

УДК 621.34-52(075.8)

СИНТЕЗ СИСТЕМЫ СТАБИЛИЗАЦИИ СКОРОСТИ ВРАЩЕНИЯ ДВИГАТЕЛЯ ПОСТОЯННОГО ТОКА С ШИМ В КАНАЛЕ УПРАВЛЕНИЯ НА ОСНОВЕ МЕТОДА РАЗДЕЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЙ

Н.А. Степанов, В.Д. Юркевич

Новосибирский государственный технический университет

Обсуждается методика синтеза системы стабилизации скорости вращения двигателя постоянного тока с независимым возбуждением, где двигатель подключен в качестве нагрузки к широтно-импульсному преобразователю, состоящему из широтно-импульсного модулятора и импульсного усилителя мощности мостового типа. Рассматривается двухконтурная система подчиненного регулирования, где внутренний контур с широтно-импульсным преобразователем является контуром стабилизации тока обмотки якоря, а внешний – контуром стабилизации скорости вращения двигателя. В качестве закона управления для каждого контура используется пропорционально-интегральный регулятор. Основная особенность и новизна предлагаемой методики синтеза состоят в применении метода разделения движения для анализа процессов в системе управления, что позволяет получить аналитические расчетные соотношения для выбора параметров регулятора в соответствии с заданными требованиями к показателям качества переходных процессов в системе.

Ключевые слова: двигатель постоянного тока, стабилизация скорости вращения, широтно-импульсный преобразователь, ПИ-регулятор, метод разделения движений.

Введение

Двигатели постоянного тока являются ключевыми элементами мобильных роботов и автономных систем [1–3]. Существует множество различных задач в робототехнике и системах управления движением исполнительных органов рабочих машин, где необходимо стабилизировать скорость вращения двигателя при изменяющемся моменте нагрузки. Известно, что скорость вращения двигателя постоянного тока (ДПТ) можно регулировать путем изменения величины суммарного активного сопротивления якорной цепи, используя регулировочный реостат, последовательно подключенный к двигателю. Однако такой подход к проблеме управления приводит к большим потерям энергии с выделением тепла на регулировочном реостате. Поэтому в современном электроприводе используются системы управления с широтно-импульсным преобразователем (ШИП), который содержит широтно-импульсный модулятор (ШИМ) и импульсный усилитель мощности (ИУМ) [4–7], что позволяет уменьшить потери и упростить реализацию системы управления, на основе использования микроконтроллеров и IGBT-модулей.

Несмотря на то, что регуляторы с ШИП для ДПТ широко используются в промышленности, значительная часть публикаций в этой области связана с вопросами практической реализации регуляторов с ШИП, компьютерного моделирования и экспериментальных исследований [8–11]. В то же время существует множество работ, посвященных разработке и исследованию методик синтеза систем управления ДПТ, например, на основе теории систем со скользящими режимами [12], привлечения методов оптимизации [13], применения методов теории систем с нечеткой логикой [14], эмпирических процедур настройки регуляторов Циглера–Николса [15], применения стандартных настроек на модульный оптимум или симметричный оптимум [16], применения метода большого коэффициента [17,

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского Фонда Фундаментальных Исследований, грант № 14-08-01004а.

18, 19], в основе которого лежит метод разделения движений [20, 21], и других инженерных методик настройки регуляторов.

Тем не менее разработка аналитических методик расчета регуляторов с ШИП в канале управления для электроприводов, в том числе электроприводов постоянного тока, остается актуальной темой исследования в настоящее время.

В данной работе обсуждается двухконтурная структура системы подчиненного регулирования для ДПТ с независимым возбуждением, где в первом контуре обеспечивается управление током в цепи якоря. Во втором контуре управления обеспечивается поддержание желаемой скорости ДПТ. Примеры применения таких структур при исследовании различных методик синтеза для систем управления электроприводами постоянного тока можно найти в работах [5, 8, 12, 16, 17].

Особенность данной работы состоит в применении метода разделения движения [22, 23] для анализа процессов в системе управления электроприводом постоянного тока с ШИП в канале управления, что позволяет получить аналитические расчетные соотношения для выбора параметров регулятора в соответствии с заданными требованиями к показателям качества переходных процессов в системе. Целью статьи является изложение основных этапов предлагаемой методики синтеза на примере электропривода постоянного тока, которая также может быть использована для синтеза систем управления электроприводами другого типа.

1. Постановка задачи

Структурная схема обсуждаемой двухконтурной системы подчиненного регулирования для ДПТ представлена на рис. 1. Схема подключения ДПТ к импульсному усилителю мощности (ИУМ) мостового типа, который управляется в режиме ШИМ, показана на рис. 2.

