударных ускорений (заданное значение виброэквивалента B). Кроме того, при исследовании ударных воздействий часто требуются удаление регистрирующей аппаратуры от объекта исследования и, следовательно, согласование выхода датчика с широкополосной линией связи.

Поскольку рабочая частота датчика обычно не превышает собственную, отличительной особенностью микромеханических устройств является сверхмалые вес и размеры элементов конструкции. При этом на характер движения существенное влияние оказывают состояние окружающей воздушно-газовой среды, а также топология полостей и шунтирующих отверстий. В результате поведение системы становится достаточно сложным [10], а создание ДПД, удовлетворяющих всем перечисленным требованиям, сопряжено с большими трудностями, так как математическое описание реальных сложных динамических систем в большинстве случаев пока невозможно.

В настоящее время наиболее обоснованное суждение о поведении таких систем в условиях ударного воздействия можно сделать лишь на основании результатов эксперимента. Поэтому отработка реальной конструкции датчика требует больших экспериментальных исследований и весьма трудоемка.

Для определения динамических характеристик датчиков переменных давлений наиболее часто используют аэродинамические трубы и стенды, акустические камеры, пульсаторы, газодинамические ударные трубы, генераторы коротких импульсов давления на основе электрогидравлического эффекта [11], а для датчиков с открытой мембраной – еще и удар стальным шариком [8]. На рис. 6.6 приведена типичная переходная характеристика датчика ударных воздействий ДУВ2 с квадратной кремниевой мембраной [12], измеренная при воздействии импульса давления в виде прямоугольной ступени, полученного в газодинамической ударной трубе.

Анализ экспериментальных данных [12–17] показал, что переходные характеристики полупроводниковых интегральных датчиков давления мембранного типа хорошо описываются выражением

$$h(t) = U_0 \left[1 - \frac{\omega_0}{\omega_D} \exp(-n\tau) \sin(\tau + \varphi) \right], \quad (6.2.1)$$

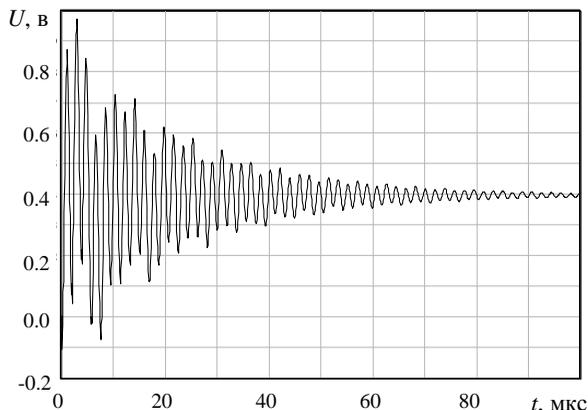


Рис. 6.6. Переходная характеристика датчика ДУВ2

где U_0 – выходное напряжение датчика в случае, если бы давление было статическим; ω_0 – собственная частота колебаний мембраны; $\omega_D^2 = \omega_0^2 - \theta^2$, θ – коэффициент затухания; $n = \theta/\omega_D$; $\tau = \omega_D t$; $\text{tg}\varphi = 1/n$.

Собственная частота колебаний квадратной (100) кремниевой мембраны при $\omega_D > \theta$ может быть оценена по формуле

$$\omega_0 = 21.3 \cdot 10^6 \frac{h}{a^2}, \quad (6.2.2)$$

где h – толщина мембраны, $2a$ – ширина мембраны в миллиметрах.

При $a/h < 36$ максимальное измеряемое импульсное давление можно оценить по формуле

$$P_{\max} \cong 4.8\omega_0 h \text{ [Па]}. \quad (6.2.3)$$

Заметим, что в случае использования «плоских» квадратных мембран отношение $\omega_0 B/P_{\max}$ может изменяться только при смене материала мембраны или нанесении демпфирующих (поглощающих) покрытий, что ограничивает возможности их оптимизации.

В [18] проанализированы возможности использования для улучшения параметров полупроводниковых чувствительных элементов высокочастотных датчиков давления профилированных полупроводниковых мембран с «жестким центром» и поглощаю-

щих покрытий. В [19] рассмотрены мембранные чувствительные элементы нетрадиционной формы (треугольные, трапециевидные, шестиугольные и в форме ромба).

Применение «жесткого центра» увеличивает жесткость мембраны, улучшает линейность преобразования, снижает уровень эквивалентных напряжений в «опасных» точках мембраны, что создает предпосылки для улучшения метрологических характеристик чувствительных элементов. Однако в случае создания быстродействующих датчиков для практической реализации этих возможностей необходимо решить ряд проблем. Так, с одной стороны, «жесткий центр» увеличивает жесткость мембраны, что должно приводить к увеличению ее резонансной частоты, но, с другой стороны, изготовление «жесткого центра» сопровождается увеличением присоединенной массы мембраны, что ведет к уменьшению резонансной частоты и увеличению виброэквивалента.

Эксперимент показал, что для квадратных (100) кремниевых мембран с относительными размерами «жесткого центра» $l/a=0.28$ зависимость резонансной частоты от присоединенной массы «жесткого центра» описывается выражением

$$f_{\text{рез}}^2 = f_0^2 \frac{1.667}{1 + 10.3m/M}, \quad (6.2.4)$$

где M – масса плоской мембраны с размерами $2a \times 2a$; m – присоединенная масса квадратного «жесткого центра» с размерами $2l \times 2l$; f_0 – резонансная частота соответствующей плоской мембраны размерами $2a \times 2a$. Таким образом, если «жесткий центр» выполнен в виде квадратного островка из материала мембраны, увеличение резонансной частоты возможно только, если высота «жесткого центра» над мембраной d будет в 1.21 раза меньше толщины мембраны h . При этом, правда, может возникнуть вопрос, будет ли такой центр достаточно «жестким»? В любом случае для увеличения резонансной частоты необходимо использовать такую конструкцию «жесткого центра», которая обеспечит минимальную присоединенную массу.

Кроме топологии упругого элемента на его динамические характеристики существенное влияние оказывает демпфирование. Наиболее часто при создании датчиков переменных давлений используют газовое и электростатическое демпфирование, а также демпфирование с помощью поглощающих покрытий.

На рис. 6.7 приведены значения добротности, определенные экспериментально для кремниевых мембран с различными погло-

щающими покрытиями. Исследованные мембраны имели следующие характеристики:

– материал чувствительного элемента – кремний КЭФ – 4.5 (100);

– размеры тонкой части (мембраны) 14×14 мм;

– размеры «жесткого центра» 4×4 мм;

– толщина тонкой части (мембраны) – 80 мкм;

– толщина кольца жесткости (см. рис.1.16) – 213 мкм;

– высота «жесткого центра» $d = 133$ мкм.

Оксид с тонкой части был полностью удален. Покрытия из Al и Cu+Ni+Cr наносили методом термического распыления в вакууме. Толщина Al составляла 2 мкм, суммарная толщина слоя Cu+Ni+Cr равна 1 мкм. Оксид титана TiO толщиной 0.3...0.4 мкм наносился методом магнитронного распыления.

На рис. 6.8 приведены результаты исследований влияния покрытий на резонансную частоту.

Из рис. 6.7, 6.8 видно, что применение алюминиевого покрытия практически не сказалось на величине добротности, однако примерно на 9 % уменьшило резонансную частоту. Понижение резонансной частоты связано с увеличением массы упругого элемента, а отсутствие видимых изменений добротности – с малостью модуля Юнга алюминия и декремента затухания покрытия.

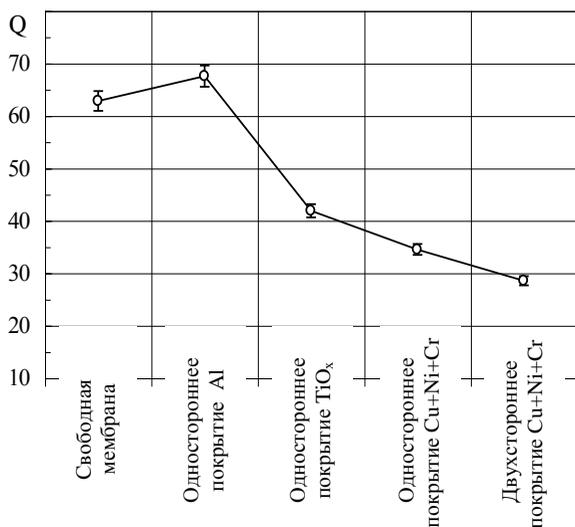


Рис. 6.7. Зависимость добротности от типа поглощающего покрытия

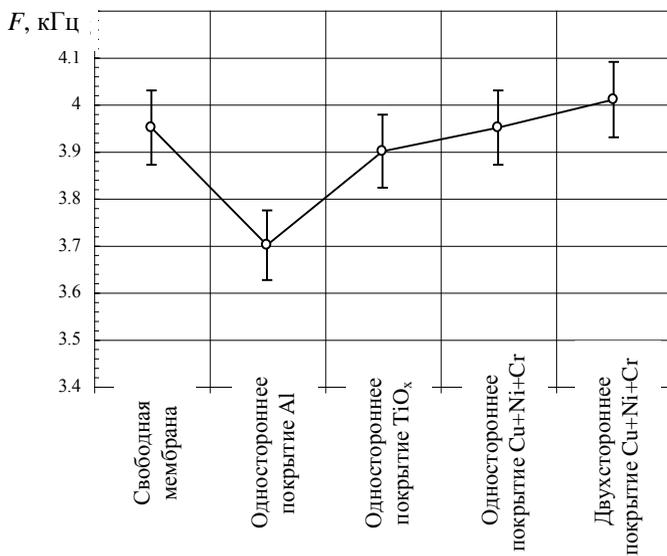


Рис. 6.8. Зависимость частоты резонанса от вида поглощающего покрытия

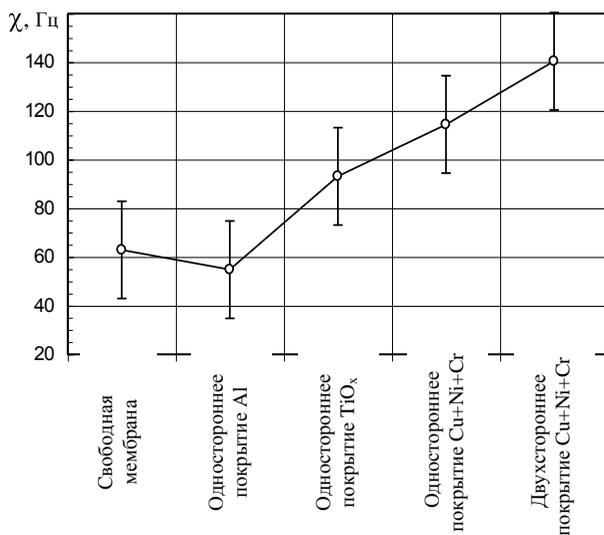


Рис. 6.9. Зависимость коэффициента качества от типа поглощающего покрытия

Нанесение оксида титана, обладающего большей жесткостью и модулем Юнга $E = 1.1 \cdot 10^{12} \text{ Н/м}^2$, привело к уменьшению добротности (увеличению затухания) системы почти в 1.6 раза по сравнению с алюминиевым покрытием.