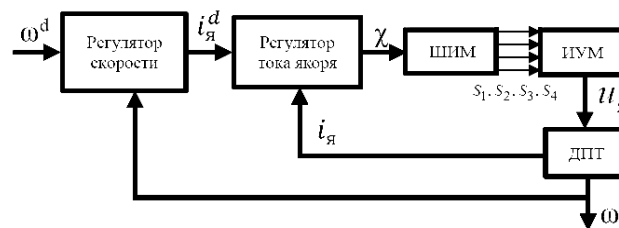


Рис. 1 – Функциональная схема системы стабилизации скорости вращения ДПТ

Fig. 1 – Block diagram of speed control system for DC motor

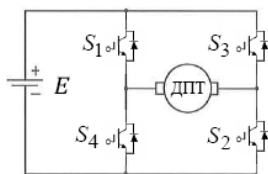


Рис. 2 – Схема подключения ДПТ к мостовому импульсному усилителю мощности

Fig. 2 – Block diagram of DC motor connected with H-bridge pulse power amplifier

В соответствии с функциональной схемой для системы подчиненного регулирования ДПТ на рис. 1 во внутреннем контуре осуществляется регулирование тока якоря ДПТ. Регулятор внутреннего контура должен обеспечивать выполнение условия

$$\lim_{t \rightarrow \infty} I_{\text{я}}(t) = i_{\text{я}}^d, \quad (1)$$

где $I_{\text{я}}$ – средняя величина тока в цепи якоря ДПТ за период дискретизации ШИМ, $i_{\text{я}}^d$ – желаемое значение тока в цепи якоря ДПТ. Регулятор внешнего контура должен обеспечивать выполнение условия

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \omega(t) = \omega^d, \quad (2)$$

где ω – угловая скорость вращения ротора ДПТ, ω^d – желаемое значение угловой скорости вращения ротора.

2. Математическая модель электрической цепи ДПТ с ШИП

В данной работе рассматривается упрощенная модель ДПТ без учета переходных процессов для потокосцепления. В качестве нагрузки ИУМ (рис. 2) последовательно подключены активное сопротивление $R_{я}$ в цепи якоря, индуктивность $L_{я}$ обмотки якоря и противоЭДС $e_{я}$ в цепи якоря, где $u_{я} = L_{я}i_{я}^{(1)} + R_{я}i_{я} + e_{я}$, $e_{я} = k_1\omega$, ω – угловая скорость вращения ротора двигателя, $i_{я}$ – мгновенное значение тока в цепи якоря, $u_{я}$ – мгновенное значение напряжения цепи обмотки якоря, $u_{я} = EU$. Здесь E – напряжение источника питания, U – коммутационная функция широтно-импульсного преобразователя.

Соответствующее уравнение электрической цепи ДПТ с ШИП можно представить в следующем виде:

$$\frac{di_{я}}{dt} = -\frac{R_{я}}{L_{я}}i_{я} - \frac{e_{я}}{L_{я}} + \frac{E}{L_{я}}U. \quad (3)$$

Управление ИУМ осуществляется в режиме ШИМ. Входным сигналом ШИМ является переменная $\chi \in (-1, 1)$, где модуль χ есть коэффициент заполнения импульса ШИМ.

В работе рассматривается случай идеальных ключей, где замкнутому состоянию ключа соответствует управляющий сигнал $S = 1$, а разомкнутому состоянию ключа соответствует управляющий сигнал $S = 0$.

Правило формирования коммутационной функции U и соответствующие значения управляющих сигналов S_1, S_2, S_3, S_4 на выходе ШИМ для ключей ИУМ, реализуемых на базе IGBT-модулей, задаются следующими условиями:

$$U = \begin{cases} 1, & S_1 = S_2 = 1, S_3 = S_4 = 0, \text{ при } t_k < t \leq t_k + |\chi(t_k)|T_s, \chi(t_k) > 0, \\ 0, & S_1 = S_3 = 1, S_2 = S_4 = 0, \text{ при } t_k + |\chi(t_k)|T_s < t \leq t_k + T_s, \chi(t_k) > 0, \\ 0, & S_1 = S_3 = 1, S_2 = S_4 = 0, \text{ при } t_k < t \leq t_k + T_s, \chi(t_k) = 0, \\ -1, & S_1 = S_2 = 0, S_3 = S_4 = 1, \text{ при } t_k < t \leq t_k + |\chi(t_k)|T_s, \chi(t_k) < 0, \\ 0, & S_1 = S_3 = 0, S_2 = S_4 = 1, \text{ при } t_k + |\chi(t_k)|T_s < t \leq t_k + T_s, \chi(t_k) < 0, \end{cases} \quad (4)$$

где T_s – период дискретизации ШИМ, $|\chi(t_k)|$ – величина коэффициента заполнения импульса при $t = t_k, t_k = kT_s, k = 0, 1, 2, \dots$

Замечание 1. Предполагается, что в широтно-импульсном модуляторе отсутствует насыщение, т. е. $-1 < \chi < 1$.

Замечание 2. Период дискретизации T_s широтно-импульсного модулятора является достаточно малой величиной, по сравнению с длительностью динамических процессов, протекающих в двигателе постоянного тока.

Учитывая замечания 1 и 2, для анализа процессов в электрической цепи ДПТ с ШИП используется модель не для мгновенных значений тока $i_{\text{я}}$ в цепи якоря (3), а упрощенная модель для средней величины $I_{\text{я}}$ тока в цепи якоря:

$$\frac{dI_{\text{я}}}{dt} = -\frac{R_{\text{я}}}{L_{\text{я}}}I_{\text{я}} - \frac{e_{\text{я}}}{L_{\text{я}}} + \frac{E}{L_{\text{я}}}\chi, \quad (5)$$

где усреднение рассматривается на периоде дискретизации ШИМ.

3. Контур стабилизации тока в цепи якоря

Регулятор тока должен обеспечивать выполнение условия (1). Сформируем алгоритм управления, уравнение которого имеет вид

$$\mu_{\text{я}}^2\chi^{(2)} + d_{\text{я}}\mu_{\text{я}}\chi^{(1)} = k_{\text{я}} \left[\frac{i_{\text{я}}^d - i_{\text{я}}}{\tau_{\text{я}}} - i_{\text{я}}^{(1)} \right], \quad (6)$$

где $\tau_{\text{я}} > 0$, $\mu_{\text{я}} > 0$, $d_{\text{я}} > 0$, $k_{\text{я}} > 0$. Соотношения для выбора параметров регулятора $\tau_{\text{я}}$, $\mu_{\text{я}}$, $d_{\text{я}}$, $k_{\text{я}}$ будут рассмотрены ниже в статье.

Выполняя преобразование Лапласа для выражения (6) при нулевых начальных условиях, получим

$$\chi(s) = \frac{k_{\text{я}}}{\mu_{\text{я}}(\mu_{\text{я}}s + d_{\text{я}})} \left[\frac{1}{\tau_{\text{я}}s} (i_{\text{я}}^d(s) - i_{\text{я}}(s)) - i_{\text{я}}(s) \right]. \quad (7)$$

Из выражения (7) следует, что алгоритм управления (6) представляет собой пропорционально-интегральный регулятор с дополнительным фильтром первого порядка. Следовательно, для его реализации не требуется выполнять операцию идеального дифференцирования. Заметим, что для практической реализации данного алгоритма управления от выражения (6) можно перейти к дифференциальным уравнениям в форме Коши.

Учитывая замечание 2 о малости периода дискретизации ШИМ, выполним анализ свойств замкнутой системы на основе модели для средней величины $I_{\text{я}}$ тока в цепи якоря с алгоритмом управления (6), в котором мгновенное значение тока заменяется его средним значением, т. е. полагаем $i_{\text{я}} = I_{\text{я}}$. Получаем уравнения замкнутой системы для контура стабилизации тока следующего вида:

$$\begin{aligned} \frac{dI_{\text{я}}}{dt} &= -\frac{R_{\text{я}}}{L_{\text{я}}}I_{\text{я}} - \frac{e_{\text{я}}}{L_{\text{я}}} + \frac{E}{L_{\text{я}}}\chi, \\ \mu_{\text{я}}^2\chi^{(2)} + d_{\text{я}}\mu_{\text{я}}\chi^{(1)} &= k_{\text{я}} \left[\frac{i_{\text{я}}^d - I_{\text{я}}}{\tau_{\text{я}}} - I_{\text{я}}^{(1)} \right]. \end{aligned} \quad (8)$$

Обозначим, $\chi_1 = \chi$, $\chi_2 = \mu_{\text{я}}\dot{\chi}$, тогда $\mu_{\text{я}}\ddot{\chi}$. В результате представим уравнения замкнутой системы (8) в виде

$$\begin{aligned} \frac{dI_{\text{я}}}{dt} &= -\frac{R_{\text{я}}}{L_{\text{я}}} I_{\text{я}} - \frac{e_{\text{я}}}{L_{\text{я}}} + \frac{E}{L_{\text{я}}} \chi_1, \\ \mu_{\text{я}} \frac{d\chi_1}{dt} &= \chi_2, \\ \mu_{\text{я}} \frac{d\chi_2}{dt} &= -d_{\text{я}} \chi_2 + k_{\text{я}} \left[\frac{i_{\text{я}}^d - I_{\text{я}}}{\tau_{\text{я}}} - \frac{dI_{\text{я}}}{dt} \right]. \end{aligned} \quad (9)$$

Заменяя $I_{\text{я}}^{(1)}$ в последнем уравнении системы (9) правой частью из первого уравнения данной системы, получаем стандартную форму сингулярно-возмущенной системы дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{dI_{\text{я}}}{dt} &= -\frac{R_{\text{я}}}{L_{\text{я}}} I_{\text{я}} - \frac{e_{\text{я}}}{L_{\text{я}}} + \frac{E}{L_{\text{я}}} \chi_1, \\ \mu_{\text{я}} \frac{d\chi_1}{dt} &= \chi_2, \\ \mu_{\text{я}} \frac{d\chi_2}{dt} &= -d_{\text{я}} \chi_2 - k_{\text{я}} \frac{E}{L_{\text{я}}} \chi_1 + k_{\text{я}} \left[\frac{i_{\text{я}}^d - I_{\text{я}}}{\tau_{\text{я}}} + \frac{R_{\text{я}}}{L_{\text{я}}} I_{\text{я}} + \frac{e_{\text{я}}}{L_{\text{я}}} \right], \end{aligned} \quad (10)$$

где $\mu_{\text{я}}$ рассматривается как малый параметр.

Предположим, что $\mu_{\text{я}} \rightarrow 0$. Тогда наличие малого параметра приводит к возникновению быстрых и медленных процессов в замкнутой системе [20, 21]. В соответствии с методом разделения движений для анализа свойств системы (10) выделим уравнения подсистемы быстрых движений (ПБД) и уравнения подсистемы медленных движений (ПМД).