Одностороннее покрытие из Cu+Ni+Cr увеличило затухание в два раза, а такое же покрытие, напыленное с двух сторон мембраны, – в 2.42 раза по сравнению с Al.

Учитывая, что для датчиков важны как величина затухания, так и значение резонансной частоты, можно ввести обобщенный коэффициент качества, учитывающий обе эти характеристики:

$$\chi = F/Q. \quad (6.2.5)$$

На рис. 6.9 показано изменение коэффициента качества для исследованных покрытий. Видно, что наилучшим из исследованных покрытий, является двухстороннее покрытие из Cu+Ni+Cr.

Необходимо отметить, что на поведение тонких мембран большой площади кроме рассмотренных факторов значительное влияние оказывают состояние окружающей воздушно-газовой среды, а также размеры и топология полостей и шунтирующих отверстий, что необходимо учитывать при проектировании датчиков переменных давлений.

6.3. ТЕНЗОРЕЗИСТИВНЫЕ СЕНСОРЫ ДАВЛЕНИЯ X-DUCER

Теоретические и экспериментальные исследования тензорезистивных сенсоров давления на сдвиговом эффекте и описание лабораторных вариантов конструкций рассмотрены в ряде работ, выполненных в исследовательских центрах различных стран [20–23]. Но лишь единственная в мире фирма Motorola осуществляет крупносерийный выпуск сенсоров давления на этом эффекте под торговой маркой X-ducer [24, 25].

Кремниевый чип сенсора имеет квадратную форму и плоскую диафрагму, сформированную методом анизотропного травления, со сторонами вдоль направления [110]. Тензопреобразователь имеет прямоугольную область растекания тока со сплошными контактами вдоль короткой стороны и потенциальными контактами на серединах длинных сторон (рис. 6.10). Стороны области растекания тока ориентированы вдоль направлений [100], как это следует из анализа, проведенного в разд. 5.4. Описание общей конструкции сенсора дано в разд. 1.4.

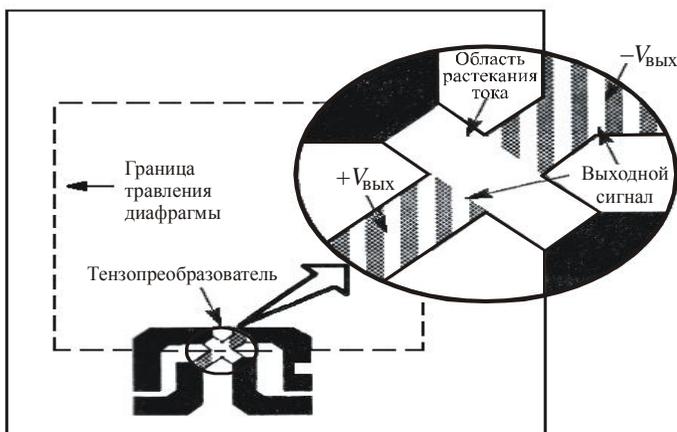


Рис. 6.10. Размещение тензопреобразователя на упругом элементе

Сенсоры типа X-ducer различаются по уровню сложности электрической схемы, типу измеряемого давления и ряду конструктивных признаков, включающих способы крепления сенсоров к измеряемому объекту и соединительным трубопроводом.

Выпускаемые сенсоры предназначены для измерения абсолютно или относительного давления среды. Деформация упругого элемента всегда определяется разностью давлений, приложенных к его противоположным сторонам:

$$\varepsilon = f \cdot q_1 - q_2 ,$$

где q_1 – давление со стороны тензопреобразователя; q_2 – давление со стороны углубления (обратная сторона чипа).

Если $q_2 = 0$ (вакуум), то сенсор измеряет абсолютное давление и его упругий элемент постоянно находится в деформированном состоянии из-за влияния атмосферного давления. Если $q_2 \neq 0$, то сенсор измеряет относительное давление. Давление q_2 называют опорным, и оно обычно равно атмосферному. В ряде технических приложений, например при измерении потоков жидкости или газа, важен лишь перепад давлений ($\Delta q = q_1 - q_2$) между двумя неизвестными давлениями q_1 и q_2 . Такие сенсоры относительного давления именуется дифференциальными.

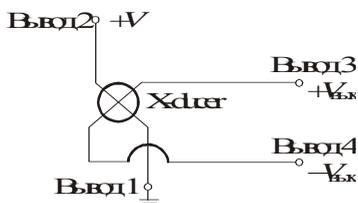


Рис. 6.11. Электрическая схема базового сигнала

По уровню сложности электрической схемы сенсоры X-duker различаются на базовые, компенсированные и со встроенным усилителем. Электрическая схема базового сенсора (серия MPX10) содержит лишь один тензопреобразователь с четырьмя контактами (рис. 6.11). Базовые сенсоры являются наиболее дешевыми, но и наименее точными, поскольку все погрешности, присущие данному способу преобразования, особенностям технологии изготовления и конструкции сенсора, проявляются наиболее полным образом.

Компенсированные сенсоры X-duker (серия MPX2010) имеют встроенную температурную компенсацию, калибровку выходного сигнала и калибровку начального выходного сигнала при давлении $q_1 = 0$. Блок-схема такого сенсора приведена на рис. 6.12.

Температурная компенсация и калибровка осуществляются за счет пассивных элементов – тонкопленочных резисторов и термисторов, размещенных на толстой части чипа, путем лазерной подгонки семи резисторов.

Сенсоры давления со встроенным усилителем являются практической реализацией концепции интеллектуального сенсора, осуществляющего не только восприятие, но и обработку сигнала

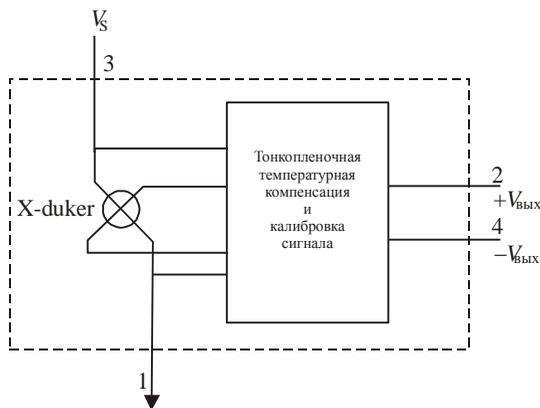


Рис. 6.12. Блок-схема сенсора с температурной компенсацией и калибровкой

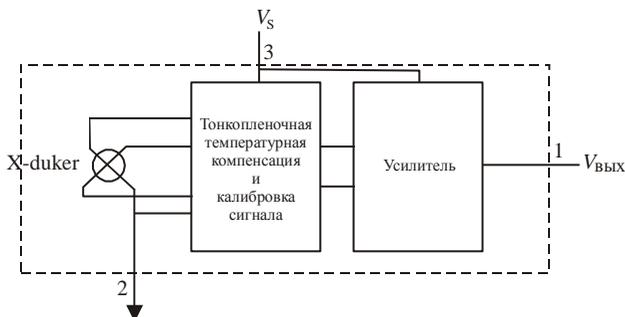


Рис. 6.13. Блок-схема сенсора давления со встроенным усилителем

измеряемой величины. Эти сенсоры содержат помимо тензопреобразователя и схемы температурной компенсации и калибровки еще и схему усилителя для увеличения выходного сигнала до стандартной величины 4.5 В. Блок-схема таких сенсоров представлена на рис. 6.13.

К настоящему времени фирма Motorola выпускает около 30 видов сенсоров давлений, охватывающих диапазон $1 \cdot 10^4 \dots 1 \cdot 10^6$ Па. При этом используется только несколько вариантов базовых чипов, отличающихся электрическими схемами. Диапазон измеряемых давлений определяется в основном толщиной упругого элемента.

На рис. 6.14 приведена преобразовательная характеристика базового сенсора MPX10, типичная для всего семейства сенсоров типа

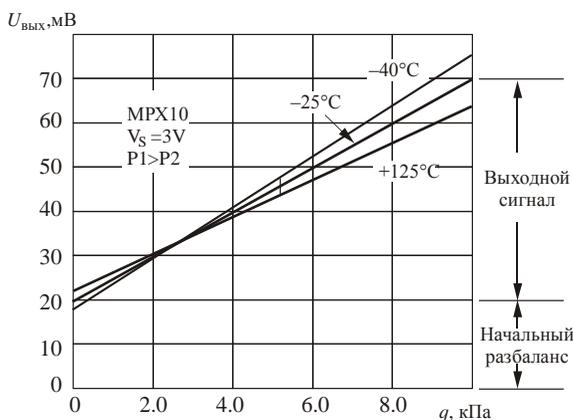


Рис. 6.14. Преобразовательная характеристика сенсора MPX10 для разных температур

X-ducer. При постоянной температуре характеристика может быть описана соотношением

$$U_B = kUq + U_{nc}, \quad (6.3.1)$$

где k – коэффициент пропорциональности; U – напряжение питания; U_{nc} – начальный выходной сигнал при $q_1 = 0$.

Величина начального выходного сигнала в сенсорах давления на сдвиговом эффекте зависит от ряда технологических причин и в первую очередь от внутренних термомеханических напряжений в области тензопреобразователя. Для комнатной температуры U_{nc} составляет около 20 мВ при напряжении питания $U = 3$ В. Температурный коэффициент начального выходного сигнала β сравнительно невелик $\beta \approx \pm 15 \text{ мкВ}/^\circ\text{C}$, что демонстрирует эффективность выбранного конструкционного решения сенсора для диапазона температур $0 \dots 85$ $^\circ\text{C}$. За пределами этого диапазона β резко увеличивается.