Из системы (10) следуют уравнения ПБД вида

$$\begin{aligned} \mu_{\text{я}} \frac{d\chi_1}{dt} &= \chi_2, \\ \mu_{\text{я}} \frac{d\chi_2}{dt} &= -d_{\text{я}} \chi_2 - k_{\text{я}} \frac{E}{L_{\text{я}}} \chi_1 + k_{\text{я}} \left[\frac{i_{\text{я}}^d - I_{\text{я}}}{\tau_{\text{я}}} + \frac{R_{\text{я}}}{L_{\text{я}}} I_{\text{я}} + \frac{e_{\text{я}}}{L_{\text{я}}} \right], \end{aligned} \quad (11)$$

где $i_{\text{я}}^d, I_{\text{я}}, e_{\text{я}}$ рассматриваются как замороженные величины на интервале времени переходных процессов в системе (11). Уравнения ПБД (11) также можно представить в виде

$$\mu_{\text{я}}^2 \chi^{(2)} + d_{\text{я}} \mu_{\text{я}} \chi^{(1)} + k_{\text{я}} \frac{E}{L_{\text{я}}} \chi = k_{\text{я}} \left[\frac{i_{\text{я}}^d - I_{\text{я}}}{\tau_{\text{я}}} + \frac{R_{\text{я}}}{L_{\text{я}}} I_{\text{я}} + \frac{e_{\text{я}}}{L_{\text{я}}} \right]. \quad (12)$$

Из выражения (12) получаем характеристический полином ПБД вида

$$\mu_{\text{я}}^2 s^2 + d_{\text{я}} \mu_{\text{я}} s + \frac{k_{\text{я}} E}{L_{\text{я}}}. \quad (13)$$

С целью упрощения методики расчета параметров регулятора (6) принимаем $k_{\text{я}} = L_{\text{я}} / E$, тогда характеристический полином ПБД (13) принимает вид

$$\mu_{\text{я}}^2 s^2 + d_{\text{я}} \mu_{\text{я}} s + 1. \quad (14)$$

В соответствии с (14) выбором параметра $\mu_{\text{я}}$ задается темп переходных процессов в ПБД, а параметр $d_{\text{я}}$ выбирается из требований на степень демпфирования быстрых процессов, например, принимаем $d_{\text{я}} = 2$.

С целью выделения уравнений ПМД рассмотрим равновесный режим ПБД (12). Полагая в (12) $\chi^{(2)} = 0, \chi^{(1)} = 0$, получим $\chi = \chi^s$, где

$$\chi^s = \frac{L_{\text{я}}}{E} \left[\frac{i_{\text{я}}^d - I_{\text{я}}}{\tau_{\text{я}}} + \frac{R_{\text{я}}}{L_{\text{я}}} I_{\text{я}} + \frac{e_{\text{я}}}{L_{\text{я}}} \right]. \quad (15)$$

В равновесном режиме ПБД (11) из уравнений замкнутой системы (10) следуют уравнения вырожденных движений:

$$\begin{aligned} \frac{dI_{\text{я}}}{dt} &= -\frac{R_{\text{я}}}{L_{\text{я}}} I_{\text{я}} - \frac{e_{\text{я}}}{L_{\text{я}}} + \frac{E}{L_{\text{я}}} \chi_1^s, \\ 0 &= \chi_2^s, \end{aligned} \quad (16)$$

$$0 = -d_{\text{я}} \chi_2^s - k_{\text{я}} \frac{E}{L_{\text{я}}} \chi_1^s + k_{\text{я}} \left[\frac{i_{\text{я}}^d - I_{\text{я}}}{\tau_{\text{я}}} + \frac{R_{\text{я}}}{L_{\text{я}}} I_{\text{я}} + \frac{e_{\text{я}}}{L_{\text{я}}} \right],$$

где, согласно (15), $\chi_1^s = \chi^s$. Исключая переменные χ_1^s и χ_2^s из уравнений (16), получаем уравнение ПМД для контура стабилизации тока обмотки якоря ДПТ

$$\frac{dI_{\text{я}}}{dt} = \frac{i_{\text{я}}^d - I_{\text{я}}}{\tau_{\text{я}}}, \quad (17)$$

где выбором параметра $\tau_{\text{я}}$ регулятора (6) задается желаемое время $t_{\text{я}}$ для переходных процессов по току в обмотке якоря, где $\tau_{\text{я}} \approx t_{\text{я}} / 3$. Выбором параметра $\mu_{\text{я}}$ обеспечивается разделение темпов быстрых и медленных процессов в контуре стабилизации тока в цепи якоря. Например, $\mu_{\text{я}}$ выбирается из условия $\mu_{\text{я}} \approx \tau_{\text{я}} / \eta_{\text{я}}$, где $\eta_{\text{я}} \geq 10$ – степень разделения движений.

4. Контур стабилизации угловой скорости вращения ротора ДПТ

С целью анализа процессов в контуре стабилизации скорости вращения ДПТ, учитывая замечания 1 и 2, для описания процессов в электрической цепи ДПТ с ШИП используется модель не для мгновенных значений тока в цепи якоря (3), а упрощенная модель (5) для средней величины $I_{\text{я}}$ тока обмотки якоря ДПТ. Дополняя уравнение (5) уравнением для скорости вращения ротора, получаем математическую модель ДПТ с ШИП следующего вида:

$$\frac{dI_{\text{я}}}{dt} = -\frac{R_{\text{я}}}{L_{\text{я}}} I_{\text{я}} - \frac{e_{\text{я}}}{L_{\text{я}}} + \frac{E}{L_{\text{я}}} \chi,$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{k_2}{J} I_{\text{я}} - \frac{T_L}{J} - \frac{M_C}{J},$$

где J – суммарный момент инерции электропривода, приведенный к валу двигателя; M_C – внешний момент сопротивления нагрузки, приведенный к валу двигателя; $T_L = k_L \omega$ – внутренний момент нагрузки, приведенный к валу двигателя.