Коэффициент пропорциональности k в (6.3.1) зависит от тензорезистивных свойств кремния в области растекания тока и упругих характеристик кремниевой диафрагмы. Температурный коэффициент чувствительности γ сенсора, определяемый поведением компонент матрицы пьезосопротивления, лежит в пределах $\gamma \approx -0.16 \dots -0.22$ %/град, а температурный коэффициент сопротивления кремния в области растекания тока в среднем составляет $\alpha_R = 0.27$ %/град. Обе характеристики указывают на относительно невысокий уровень легирования области тензопреобразователя с концентрацией бора около $2 \dots 4 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}$.

В сенсорах типа X-ducer из-за разной топологии токовых и потенциальных контактов входное и выходное сопротивления заметно различаются. Для рассматриваемого сенсора входное сопротивление составляет 550 Ом и выходное – 1250 Ом.

В компенсированных сенсорах появление цепей пассивной компенсации и калибровки приводит к увеличению напряжения питания сенсора и падению его чувствительности. Для сенсоров MPX2012, рассчитанных на то же номинальное давление $q = 10$ кПа, но имеющих блок компенсации и калибровки, напряжение питания равно 10 В, а чувствительность составляет 2.5 мВ/кПа, что приводит к выходному сигналу 25 мВ. Начальный выходной сигнал для этого типа сенсоров не превосходит ± 1 мВ.

Введение усилителя в состав сенсора позволяет увеличить его чувствительность и выходной сигнал, но отрицательно влияет на некоторые другие характеристики. Сенсор серии MPX5010, имеющий такое же значение номинального давления, что и рассмотренные выше сенсоры, при напряжении питания 5 В обладает выходным сигналом 4.5 В и начальным выходным сигналом 0.2 В. При этом погрешность измерений составляет 5 %, что значительно превосходит аналогичную величину для базовых и компенсированных сенсоров.

Имеющийся набор сенсоров давления, выпускаемых фирмой Motorola, ставит перед пользователями серьезную проблему рационального выбора типа сенсора и степени его «интеллектуализации».

6.4. СЕНСОРЫ ДАВЛЕНИЯ НА ОСНОВЕ ПЛЕНОК ПОЛИКРИСТАЛЛИЧЕСКОГО КРЕМНИЯ

Пленки легированного поликристаллического кремния представляют большой практический интерес для построения сенсоров давления. Это обусловлено рядом причин:

1. Тензорезисторы имеют диэлектрическую изоляцию, что повышает временную стабильность их характеристик.

2. Температурный диапазон работы может быть расширен в область высоких температур до 300 °С, что является следствием наличия диэлектрической изоляции.

3. Простота технологического маршрута изготовления сенсора давления удешевляет стоимость чипов при массовом производстве.

4. Возможность управления характеристиками тензорезисторов не только путем изменения степени легирования, как в монокристаллическом кремнии, но и изменением размеров и текстуры кристаллитов и высоты потенциальных барьеров между ними.

Возможность создания сенсорных структур как по технологии поверхностной микромеханики, так и с применением технологии трехмерного профилирования.

В тоже время разработчикам сенсоров и микросистем приходится учитывать меньшую тензочувствительность поликристаллических пленок (примерно в два раза) по сравнению с монокристаллическим кремнием при одинаковых уровнях легирования. Поэтому при выборе сенсоров с поликристаллическими тензорезисторами для решения практических задач приходится учитывать все аргументы «за» и «против».

Технология жидкостного трехмерного профилирования упругого элемента в сочетании со стандартной технологией осаждения поликремниевых слоев в реакторе пониженного давления оказались наиболее подходящими для массового выпуска сенсоров дав-

ления. Их применение проиллюстрируем на примере чипов сенсора давлений КТМП, первые модификации которых появились в начале 90-х годов [26, 27].

Чип сенсора (рис. 6.15) имеет внешние размеры 5×5 мм и квадратный упругий элемент (диафрагму) размером 2×2 мм. Для изготовления сенсоров применяются пластины кремния *n*-типа диаметром 100 мм и толщиной около 500 мкм. Толщина диафрагмы зависит от диапазона измеряемых давлений и лежит в интервале 18...100 мкм. Диэлектрическая изоляция обеспечивается слоем двуокиси кремния толщиной 0.2...0.4 мкм.

Поликремниевые тензорезисторы объединены в разомкнутый мост (рис. 6.16), что сделано для удобства электрической балансировки мостовой схемы. Межэлементные соединения осуществлены алюминиевыми пленочными проводниками, размещенными таким образом, чтобы их длина на упругом элементе была сведена к минимуму для уменьшения термомеханических напряжений, вызванных разницей в коэффициентах линейных расширений алюминия и кремния. Поликремниевые тензорезисторы и алюминиевая разводка, за исключением контактных окон для выводных проводников, покрыты сверху пассивирующим слоем двуокиси кремния.

Технологический процесс изготовления чипа сенсора давления включает несколько этапов. На первом этапе исходные пластины кремния, полированные с двух сторон, окисляются так, чтобы на одной стороне был создан изолирующий окисел, а на обратной – защитная окисная пленка толщиной 1.4...1.5 мкм, которая необходима для формирования упругого элемента с помощью анизотропного травления в КОН.

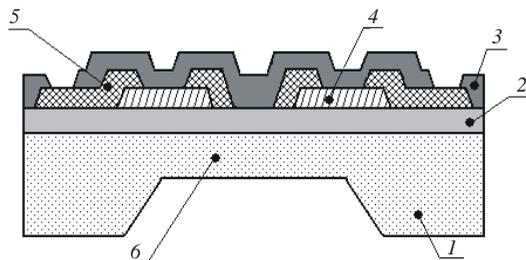


Рис. 6.15. Структура сенсора давления с поликремниевыми тензорезисторами

1 – кремниевое основание; 2 – изолирующий окисел; 3 – пассивирующий слой; 4 – поликремниевый тензорезистор; 5 – межконтактное соединение; 6 – упругий элемент сенсора

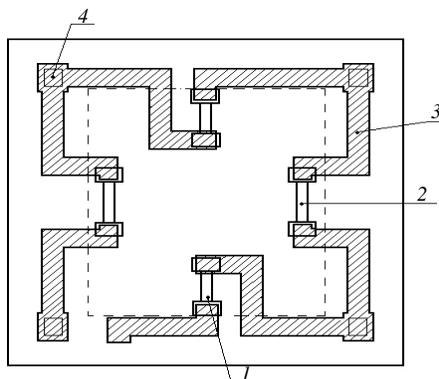


Рис. 6.16. Топология сенсора давления с поликремниевыми тензорезисторами

1 – радиальный тензорезистор; 2 – тангенциальный тензорезистор; 3 – металлические межсоединения; 4 – окна для внешних выводов

На втором этапе в реакторе пониженного давления путем пиролиза силана при температуре около $650\text{ }^{\circ}\text{C}$ происходит осаждение пленки поликристаллического кремния толщиной $0.4\text{ }\mu\text{м}$. Далее пластины поступают на ионную имплантацию бором с последующим отжигом при температурах $900\text{...}1000\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Величина дозы имплантации зависит от требуемых электрических характеристик поликремниевых тензорезисторов. Н. Guckel [29] сообщил о разработке сенсора, у которого тензорезисторы имеют $\text{TKR} \approx 0$. В сенсорах семейства КТМП реализована идея самокомпенсации чувствительности при питании от генератора тока, когда $|\text{TKR}| \approx |\text{TKS}|$. Для реализации этого доза легирования должна быть относительно велика, $D \approx 5 \cdot 10^{15}\text{ см}^{-2}$ при энергии 80 кэВ и отжиге в вакууме при $T > 830\text{ }^{\circ}\text{C}$ [28].

На третьем этапе изготовления производится формирование тензорезисторов, алюминиевой разводки и пассивация поверхности. Это требует трех операций фотолитографии. Тензорезисторы имеют форму «собачья кость» либо «меандр» и сопротивление 500 ± 50 или $1000 \pm 100\text{ Ом}$.

На заключительном этапе производится профилирование упругого элемента. Для этого на обратной стороне пластины с помощью еще одной фотолитографии вскрывается защитная окисная маска и пластина помещается в специальную кассету, обеспечивающую доступ травителя только к одной стороне пластины. Раз-

деление пластины на отдельные чипы происходит раскалыванием по системе разделительных канавок, сформированных одновременно с диафрагмой упругого элемента.

Ниже приведены основные характеристики сенсоров давления с поликремниевыми тензорезисторами.

Номинальное сопротивление тензорезисторов, Ом	1000 ± 100 500 ± 50
Номинальный выходной сигнал, мВ ($P = P_H$)	25
Ток питания, мА	5.0
Начальный разбаланс мостовой схемы, мВ	< 3.0
Температурный коэффициент выходного сигнала, %/град ⁻¹ , при $I = \text{const}$	< 0.04
Диапазон рабочих температур, °С	-100... + 200
Температурный уход нуля, мВ, в рабочем диапазоне температур	± 1.5 мВ
Нелинейность, %	< 0.5

К достоинствам поликристаллического кремния как материала для элементов микросистем, перечисленным в начале раздела, необходимо добавить возможность создания этих элементов методами поверхностной микромеханики, исключающей необходимость проведения глубокого травления при формировании упругих элементов. Пример такой технологии для создания сенсора давления дал Н. Guckel [29].

В поверхностной микромеханике можно применять кремниевые пластины с произвольной кристаллографической ориентацией и односторонней полировкой. Вначале пластина окисляется так, что создается слой окисла толщиной 200 Å, а затем на него осаждается слой нитрида кремния толщиной 800 Å. Далее следует термическое окисление открытых участков кремния, во время которого слой окисла достигает толщины 7500 Å. При этом будет израсходован слой кремния толщиной приблизительно 3700 Å. Выращенный слой оксида удаляется, и пластина снова окисляется до толщины окисла 3700 Å. За два окисления будет израсходован слой кремния толщиной около 3700 Å, в результате верхний уровень SiO₂ в углублении будет совпадать с уровнем нитридной пленки. Поверхность кремниевой пластины становится практически ровной (рис. 6.17).



Рис. 6.17. Структура пластины кремния после изопланарного процесса:

1 – кремний; 2 – тонкий окисел; 3 – нитрид кремния;
4 – толстый окисел

Вторая фотолитография открывает окна в слое нитрида для будущих каналов травления и контактов к кремниевой подложке поликристаллического кремния (рис. 6.18), создаваемого на следующем этапе технологического маршрута.

Осаждение поликристаллического кремния толщиной 2 мкм, который в дальнейшем будет играть роль упругого элемента в сенсоре, происходит в реакторе пониженного давления.

Третья фотолитография открывает окна в пленке поликристаллического кремния, которые в дальнейшем определяют размеры каналов травления. Сами каналы формируются реактивным ионным травлением в газе NF_3 . Удаление двуоксида кремния под поликремниевой мембраной происходит через каналы в водном растворе плавиковой кислоты. Обработка в горячей деионизованной воде и смеси NF_4OH и H_2O_2 приводит к осаждению подмембранной полости и окончательному формированию упругого элемента. Последний этап формирования конструкции сенсора давления – герметизация подмембранной полости – происходит в атмосфере

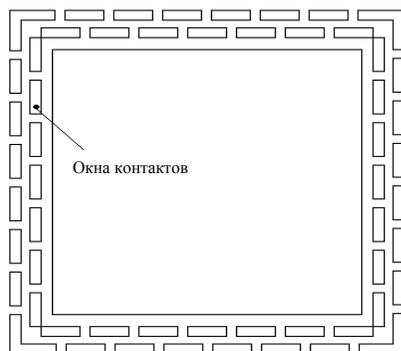


Рис. 6.18. Окна для контактов Si^* к Si



Рис. 6.19. Структура сенсора давления

кислорода при температуре 980 °С. Образующаяся при этом двуокись кремния, имеет примерно в два раза больший объем, чем израсходованный кремний, заполняет каналы травления и герметизирует подмембранную полость. Кислород, оставшийся под мембраной, реагирует с кремнием при дальнейших термических обработках и уходит из объема. Квадратный упругий элемент толщиной 2 мкм и подмембранная полость глубиной около 7500 Å оказываются сформированными. Осаждение слоя поликристаллического кремния толщиной 0.4 мкм начинает технологический этап формирования тензорезисторов и электрической схемы сенсора. Ионное легирование осажденной пленки поликремния производится бором с энергией 80 кэВ и дозой $1.75 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-2}$, что обеспечивает создание тензорезисторов с ТКС, близким к нулю. Формирование тензорезисторов и алюминиевых межконтактных соединений производится с помощью отдельных фотолитографий.

Структура сенсора и топология тензорезисторов приведены на рис. 6.19 и 6.20.

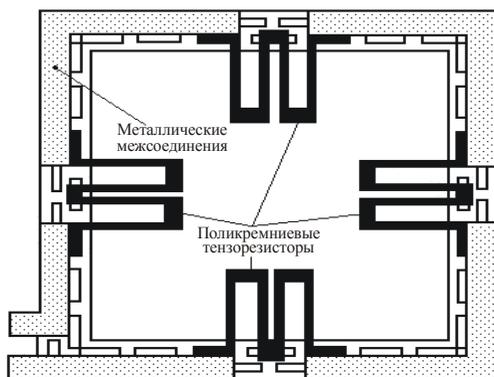


Рис. 6.20. Топология сенсора давления

Размеры упругих элементов невелики и лежат в пределах 50...200 мкм. Тензорезисторы при этом должны иметь гораздо меньшие результаты, что порождает серьезную проблему воспроизводимости величины сопротивления. Чтобы ослабить влияние разброса геометрических размеров Н. Guckel предложил размещать на упругом элементе один четырехсекционный радиальный тензорезистор.

Поперечное соединение секции тензорезистора, имеющей форму меандра, происходит в области упругого элемента, где $\varepsilon_{xx} = 0$, что сделано для повышения тензочувствительности. Для этой же цели можно одновременно изготавливать блок из четырех структур (рис. 6.21). Из них две структуры будут иметь активные тензорезисторы, а две – пассивные резисторы (в таких структурах окисел не удаляется из-под мембран) Объединение таких четырех структур в полумост позволяет повысить чувствительность и сохранить небольшие размеры (≈ 1.5 мм) чипа сенсора.

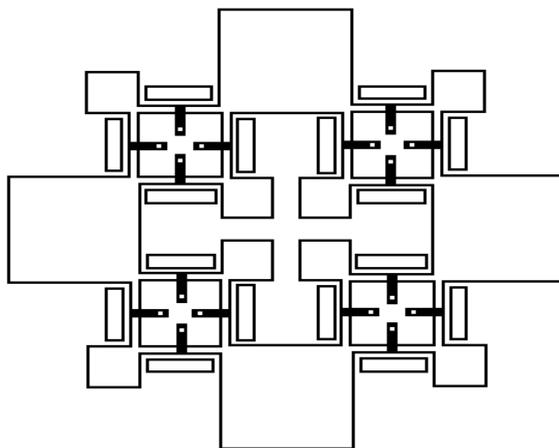


Рис. 6.21. Блок из четырех структур

Сенсоры абсолютного давления, изготавливаемые по технологии поверхностной микромеханики, обладают большой перегрузочной способностью и температурным коэффициентом чувствительности около $0.14\% \text{ град}^{-1}$ [29].

6.5. МИКРОСИСТЕМА ПРОЕКЦИОННОГО ДИСПЛЕЯ

К настоящему времени самым выдающимся достижением в области микросистемной техники, нашедшем широкое практическое применение, является цифровой микрозеркальный прибор (Digital Micromirror Device, DMD), созданный на фирме Texas Instrument, Dallas, USA. Патент № 4615595 на первый вариант этого прибора получил 7.10.1986 г. Larry Hornbeck и с того времени как сам прибор, так и технология его изготовления непрерывно совершенствовались [30, 31]. В 1998 г. L. Hornbeck получил национальную премию США за создание прибора, содержащего наибольшее в истории человечества число подвижных механических частей (свыше 500000). Фирма TI до сих пор сохраняет позицию мирового лидера среди производителей главной части проекционных дисплеев – светомодулирующих устройств, постепенно расширяя их область применения.

Цифровой микрозеркальный прибор представляет двумерный набор микрозеркал, наклоном которых можно управлять с помощью электростатического взаимодействия от электроники, расположенной в кремниевой подложке прибора. Принцип действия иллюстрируется на рис. 6.22. Легкое алюминиевое зеркало подвешено на двух растяжках («торсионных»), концы которых жестко закреплены. На диэлектрической пленке, покрывающей кремниевую подложку, расположены управляющие и защитные электроды. Подавая

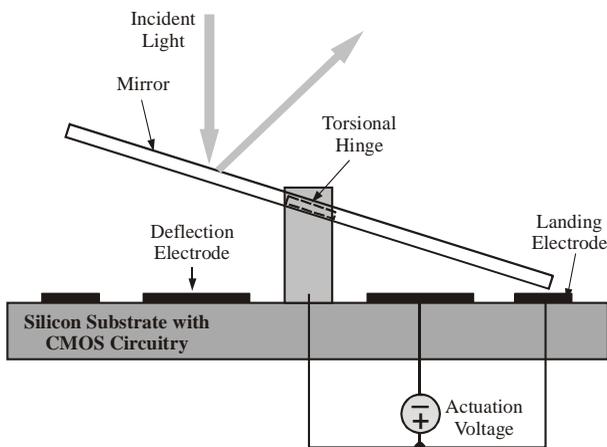


Рис. 6.22. Схема кремниевого микрозеркала

электростатический потенциал на левый или правый управляющий электрод, можно повернуть микрозеркало по или против часовой стрелки, что приведет к изменению направления отраженного светового пучка. Электростатическое взаимодействие носит сильно нелинейный характер, из-за чего контролировать угол отклонения каждого микрозеркала практически невозможно. Поэтому микрозеркала работают в «цифровом» режиме: при подаче управляющего потенциала (24 В) микрозеркало поворачивается до тех пор, пока не коснется защитного электрода. При снятии потенциала благодаря силам упругости нити микрозеркало возвращается в исходное положение и его поверхность становится параллельна подложке ($\varphi = 0$).

Потенциалы защитного электрода и микрозеркала одинаковы, вследствие чего при касании не возникает эффект «прилипания». Угол отклонения микрозеркала определяется геометрией устройства и составляет $\varphi = \pm 10^\circ$.

Схема распространения лучей света от источника излучения приведена на рис. 6.23. В исходном положении и при отклонении микрозеркала на угол $\varphi = -10^\circ$ свет не попадает в апертуру проекционной линзы и ее выходной зрачок остается темным. При отклонении микрозеркала на угол $\varphi = +10^\circ$ световые лучи попадают в линзу и далее проецируются на экран. Таким образом, в цифровом режиме работы микрозеркала на выходе проекционной линзы реализуются два состояния: «темное» и «светлое».

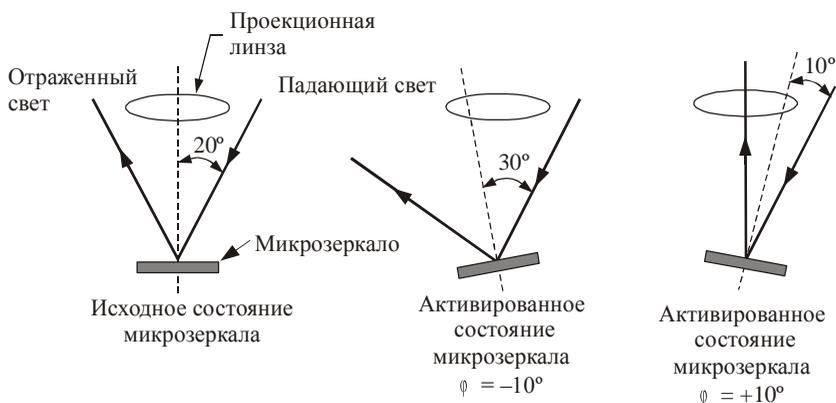


Рис. 6.23. Схема распространения лучей света при различных положениях микрозеркала

Каждое микрозеркало имеет размеры 16×16 мкм и обладает высокой отражающей способностью. Столь малые размеры микрозеркал позволяют сформировать из них матрицу, содержащую 800×600 или 1280×1024 элементов, что отвечает стандартам разрешения SVGA или SXGA. Разработанная технология изготовления допускает расстояние между микрозеркалами около 1 мкм, в результате чего около 90 % общей площади, занимаемой зеркалами, активно участвует в управлении световым потоком. Малые размеры и масса микрозеркал обеспечивают время их переключения из одного состояния в другое около 16 мкс.