Таким образом, математическая модель ДПТ с ШИП с учетом уравнений для средней величины тока в цепи якоря и регулятора ток принимает вид

$$\begin{aligned} \frac{dI_{\text{я}}}{dt} &= -\frac{R_{\text{я}}}{L_{\text{я}}} I_{\text{я}} - \frac{e_{\text{я}}}{L_{\text{я}}} + \frac{E}{L_{\text{я}}} \chi, \\ \mu_{\text{я}}^2 \chi^{(2)} + d_{\text{я}} \mu_{\text{я}} \chi^{(1)} &= k_{\text{я}} \left[\frac{i_{\text{я}}^d - I_{\text{я}}}{\tau_{\text{я}}} - I_{\text{я}}^{(1)} \right], \\ \frac{d\omega}{dt} &= \frac{k_2}{J} I_{\text{я}} - \frac{T_L}{J} - \frac{M_C}{J}. \end{aligned} \quad (18)$$

В предыдущем разделе было показано, что в силу малости параметра $\mu_{\text{я}}$, после затухания устойчивых быстрых процессов в контуре стабилизации тока, свойства процессов для тока приближенно описываются уравнением ПМД (17). Тогда, выполняя замену первых двух уравнений в системе (18) на уравнение ПМД (17), получим уравнения модели для скорости вращения ротора двигателя, соответствующие равновесному режиму ПБД (12) в контуре стабилизации тока, вида

$$\begin{aligned} \tau_{\text{я}} \frac{dI_{\text{я}}}{dt} &= i_{\text{я}}^d - I_{\text{я}}, \\ \frac{d\omega}{dt} &= \frac{k_2}{J} I_{\text{я}} - \frac{T_L}{J} - \frac{M_C}{J}. \end{aligned} \quad (19)$$

Следуя методологии разделения движений, будем полагать, что постоянная $\tau_{\text{я}}$, которая является параметром регулятора тока (12), выбрана достаточно малой величины по отношению к времени переходных процессов для скорости вращения ДПТ. Тогда рассмотрим равновесный режим для ПМД (17) контура стабилизации тока обмотки якоря, где $i_{\text{я}}^d = I_{\text{я}}$. В результате из уравнений (19) получаем вырожденную систему первого порядка

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{k_2}{J} i_{\text{я}}^d - \frac{T_L}{J} - \frac{M_C}{J}, \quad (20)$$

где $i_{\text{я}}^d$ рассматривается как управляющий сигнал. Уравнение (20) будем использовать как модель для анализа процессов и расчета параметров регулятора в контуре стабилизации скорости вращения ротора.

Регулятор скорости вращения ротора ДПТ должен обеспечивать выполнение условия (2). Рассмотрим уравнение алгоритма управления регулятора скорости в виде следующего дифференциального уравнения:

$$\mu_{\omega} \frac{di_{\text{я}}^d}{dt} = k_{\omega} \left[\frac{\omega^d - \omega}{\tau_{\omega}} - \frac{d\omega}{dt} \right]. \quad (21)$$

Выполним преобразование Лапласа для выражения (21) при нулевых начальных условиях. В результате получим

$$i_{\text{я}}^d(s) = \frac{k_{\omega}}{\mu_{\omega}} \left[\frac{1}{\tau_{\omega} s} (\omega^d(s) - \omega(s)) - \omega(s) \right]. \quad (22)$$

Из выражения (22) следует, что алгоритм управления (21) является пропорционально-интегральным регулятором, особенность которого состоит в том, что коэффициенты при пропорциональной и интегральной составляющих взаимосвязаны через параметры μ_{ω} и k_{ω} .

Анализ свойств процессов в контуре стабилизации скорости вращения ротора двигателя выполним методом разделения движений на основе рассмотрения уравнений замкнутой системы (20),(21), т. е.

$$\begin{aligned} \frac{d\omega}{dt} &= \frac{k_2}{J} i_{\text{я}}^d - \frac{T_L}{J} - \frac{M_C}{J}, \\ \mu_{\omega} \frac{di_{\text{я}}^d}{dt} &= k_{\omega} \left[\frac{\omega^d - \omega}{\tau_{\omega}} - \frac{d\omega}{dt} \right]. \end{aligned} \quad (23)$$

Заменяя $\omega^{(1)}$ в последнем уравнении системы (23) правой частью из первого уравнения данной системы, получаем сингулярно-возмущенную систему дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} \frac{d\omega}{dt} &= \frac{k_2}{J} i_{\text{я}}^d - \frac{T_L}{J} - \frac{M_C}{J}, \\ \mu_{\omega} \frac{di_{\text{я}}^d}{dt} &= -k_{\omega} \frac{k_2}{J} i_{\text{я}}^d + k_{\omega} \left[\frac{\omega^d - \omega}{\tau_{\omega}} + \frac{T_L}{J} + \frac{M_C}{J} \right], \end{aligned} \quad (24)$$