Короткое время переключения (примерно в 1000 раз меньше времени реакции человеческого глаза) позволяет решить проблему передачи оттенков серого цвета путем изменения соотношения промежутков времени, в течение которых микрозеркало находится в «темном» или «светлом» состоянии. При этом изменяется общее количество световой энергии, посылаемой в глаз с данного микрозеркала за единицу времени, что воспринимается как изменение оттенка серого цвета. Теоретически таким путем возможно передать до 1000 оттенков.

При передаче цветного изображения цифровой микрозеркальный прибор может работать в «однопиксельном» или «трехпиксельном» режимах. В первом режиме луч белого света от источника проходит через фильтр, пропускающий основные цвета (красный, зеленый, голубой) и попадает на микрозеркало. Во втором режиме работы три микрозеркала работают согласованно для отражения каждого из основных цветов и направляют на проекционную линзу луч соответствующей окраски. В результате прибор можно передать до 16 млн вариантов цвета.

При изготовлении цифровых микрозеркальных приборов разработчикам фирмы Texas Instruments удалось объединить технологию поверхностной микромеханики для формирования на одном чипе около миллиона микрозеркал и КМОП технологию для изготовления управляющей электроники. Отдельные важные детали технологического процесса являются секретом фирмы, но общая схема процесса описана в литературе [32].

Изготовление прибора начиналось с формирования на пластине кремния электронной системы адресации на базе ячеек памяти с произвольной выборкой, для чего использовался стандартный 0.8 мкм КМОП технологический процесс с двумя уровнями металлизации. Последующее осаждение толстого слоя двуоксида кремния и химико-механическая полировка позволяли создать плоскую ди-

электрическую поверхность, необходимую для технологических операций поверхностной микромеханики.

На эту пленку с предварительно открытыми окнами для контактов с КМОП-электроникой напылялся третий слой алюминия, из которого с помощью литографии формировались управляющие и защитные электроды и необходимые межсоединения. Далее наносился первый жертвенный слой, например из фоторезиста, по которому проводилась литография для формирования необходимого рельефа слоя (6.24, *а*). Для формирования торсионных подвесок, области крепления микрозеркала и самих микрозеркал использовался специальный сплав, который напылялся несколькими слоями.

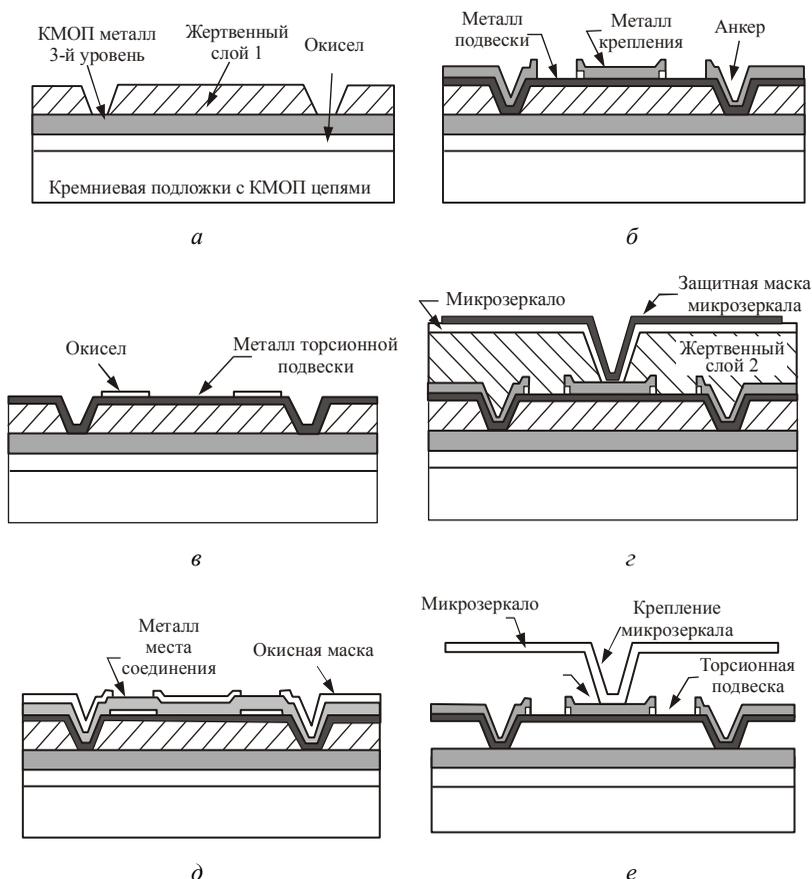


Рис. 6.24. Схема технологического процесса изготовления цифрового микрозеркального прибора

Ко всем элементам микромеханической системы предъявляются жесткие требования. Торсионные подвески должны обладать высокой надежностью работы, соединение микрозеркала и нижележащего слоя металла должно быть прочным, а микрозеркало должно быть плоским и не изменять свою форму с течением времени. Сплав является секретом фирмы, известно лишь, что основную его часть составляет алюминий с небольшими добавками других элементов, например Ti и Si. Последовательность этапов технологического процесса приведена на рис. 6.24, б–г. В качестве второго жертвенного слоя может применяться фоторезист, на котором напылением формируется микрозеркало (рис. 6.24, д).

Удаление жертвенных слоев и освобождение микрозеркал (рис. 6.24, е) проводились в кислородной плазме на заключительном этапе технологического процесса, когда кремниевая пластина уже была разделена на отдельные чипы. Затем микрозеркало проходило процедуру пассивации – покрывалось тонким диэлектрическим слоем вещества, препятствующего возникновению эффекта «прилипания».

На рис. 6.25 приведена схема устройства одного микрозеркала [32]. Наиболее серьезной проблемой для таких систем является поверхностное загрязнение, с которым приходится бороться в основном конструктивными методами.

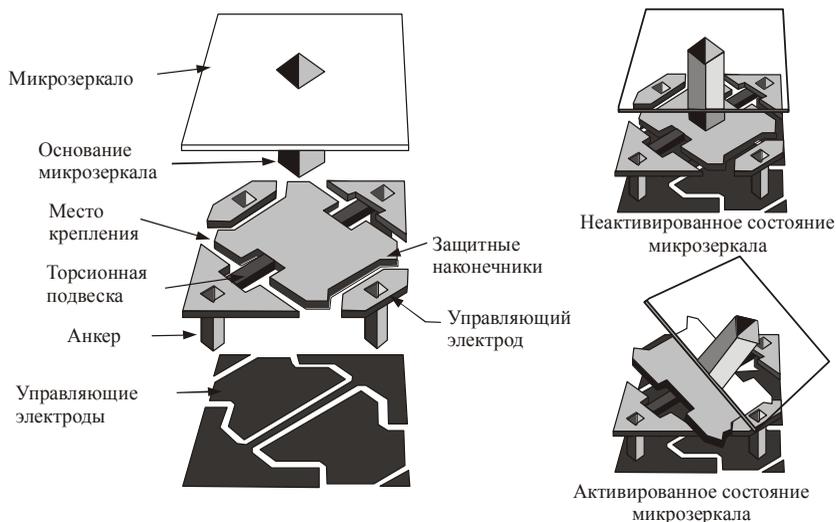


Рис. 6.25. Схема устройства микрозеркала

Благодаря малой массе микрозеркал прибор обладает высокой перегрузочной способностью. Сообщается [32], что он может выдерживать удары до 1500g, а среднее время на отказ доведено до 10^5 ч. Высокая надежность микрозеркальных систем является одной из причин их коммерческого успеха.

6.6. МИКРОМЕХАНИЧЕСКИЕ АКСЕЛЕРОМЕТРЫ

В настоящее время третье место в общем объеме производства микромеханических устройств занимают акселерометры. Микромеханические акселерометры (МА) в первую очередь используются в различного рода навигационных системах, системах контроля и управления динамикой движения, а также в системах безопасности движения. Разработкой и исследованием МА занимаются более 50 ведущих фирм в США, Японии, Германии, Канаде, Швейцарии, Великобритании, Израиле, Мексике, Швеции, Финляндии и России [33].

При проектировании МА необходимо обеспечить высокую чувствительность, большой динамический диапазон, широкую полосу рабочих частот, высокую перегрузочную способность, а также низкую чувствительность к паразитным воздействиям. Основные характеристики, принципы проектирования и эксплуатации акселерометров рассмотрены в работах [34–46].

В соответствии с типом применяемого преобразователя (в зависимости от используемого физического явления) МА подразделяют на: пьезорезистивные, емкостные, резонансные, термоэлектрические, оптические, пьезо-МОП, пьезоэлектрические и туннельные [47–52].

Схематическое изображение типичных конструкций чувствительных элементов МА представлено на рис. 6.26. Подвижные системы МА содержат основание (опорное кольцо), к которому с помощью упругих подвесов крепится инерционная масса. Ускоренное движение основания вызывает смещение инерционной массы и деформацию упругих подвесов, что используют для получения полезного сигнала. Все приведенные конструкции пригодны для создания датчиков линейных ускорений (линейных акселерометров), а вариант *в* может быть также использован при создании датчиков угловых ускорений (угловых акселерометров). В этом случае упругий подвес будет работать на кручение.

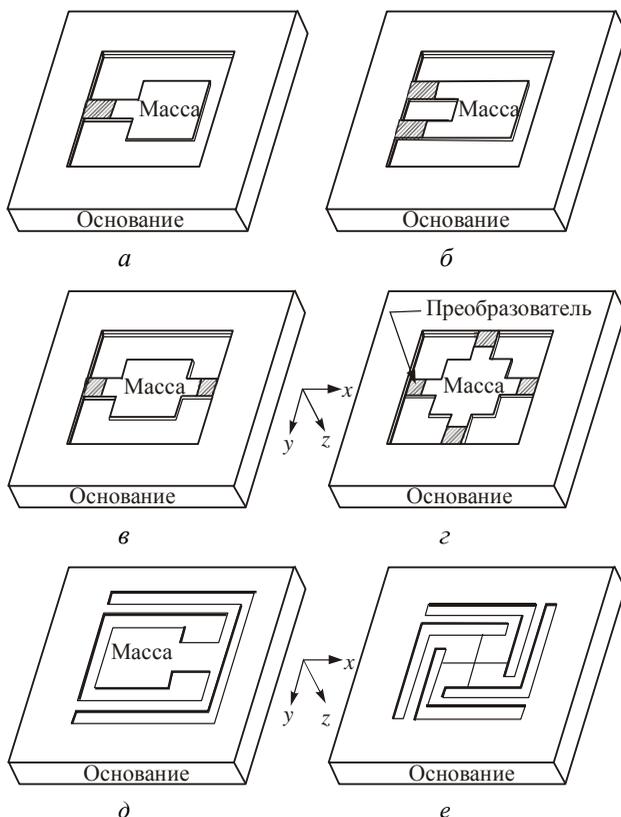


Рис. 6.26. Основные конструкции чувствительных элементов микромеханических акселерометров

В инженерных расчетах подвижную систему линейного акселерометра с осевым чувствительным элементом обычно представляют в виде колебательной системы с одной степенью свободы, включающей инерционную массу m , упругий подвес и демпфер, которые характеризуются жесткостью k и коэффициентом вязкого трения (абсолютным коэффициентом демпфирования) β (рис. 6.27). При этом уравнение движения инерционной массы при воздействии вынуждающей силы $F(t)$ принимает вид

$$m\ddot{z} + \beta\dot{z} + kz = F(t) = ma(t), \quad (6.6.1)$$

где z – смещение инерционной массы относительно положения равновесия; a t – действующее ускорение.

Механическая жесткость четырех балок упругого подвеса для вариантов «г» и «е» определяется выражением

$$k = \frac{48EI}{l^3}, \quad (6.6.2)$$

где E – модуль упругости материала балки, $I = 1/12bh^3$ – момент инерции балки в виде прямоугольного параллелепипеда, l , b и h – соответственно длина, ширина и толщина балки.

Используя (6.6.1), легко получить передаточную функцию

$$H_p = \frac{z}{a} \frac{p}{p} = \frac{K}{T^2 p^2 + 2dTp + 1}, \quad (6.6.3)$$

а также амплитудную и фазовую частотные характеристики системы

$$A_{\omega} = \frac{H_{j\omega}}{H_{\omega=0}} = \frac{1}{\sqrt{\left[1 - \omega^2/\omega_0^2\right]^2 + \left[2d \omega/\omega_0\right]^2}}, \quad (6.6.4)$$

$$\varphi_{\omega} = \text{atctg} \left[\frac{-2d \omega/\omega_0}{1 - \omega/\omega_0^2} \right], \quad (6.6.5)$$

где $K = 1/\omega_0^2$ – чувствительность (коэффициент усиления), $\omega_0 = \sqrt{k/m}$ – собственная круговая частота колебаний массы m на пружине жесткостью k , $T = \omega_0^{-1}$ – постоянная времени системы, $d = \beta/2\sqrt{km}$ – коэффициент демпфирования (степень успокоения).

Приведенные выражения показывают, что [35]:

- увеличение полосы пропускания приводит к уменьшению влияния датчика на измеряемую величину, так как ω_0 увеличивается с уменьшением инерционной массы и увеличением жесткости упругого элемента, что способствует миниатюризации датчика;

- чувствительность, равная $1/\omega_0^2$ в полосе пропускания, уменьшается с увеличением собственной частоты;

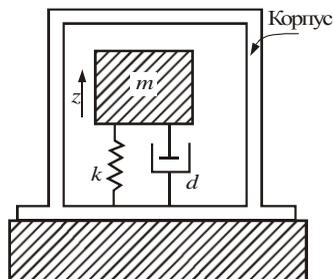


Рис. 6.27. Расчетная схема акселерометра

– увеличение демпфирования, уменьшающее или устраняющее резонанс, позволяет расширить диапазон рабочих частот. Однако часто демпфирование удается увеличить только за счет одновременного увеличения массы датчика, т.е. увеличения его влияния на измеряемую величину.

Типичные частотные характеристики МА, рассчитанные с использованием (6.6.4) и (6.6.5), приведены на рис. 6.28. В области низких частот особенности данных характеристик определяются конструкцией и типом применяемого преобразователя (пьезорезистивный, пьезоэлектрический, емкостной и т.п.), а в области высоких частот – параметрами подвижной системы чувствительного элемента. Резонансная частота

$$\omega_n = \omega_0 \sqrt{1 - 2d^2}, \quad (6.6.6)$$

а величина относительного выброса переходной характеристики (коэффициент выбегания)

$$\delta = \exp\left(\frac{-2\pi d}{\sqrt{1 - d^2}}\right). \quad (6.6.7)$$

Известно [34], что если рассматриваемая система должна одновременно иметь и высокое быстродействие и примерно постоянную

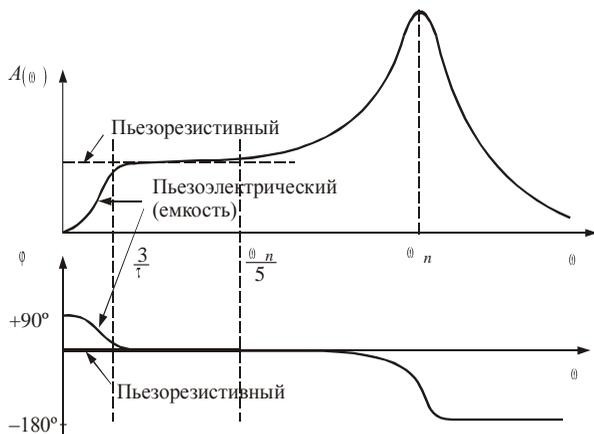


Рис. 6.28. Амплитудная и фазовая частотные характеристики акселерометра: ω_n – резонансная частота, τ – постоянная времени, определяемая конструкцией преобразователя

чувствительность в широком диапазоне частот, следует выбирать d в интервале от 0.6 до 0.7. Оптимальная степень демпфирования обеспечивается погружением упругого элемента датчика в среду с требуемыми вязкостными характеристиками и выбором конструктивных параметров полости с демпфирующей жидкостью или газом [43, 54]. При этом жидкостные демпферы позволяют получать значительно большие значения коэффициента демпфирования, чем газовые. Существенным недостатком жидкостных демпферов является зависимость вязкости жидкости и коэффициента демпфирования от температуры. Наиболее часто в жидкостных демпферах используются кремнийорганические жидкости, отличающиеся достаточно пологой зависимостью вязкости от температуры. Однако и в этом случае при повышении температуры от 20 до 100 °С коэффициент демпфирования может уменьшаться более чем в два раза [46, 54].

При построении акселерометров широко используются методы прямого и уравнивающего преобразования. В последнем случае МА называют компенсационными. Технические характеристики МА, выпускаемых отечественными и зарубежными фирмами, приведены в табл. 6.2 [55].

Результаты исследований, проведенных в процессе разработки микромеханических акселерометров, показали [55], что при создании МА в первую очередь необходимо обратить внимание на решение следующих проблем:

- исключение эффекта прилипания;
- уменьшение остаточных напряжений в кремниевых деталях, возникающих в процессе их изготовления;
- уменьшение контактных деформаций, возникающих при сборке чувствительных элементов и установке их в корпус.

Эффект прилипания подвижной пластины к одной из неподвижных проявляется, во-первых, на этапе изготовления при использовании жидкостного травления для получения малых зазоров и, во-вторых, в процессе эксплуатации (у емкостных акселерометров и МА с электростатическим уравниванием) при включении напряжения питания или после воздействия ускорения, превышающего диапазон измерений. Эффективным способом борьбы с эффектом прилипания является уменьшение площади прилипания путем создания микровыступов и микроребер.

В свою очередь контактные напряжения и деформации оказываются основными факторами, определяющими нестабильность метрологических характеристик МА. Контактные напряжения воз-

никают в местах крепления опорных элементов и стыков упругих перемычек и опорных элементов. Идеальным решением проблемы ослабления влияния контактных деформаций можно считать прочное соединение деталей в трех точках, лежащих в одной плоскости. При этом площадь контактов будет бесконечно мала. На практике влияние контактных напряжений снижают, создавая в опорном элементе специальные выемки, уменьшающие не только площадь контакта, но и передачу напряжений на упругие подвесы.

Т а б л и ц а 6.2

Параметр	Тип акселерометра				
	АЛЕ 049	АЛЕ 050	АТ 1105	MSA 100	XMMAS
Диапазон измерений, м/с ²	±5.6...±1400	±5.6...±100	±5...±1000	±500	±400...±5000
Частотный диапазон измерений, Гц	0...32, 0...64, 0...128, 0...256, 0...512, 0...1024	0...8, 0...16, 0...32, 0...64, 0...128	Полоса пропускания по уровню 3дБ от 0...100 до 0...2000	0...500	Полоса пропускания по уровню 3дБ от 0...400 до 0...700
Выходное напряжение, В	0...6	(0...6), (0±3)	(±5)	(±10)	(±1.6)
Нелинейность функции преобразования, %	0.1	0.1	0.5 ... 1.5	0.1	0.5
Коэффициенты влияния температуры на: смещение нуля, мВ/К чувствительность, %/К	3...1	3...1	1...2	0.1	3...4
	0.01	0.01	–	0.01	0.1
Напряжение питания, В	±(15±0.5)	23...34	10.8...13.2	±(13...18)	(±5)
Ток потребления, мА	20	< 10 от каждого источника	20	25	5
Температура окружающей среды, °С	–60 ... +85	–60 ... +85	–50 ... +60	±50	–40 ... +85
Габаритные размеры, мм	35×29×15.5	35×35×22	29.5×28.5×16	∅33.5×15	–
Метод преобразования	Прямой, уравновешивающий	Уравновешивающий	Прямой	Уравновешивающий	Прямой
Фирма-изготовитель	НИИФИ	НИИФИ	Темп-Авиа	Endevco	Motorola