где μ_{ω} рассматривается как малый параметр. Полагая, что $\mu_{\omega} \rightarrow 0$, выделим из уравнений системы (24) соответствующие уравнения ПБД и ПМД для контура стабилизации скорости вращения ДПТ. Из системы (24) следует уравнение ПБД

$$\mu_{\omega} \frac{di_{\text{я}}^d}{dt} = -k_{\omega} \frac{k_2}{J} i_{\text{я}}^d + k_{\omega} \left[\frac{\omega^d - \omega}{\tau_{\omega}} + \frac{T_L}{J} + \frac{M_C}{J} \right], \quad (25)$$

где ω рассматривается как замороженная переменная на интервале времени переходных процессов в (25). Характеристический полином ПБД (25) имеет вид

$$\mu_{\omega} s + k_{\omega} \frac{k_2}{J}. \quad (26)$$

Выбираем $k_{\omega} = J/k_2$, тогда полином (26) принимает вид $\mu_{\omega} s + 1$, где выбором параметра μ_{ω} задается темп переходных процессов в ПБД контура стабилизации скорости вращения ДПТ.

С целью выделения уравнений ПМД контура стабилизации скорости вращения ДПТ полагаем равновесный режим ПБД (25). Тогда из (24) получаем вырожденную систему

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{k_2}{J} (i_{я}^d)^s - \frac{T_L}{J} - \frac{M_C}{J},$$

$$0 = -k_{\omega} \frac{k_2}{J} (i_{я}^d)^s + k_{\omega} \left[\frac{\omega^d - \omega}{\tau_{\omega}} + \frac{T_L}{J} + \frac{M_C}{J} \right],$$
(27)

где $(i_{я}^d)^s$ соответствует равновесному режиму ПБД (25). Исключая переменную $(i_{я}^d)^s$ из системы (27), получим уравнение ПМД контура стабилизации скорости вращения ДПТ

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{\omega^d - \omega}{\tau_{\omega}},$$
(28)

где параметр τ_{ω} в регуляторе (21) выбирается исходя из желаемого времени t_{ω} для переходных процессов по скорости в замкнутой системе, например, используя соотношение $\tau_{\omega} \approx t_{\omega} / 3$. Выбором параметра μ_{ω} обеспечивается желаемая степень разделения темпов быстрых и медленных процессов в контуре стабилизации скорости вращения ДПТ, например, используя соотношение $\mu_{\omega} \approx \tau_{\omega} / \eta_{\omega}$, где η_{ω} – степень разделения движений.

5. Моделирование замкнутой системы

На рис. 3–8 приведены результаты моделирования процессов в системе стабилизации скорости вращения ротора ДПТ при изменении момента нагрузки M_C . При моделировании использованы параметры тягового двигателя постоянного тока типа НБ-511, который применяется в качестве привода колесной пары электровозов [24]. Моделирование выполнено при следующих параметрах ДПТ:

$$J = 150 \text{ кг} \cdot \text{м}^2, L_{я} = 0,0015 \text{ Гн}, R_{я} = 0,16 \text{ Ом}, k_L = 0,002, k_1 = 5, k_2 = 27,56,$$

где в ШИП задан период дискретизации ШИМ $T_s = 0,0001 \text{ с}$, а напряжение постоянного источника питания $E = 1500 \text{ В}$.

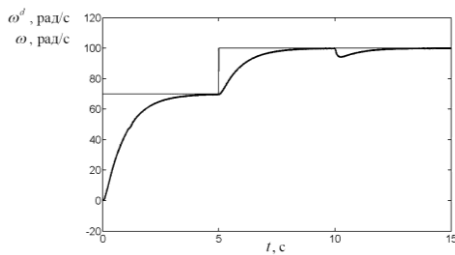


Рис. 3 – Переходный процесс по скорости вращения ротора ДПТ

Fig. 3 – Transient process of rotational speed for DC motor

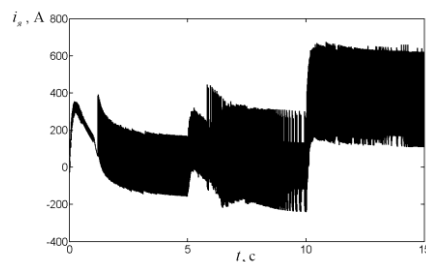


Рис. 4 – Переходный процесс по току в цепи якоря ДПТ

Fig. 4 – Transient process of armature current for DC motor

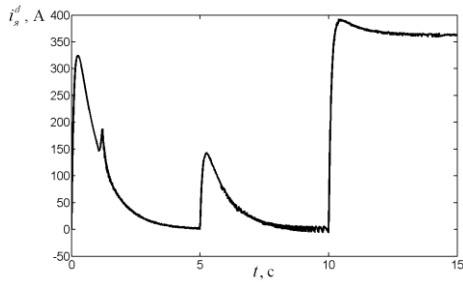


Рис. 5 – Входной сигнал регулятора тока якоря
Fig. 5 – Input signal of armature current controller

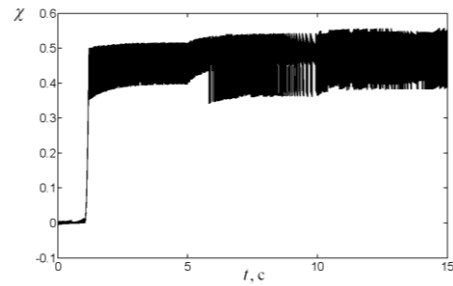


Рис. 6 – Входной сигнал широтно-импульсного модулятора
Fig. 6 – Input signal of pulse-width modulator