В целом же интенсивные исследования вопросов создания МА, проводимые в настоящее время, позволяют предположить [33], что к 2008 году чувствительность МА возрастет примерно в 2.5 раза, а минимальный уровень шума станет менее $100 \text{ мкГ} / \sqrt{\text{Гц}}$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Проектирование датчиков для измерения механических величин / Под ред. Е.П. Осадчего. – М.: Машиностроение, 1979. – 480 с.
2. *Baxter L.K.* Емкостные сенсоры: проектирование и приложения // IEEE Press. – 1997. – № 4.
3. *Catling D.C.* NASA Research Center // Sensor and Actuator: AG4. – 1998. – P. 157–164.
4. Технология СБИС / Под ред. С. Зи. – М.: Мир, 1986. – Т. 1. – 404 с.
5. Пьезодатчики быстропеременных, импульсных и акустических давлений / П.Г. Михайлов, В.И. Бутов, Т.Н. Политменцева, А.В. Горюш // Радиотехника. – 1995. – № 10. – С. 36–37.
6. *Комарова Э.И., Романова Т.С., Шабалина Т.В., Драгунов В.П.* Полупроводниковый преобразователь для регистрации параметров быстропротекающих процессов // Полупроводниковая тензометрия. – Новосибирск: НЭТИ, 1991. – С. 70–73.
7. *Казарян А.А.* Обзор датчиков пульсаций давления // Измерительная техника. – 1999. – № 3. – С. 27–32.
8. *Шипунов А.В.* Определение динамических характеристик пьезоэлектрических датчиков давления: сравнительный анализ методов // ПСУ. – 1999. – № 7. – С. 35–37.
9. *Алексеев К.А.* Задача идентификации полных и частных динамических характеристик высокочастотных пьезоэлектрических датчиков переменных давлений // Приборы и системы, управление, контроль, диагностика. – 2000. – № 7. – С. 58–61.
10. *Драгунов В.П.* Моделирование динамических характеристик микромеханических устройств // Сб. науч. тр. НГТУ. – 1995. – № 1. – С. 85–91.
11. *Кузнецов Е.А.* Автоматизированный комплекс для определения статико-динамических характеристик датчиков давления в широком диапазоне температур // Измерительная техника. – 1993. – № 6. – С. 40–43.
12. *Драгунов В.П.* Полупроводниковый датчик для измерения быстроизменяющегося давления газа // ПСУ. – 1993. – № 5. – С. 23–24.
13. *Драгунов В.П.* Проектирование быстродействующих датчиков давления // Актуальные проблемы электронного приборостроения: Тр. Междунар. науч.-техн. конф. АПЭП-92. – Новосибирск, 1992. – Т. 4. – С. 61–66.
14. *Драгунов В.П.* Исследование динамических характеристик полупроводниковых мембран // Актуальные проблемы электронного приборостроения: Тр. Междунар. науч.-техн. конф. АПЭП-94. – Новосибирск, 1994. – Т. 5. – С. 53–57.
15. *Драгунов В.П.* Расчет передаточной характеристики прямоугольного упругого элемента интегрального тензопреобразователя // Радиотехника, электроника, физика: Сб. науч. тр. – Новосибирск: НГТУ, 1996. – С. 93–99.

16. Драгунов В.П., Парлюк А.В. Применение методов дискриминации для идентификации интегральных датчиков // Сб. науч. тр. НГТУ. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2001. – № 3. – С. 76–82.
17. Драгунов В.П., Парлюк А.В. Идентификация динамических характеристик датчиков давления с использованием метода максимального правдоподобия // Науч. вестн. НГТУ. – 2001. – № 2 (11). – С. 43–52.
18. Драгунов В.П. Вопросы проектирования высокочастотных датчиков давления // Методы и средства измерения механических параметров в системах контроля и управления: Тез. докл. междунар. науч.-техн. конф. Пенза: ПДНТЛ, 1994. – С. 19–20.
19. Драгунов В.П., Ворошилов В.П. Моделирование характеристик мембранных чувствительных элементов нетрадиционной формы // Актуальные проблемы электронного приборостроения: Тр. Междунар. науч.-техн. конф. АПЭП-94. – Новосибирск, 1994. – Т. 5. – С. 97–101.
20. Kanda Y. Optimum design considerations for Silicon pressure sensor using a four-terminal gauge // Sensor and Actuators. – 1983. – Vol. 4. – P. 199–206.
21. Bao M.H., Wang Y. Analysis and design of a four-terminal silicon pressure sensor at the center of diaphragm // Sensor and Actuators: A. – 1987. – Vol. 12. – P. 49–56.
22. Gridchin A.V., Gridchin V.A. The four-terminal piezoresistive bridge // Sensor and Actuators: A. – 1997. – Vol. 58. – P. 219–223.
23. Пат. № 2085882 РФ, МКИ G 01 L 9/04. Тензопреобразователь давления / А.В. Гридчин, В.А. Гридчин // Изобретения. – 1997. – № 21. – С. 355.
24. Motorola Sensor. Device Data, DL 200/D, Rev.2, 1995.
25. Панфилов Д.И., Иванов В.С. Датчики фирмы Моторола. – ОДЕКА, 2000. – 96 с.
26. Gridchin V.A., Lubinsky V.M., Sarina M.P. Polysilicon strein gauge transducers // Sensor and Actuators: A. – 1992. – Vol. 30. – P. 219–223.
27. Gridchin V.A., Lubinsky V.M., Sarina M.P. Piezoresistive properties of polysilicon films // Sensor and Actuators: A. – 1995. – Vol. 49. – P. 67.
28. Burnus D.W. Micromechanics of Integrated Sensors and Planar Processed Pressure Transducers: Doc. Diss. – Univ. Wisconsin, Madison, 1988.
29. Guckel H. Surface Micromachined Pressure Transducers // Sensors and Actuators: A. – 1991. – Vol. 28. – № 2. – P. 133–146.
30. Hornbeck L.J. Deformable – mirror spatial light modulators // Proc. of the SPIE, San-Diego. – 1989. – Vol. 1150. – P. 86–102.
31. Hornbeck L.J. Digital Light Processing and MEMS // Proc. of the SPIE. – 1995. – Vol. 2639. – P. 3–21.
32. Van Kessel P.F. at al. A MEMS – based Projection Display // Proc. IEEE. – 1998. – Vol. 86. – P. 1687–704.
33. Бочаров Л.Ю., Сизов А.С. Перспективы развития инерциальных навигационных систем на основе MEMS-технологий // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2003. – № 4. – С. 44–48.
34. Аш. Ж. Датчики измерительных систем – М.: Мир, 1992. – Кн. 1. – 480 с.
35. Аш. Ж. Датчики измерительных систем – М.: Мир, 1992. – Кн. 2. – 432 с.
36. Азизов А.М., Гордов А.Н. Точность измерительных преобразователей. – Л.: Энергия. – 1975.
37. Приборы и системы для измерения вибрации, шума и удара: Справочник / Под ред. В.В. Клюева. – М.: Машиностроение. – 1978. – Кн. 1. – 448 с.

38. Лассан В.Л., Пелинец В.С. О влиянии демпфирования на динамическую погрешность пьезоэлектрических ударных акселерометров // Измерительная техника. – 1978. – № 1.
39. Проектирование датчиков для измерения механических величин / Под ред. Е.П. Осадчего. – М.: Машиностроение. – 1979. – 480 с.
40. Вибрации в технике: Справочник / Под ред. М.Д. Генкина. – М.: Машиностроение, 1981. – Т. 5. – 496 с.
41. Левшина Е.С. Электрические измерения физических величин. Измерительные преобразователи. – Л.: Энергоатомиздат, 1983. – 320 с.
42. Мокров Е.А. О тенденциях развития датчиков специального назначения // Приборы и системы управления. – 1990. – № 10.
43. Волков В.А., Рыжаков В.В., Цапулин А.И. Влияние присоединенной массы чувствительного элемента акселерометра на его частотные характеристики // Приборы и системы управления. – 1991. – № 7.
44. Мокров Е.А., Папко А.А. Проблемы создания прецизионных акселерометров с нормируемыми динамическими характеристиками // Радиотехника. – 1995. – № 10. – С. 18–20.
45. Погалов А.И. Обеспечение механической устойчивости радиоэлектронных средств // Технология и конструирование в электронной аппаратуре. – 1997. – Вып. 1. – С. 20–23.
46. Погалов А.И., Панкратов О.В. Механические и метрологические характеристики интегральных пьезорезистивных акселерометров // Изв. вузов. Электроника. – 1997. – № 5. – С. 85–90.
47. Yazdi N., Ayazi E., Najafi K. Micromachined inertial sensors // Proc. IEEE. – 1998. – Vol. 86, № 8. – P. 1640–1659.
48. Stachell D.W., Greenwood J.C. A thermally-excited silicon accelerometer // Sens. Actuators. – 1989. – № 17. – P. 241–245.
49. Dauderstadt U.A., De Vries P.H.S., Hiratsuka R., Sarro P.M. Silicon accelerometer based on thermalpiles // Sens. and Actuators: A. – 1995. – № 46/47. – P. 201–204.
50. Abbaspour-Sani E., Huang R.S., Kwok C.Y. A wide-range linear optical accelerometer // Sens. and Actuators: A. – 1995. – № 49. – P. 149–154.
51. Takao H., Matsumoto Y., Ishida M. Stress-sensitive differential amplifiers using piezoresistive effects of MOSFETs and their application to three-axial accelerometers // Sens. And Actuators: A. – 1998. – № 65. – P. 61–68.
52. Jyh-Cheng Y., Chin-Bing Lan System modeling of microaccelerometer using piezoelectric thin films // Sens. and Actuators: A. – 2001. – № 88. – P. 178–186.
53. Kubena R.L., Atkinson G.M., Robonson W.P., Stratton F.P. F new miniaturized surface micromachined tunneling accelerometer // IEEE Electron Device Lett. – 1996. – Vol. 17. – № 6. – P. 306–308.
54. Полуянов В.А., Соболев М.Д. Конструктивная схема датчика ударных ускорений // Приборы и системы управления. – 1995. – № 3. – С. 20–23.
55. Мокров Е.А., Папко А.А. Акселерометры НИИ физических измерений – элементы микросистемотехники // Микросистемная техника. – 2002. – № 1. – С. 3–9.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Микроэлектронная технология позволяет создавать сенсоры с хорошими метрологическими характеристиками и низкой стоимостью, причем последняя имеет четко выраженную тенденцию к снижению. Высокое качество кремния и других материалов, применяемых в микроэлектронной технологии, обеспечивает производство сенсоров давления с погрешностью измерений 0.02 %.

С другой стороны, низкая стоимость сенсоров определяется прежде всего большим числом кристаллов, которые можно получить с одной пластины. Если кремниевая пластина имеет диаметр 100 мм, а размер кристалла сенсора давления 1×1 мм, то с одной пластины можно получить около 6000 кристаллов. Обычно технологические операции производятся не с одной пластиной, а с партией, содержащей 25 пластин. В результате после окончания технологического цикла производства из партии пластин можно получить до 15 000 кристаллов. Стоимость сенсоров будет определяться индивидуальной сборкой, настройкой, испытаниями и метрологической аттестацией. При массовом производстве стоимость сенсоров составляет от одного до нескольких долларов.

По этим причинам сенсоры на основе микроэлектронной технологии широко применяются в технике и научных исследованиях. Общий объем продаж датчиков в мире в 1995 году составил 6 млрд долларов, и из них не менее 25 % приходится на долю сенсоров, производимых по микроэлектронным технологиям. По оценкам экспертов объем продаж всевозможных микроэлектронных сенсоров достигнет 10 млрд долларов к 2005 году.

В настоящее время из общего объема производства сенсоров 40 % приходится на долю сенсоров давления, 25 % — температуры, 13 % — ускорения, 9 % — потоков газа и жидкости, 5 % — силы. Наибольшие темпы роста применения микроэлектронных сенсоров наблюдаются в автомобильной промышленности и робототехнике. Средний годовой темп прироста объема производ-

ства датчиков составляет 6 %, хотя для отдельных секторов производства он достигает 20 %, как, например, для сенсоров перемещения и интеллектуальных сенсоров. Столь значительные темпы роста связаны с большой практической значимостью их применения. Так, широкое использование сенсоров давления для контроля сгорания топлива в автомобилях привело к существенному сокращению объемов расхода горючего на 100 км пробега: в 1974 году расход составлял 20 л на 100 км, а в 1994 году – 8.5 л на 100 км.

Широкие возможности микроэлектронных технологий дали мощный импульс развитию микроэлектромеханических систем – нового класса приборов, интенсивно развивающихся в последнее десятилетие. В микроэлектромеханических системах на одной кремниевой пластине формируется несколько сенсоров различных физических и химических величин вместе с электроникой, обрабатывающей и преобразующей сигналы с сенсоров. Долгое время велись споры относительно целесообразности объединения на одной подложке сенсоров и обрабатывающей электроники. Теперь эти споры затихли, поскольку новое направление – микросистемная техника – заявила о себе рядом интересных технических разработок.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	5
Литература	6
Введение	7
1. Главные этапы развития микросистемной техники и тенденции рынка	9
2. Особенности микросистемной техники	13
3. О структуре книги	15
Литература	16
Глава 1. Основные этапы технологии создания кремниевых микросистем	17
1.1. Применение кремния в микросистемной технике	18
1.2. Основные этапы кремниевой микросистемной технологии	21
1.2.1. Кремниевые пластины с эпитаксиальным слоем	25
1.2.2. Основные варианты кремниевой микросистемной технологии	27
1.2.3. Термическое окисление кремния	31
1.2.4. Литография	32
1.2.5. Термическая диффузия	35
1.2.6. Осаждение диэлектрических пленок и поликристаллического кремния	37
1.2.7. Металлизация и внутренние соединения	39
1.3. Специальные вопросы технологии микроэлектронных сенсоров	40
1.3.1. Трехмерное профилирование кремния	41
1.3.2. Жидкостное травление монокристаллического кремния	43
1.3.3. Технология соединения элементов конструкции микросистем	51
1.3.4. Клеевое соединение	52
1.3.5. Пайка с помощью легкоплавких стекол	53
1.3.6. Пайка с применением сплава золото–кремний	53
1.3.7. Методы бесклеевого соединения	54
1.3.8. Соединение пластин в электростатическом поле	55
1.3.9. Прямое соединение кремний–кремний	58
1.4. Применение микросистемных технологий для создания сенсоров	59
Литература	68

Глава 2. Напряжения и деформации в микромеханических системах	70
2.1. Основные типы упругих элементов.....	70
2.2. Тензор механических напряжений	75
2.3. Тензор деформаций.....	80
2.4. Закон Гука для анизотропных упругих элементов.....	84
2.5. Важнейшие уравнения теории упругости	91
2.5.1. Уравнение движения	91
2.5.2. Уравнения неразрывности деформаций.....	93
2.6. Энергия деформированного твердого тела	93
2.7. Механические напряжения и деформации в упругом элементе балочного типа	96
2.7. Изгиб тонких пластинок	99
Литература	104
Глава 3. Напряжения и деформации в плоских упругих элементах ..	106
3.1. Напряжения и деформации в упругих элементах круглой формы	107
3.2. Механические напряжения и деформации в квадратной жестко-зашемленной пластине	112
3.3. Механические напряжения в прямоугольной жесткозашемленной пластине	119
3.4. Сравнение вариационных и численных методов при анализе прямоугольных упругих элементов.....	125
3.5. Треугольный упругий элемент	129
3.6. Упругий элемент в виде ромба	139
3.7. Трапецидальный упругий элемент	142
3.8. Шестиугольный упругий элемент	145
3.9. Восьмиугольный упругий элемент	148
3.10. Нелинейная теория изгиба тонких пластин	156
3.10.1. Цилиндрический изгиб прямоугольной пластинки	158
3.10.2. Изгиб круглой изотропной пластины	163
3.10.3. Изгиб квадратной изотропной пластины	165
3.10.4. Изгиб треугольной изотропной пластины	170
3.11. Динамические характеристики упругих элементов микромеханических систем.....	176
3.12. Микромеханические системы с электростатическим управлением	192
3.12.1. Изгиб удлиненной пластины при электростатическом воздействии	197
3.12.2. Изгиб круглой мембраны при электростатическом воздействии	200
3.12.3. Изгиб квадратной мембраны при электростатическом воздействии	208
3.12.4. Изгиб треугольной мембраны при электростатическом воздействии	211
3.12.5. Изгиб шестиугольной мембраны при электростатическом воздействии.....	214
Литература	217

Глава 4. Тензорезистивный эффект в монокристаллическом кремнии	220
4.1. Общие сведения о кремнии	222
4.2. Влияние деформации на энергетический спектр электронов и дырок в кремнии	231
4.2.1. Влияние деформации на энергетический спектр зоны проводимости кремния	231
4.3. Влияние деформации на энергетический спектр валентной зоны кремния	236
4.4. Влияние деформации на электропроводность кремния	241
4.4.1. Влияние деформации на электропроводность кремния <i>n</i> -типа	243
4.4.2. Влияние деформации на электропроводность кремния <i>p</i> -типа	250
4.5. Феноменологическое описание тензорезистивного эффекта	258
4.6. Влияние температуры и легирования на электропроводность деформированного <i>n</i> -кремния	268
4.6.1. Влияние сдвиговых деформаций на проводимость <i>n</i> -Si	269
4.6.2. Влияние деформации на примесные состояния в Si	272
4.6.3. Эффекта Холла в деформированных полупроводниках	282
4.6.4. Междолинное рассеяние в деформированном <i>n</i> -Si	285
4.7. Гальвано- и термоэлектрические эффекты в деформированном кремнии <i>p</i> -типа	289
4.7.1. Влияние температуры и легирования на деформационные характеристики <i>p</i> -Si	289
4.7.2. Расчет электропроводности структур на основе Si в рамках трехзонной модели спектра дырок	293
4.7.3. Влияние упругой деформации на термоэдс <i>p</i> -Si	305
Литература	309
Глава 5. Физические вопросы проектирования сенсоров на тензорезистивном эффекте	312
5.1. Температурные и концентрационные зависимости главных коэффициентов пьезосопротивления кремния	314
5.1.1. Пьезосопротивление дырочного кремния	314
5.1.2. Пьезосопротивление электронного кремния	316
5.1.3. Полуэмпирический учет влияния степени легирования на тензорезистивный эффект	318
5.1.4. Температурные и концентрационные зависимости сопротивления тензорезистивных слоев	321
5.2. Пьезосопротивление интегральных тензорезистивных слоев	323
5.3. Размещение тензорезисторов на упругом элементе сенсора	328
5.3.1. Критерий выбора размещения тензорезисторов	329
5.3.2. Примеры размещения тензорезисторов на упругом элементе	332
5.4. Тензопреобразователи на сдвиговом тензорезистивном эффекте	337
5.4.1. Общие положения	339
5.4.2. Размещение тензопреобразователя на сдвиговом эффекте на упругом элементе сенсора	344

5.4.3. Тензопреобразователи на сдвиговом эффекте типа «греческий крест»	346
5.5. Тензорезистивный эффект в поликристаллическом кремнии	352
5.5.1. Особенности энергетического спектра поликристаллического кремния	353
5.5.2. Электрофизические свойства поликристаллического кремния	355
5.6. Многоэлементные тензопреобразователи	359
5.6.1. Тензочувствительные схемы с цепочечной структурой	359
5.6.2. Многоэлементные мостовые схемы	362
5.6.3. Распределенные чувствительные элементы	364
Литература	366
Глава 6. Техническая реализация компонентов микросистем	369
6.1. Сенсор абсолютного давления на эффекте изменения емкости	369
6.1.1. Емкостной принцип преобразования	369
6.1.2. Конструктивно-технологические проблемы создания емкостных сенсоров	371
6.2. Сенсоры ударных волн и быстроизменяющихся давлений	377
6.3. Тензорезистивные сенсоры давления X-ducer	384
6.4. Сенсоры давления на основе пленок поликристаллического кремния	389
6.5. Микросистема проекционного дисплея	396
6.6. Микромеханические акселерометры	401
Литература	407
Заключение	410

УЧЕБНОЕ ИЗДАНИЕ

**Виктор Алексеевич Гридчин,
Валерий Павлович Драгунов**

ФИЗИКА МИКРОСИСТЕМ

Учебное пособие

Редактор *Т. П. Петроченко*
Технический редактор *Н. В. Гаврилова*
Художник-дизайнер *А. В. Ладыжская*
Оператор электронной верстки *В. Ф. Ноздрева*

Лицензия ИД № 04303 от 20.03.01
Подписано в печать 21.06.04
Формат 60×90 1/16. Бумага офсетная
Уч.-изд. л. 26,0. Печ. л. 26,0
Тираж 3000 экз. (1-й завод 1–500 экз.). Заказ № 234

Издательство Новосибирского государственного
технического университета
630092, г. Новосибирск, пр. К. Маркса, 20.
Тел. (383) 346-31-87
E-mail: office@publish.nstu.ru

Отпечатано в типографии
Новосибирского государственного технического университета
630092, г. Новосибирск, пр. К. Маркса, 20