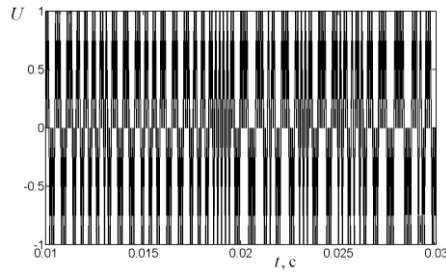


Рис. 7 – Коммутационный сигнал широтно-импульсного модулятора
Fig. 7 – Switching signal of pulse-width modulator

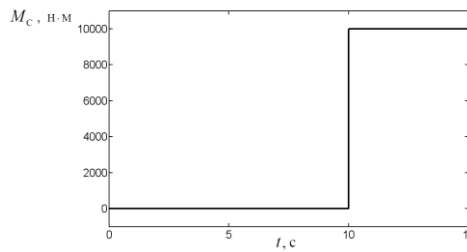


Рис. 8 – Внешний момент сопротивления нагрузки
Fig. 8 – External load torque

Так как данный двигатель имеет значительные массогабаритные характеристики, желаемое время для переходных процессов по скорости выбрано $t_{\omega} \approx 3$ с. Соответственно постоянная времени τ_{ω} в регуляторе скорости (21), которая определяет желаемую динамику по скорости в силу уравнения (28), задана $\tau_{\omega} = 1$ с. С целью разделения темпов быстрых и медленных процессов в контуре стабилизации скорости полагаем $\mu_{\omega} = 0,1$ с, т. е. $\mu_{\omega} \ll \tau_{\omega}$. Согласно представленной выше методике расчета выбираем коэффициент усиления $k_{\omega} = J / k_2 = 5,44$. Для разделения темпов процессов между контуром стабилизации скорости и контуром стабилизации тока полагаем $\tau_{я} = 0,01$ с, т. е. $\tau_{я} \ll \mu_{\omega}$. Соответственно, для разделения темпов быстрых и медленных процессов непосредственно в контуре стабилизации тока полагаем $\mu_{я} = 0,0015$ с, т. е. $\mu_{я} \ll \tau_{я}$. Принимаем $k_{я} = L_{я} / E = 10^{-6}$ и $d_{я} = 2$.

Из результатов моделирования следует, что показатели качества переходных процессов в замкнутой системе для скорости ДПТ удовлетворяют свойствам решений ПМД (28), а также осуществляется эффективное подавление влияния изменений момента нагрузки M_C .

При использовании данной методики для расчета приводов высокودинамических робототехнических комплексов необходимо уменьшать величину постоянной

времени τ_{ω} в регуляторе скорости (21) и задавать ее значение в соответствии с желаемым быстродействием привода. Уменьшение величины постоянной τ_{ω} неизбежно будет приводить к росту пускового тока двигателя.

Заключение

Представленная в работе методика синтеза системы подчиненного регулирования скоростью электропривода постоянного тока с ШИМ в канале управления основана на применении метода разделения движений и позволяет получить аналитические соотношения для расчета параметров регуляторов в соответствии с заданными требованиями к показателям качества переходных процессов в электроприводе. Данная методика может быть распространена на случай синтеза систем управления для электроприводов переменного тока.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Erikson R.W., Dragan M.** Fundamentals of Power Electronics. – 2nd ed. – [S.l.]: Springer, 2001. – 883 p.
2. **Lovine J.** Robots, androids, and animations. – New York: McGraw-Hill, 2001. – 270 p.
3. **Holtz J.** Pulsewidth modulation: a survey // IEEE Transactions on Industrial Electronics. – 1992. – Vol. 39, iss. 5. – P. 410–420.
4. **Зиновьев Г.С.** Основы силовой электроники: учеб. пособие. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2009. – 671 с.
5. **Зимин Е.Н., Кацевич В.Л., Козырев С.К.** Электроприводы постоянного тока с вентильными преобразователями. – М.: Энергоиздат, 1981. – 191 с.
6. **Barman S.D., Hussain A., Ahmed T.** Speed Control of DC Motor Using PWM Technique: Pulse Width Modulated DC Motor Control. – [S.l.]: LAP Lambert Academic Publishing, 2012. – 56 p.
7. PWM Based Automatic Closed Loop Speed Control of DC Motor / A.K. Dewangan, N. Chakraborty, S. Shukla, V. Yadu // International Journal of Engineering Trends and Technology. – 2012. – Vol. 3, iss. 2. – P. 110–112.
8. **Patel L.S., Dave K.C.** Cascade control Technique for D.C. Motor Speed Control // Proceedings of the International Conference on Science and Engineering (ICSE 2011). – [S.l.], 2011. – P. 599–603.
9. **Yadav A.K., Chaubey A.K.** Speed control of DC motor using PWM // International Journal of Advance Research in Science and Engineering. – 2013. – Vol. 2, iss. 3. – P. 1–6.
10. **Vinod K.R., Patel S., Pandey A.K.** Modeling and Simulation of Brushless DC Motor Using PWM Control Technique // International Journal of Engineering Research and Applications. – 2013. – Vol. 3, iss. 3. – P. 612–620.
11. **Parai M.K., Misra D., Das B.** CPLD Based Speed Controller of a DC Motor Operated Through Cellphone // International Journal of Soft Computing and Engineering (IJSCE). – 2012. – Vol. 2, iss. 4. – P. 190–193.
12. **Utkin V.I., Guldner J., Shi J.X.** Sliding Mode Control in Electromechanical Systems. – London: Taylor and Francis, 1999. – 325 p.
13. Speed and Current Controllers Design of BLDC Motor Using SNR Optimization Technique / H. Shayeghi, A. Akbarimajd, A. Mohammadian, G. Shokri // International Research Journal of Applied and Basic Sciences. – 2013. – Vol. 4 (1). – P. 99–106.
14. **Kannan P., Natarajan S.K., Dash S.S.** Design of fuzzy logic controller for online speed regulation of DC motor using PWM technique based on laboratory virtual instrument engineering workbench // Journal of Computer Science. – 2013. – Vol. 9, iss. 8. – P. 990–997.
15. **Vinod K.R., Patel S., Pandey A.K.** Modeling and Performance Analysis of PID Controlled BLDC Motor and Different Schemes of PWM Controlled BLDC Motor // International Journal of Scientific and Research Publication (IJSRP). – 2013. – Vol. 3, iss. 4. – P. 1–14.
16. **Шрейнер Р.Т.** Системы подчиненного регулирования электроприводов: учеб. пособие для вузов. Ч. 1. – Екатеринбург: Изд-во УГППУ, 1997. – 279 с.

17. **Панкратов В.В.** Автоматическое управление электроприводами: учеб. пособие. Ч. 1. Регулирование координат электропривода постоянного тока. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2013. – 200 с.
18. **Панкратов В.В., Зима Е.А.** Энергооптимальное векторное управление асинхронными электроприводами: учеб. пособие. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2005. – 118 с.
19. **Панкратов В.В., Нос О.В., Зима Е.А.** Избранные разделы теории автоматического управления: учеб. пособие. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2011. – 222 с.
20. **Тихонов А.Н.** Системы дифференциальных уравнений, содержащие малые параметры при производных // Математический сборник. – 1952. – Т. 31 (73), № 3. – С. 575–586.
21. **Герашенко Е.И., Герашенко С.М.** Метод разделения движений и оптимизация нелинейных систем. – М.: Наука, 1975. – 296 с.
22. **Гордеев А.А., Юркевич В.Д., Зиновьев Г.С.** Исследование системы управления двигателем постоянного тока с многоуровневым преобразователем напряжения // Управление большими системами. – 2012. – Вып. 39. – С. 138–154.
23. **Юркевич В.Д.** Синтез нелинейных систем с ШИМ в канале управления на основе метода разделения движений // Доклады Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники. – 2012. – № 1 (25), ч. 1. – С. 127–130.
24. **Зиновьев Г.С., Вайс Х., Лопаткин Н.Н.** Высоковольтный DC-DC конвертор для электровозов новой волны // Электротехника. – 2009. – № 12. – С. 46–52.

DESIGN OF PWM SPEED CONTROL OF THE DC MOTOR BY THE METHOD OF TIME-SCALE SEPARATION

Stepanov N.A., Yurkevich V.D.

Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, Russia

The problem of regulation of a DC motor connected with the H-bridge pulse power amplifier is discussed. The proposed control system consists of two feedback loops. In the first one, the armature current control for a DC motor is provided by means of pulse-width modulated control of the H-bridge pulse power amplifier. In the second one, DC motor speed control is maintained. Proportional-integral (PI) controllers are designed for armature current and motor speed control based on a singular perturbation technique so that multi-time-scale motions are artificially induced in the closed-loop system. The multi-time-scale motion analysis allows getting analytical expressions for the selection of controller parameters. Simulation results are presented.

Keywords – DC motor speed control, H-bridge pulse power amplifier, pulse-width modulation, PI controller, multi-time-scale motions.

REFERENCES

1. Erikson R.W., Dragan M. *Fundamentals of Power Electronics*. 2nd ed. Springer, 2001. 883 p.
2. Lovine J. *Robots, androids, and animations*. New York, McGraw-Hill, 2001. 270 p.
3. Holtz J. Pulsewidth modulation: a survey. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 1992, vol. 39, iss. 5, pp. 410-420.
4. Zinov'ev G.S. *Osnovy silovoi elektroniki* [Fundamentals of power electronics]. Novosibirsk, NSTU Publ., 2009. 671 p.
5. Zimin E.N., Katsevich B.L., Kozyrev S.K. *Elektroprivody postoyannogo toka s ventil'nymi preobrazovatelyami* [DC drives with switching convertor]. Moscow, Energoizdat Publ., 1981. 191 p.
6. Barman S.D., Hussain A., Ahmed T. *Speed Control of DC Motor Using PWM Technique: Pulse Width Modulated DC Motor Control*. LAP Lambert Academic Publishing, 2012. 56 p.
7. Dewangan A.K., Chakraborty N., Shukla S., Yadu V. PWM Based Automatic Closed Loop Speed Control of DC Motor. *International Journal of Engineering Trends and Technology*, 2012, vol. 3, iss. 2, pp. 110-112.

8. Patel L.S., Dave K.C. Cascade Control Technique for D.C. Motor Speed Control. *Proceedings of the International Conference on Science and Engineering (ICSE 2011)*, 2011, pp. 599-603.
9. Yadav A.K., Chaubey A.K. Speed control of DC motor using PWM. *International Journal of Advance Research in Science and Engineering*, 2013, vol. 2, iss. 3, pp. 1-6.
10. Vinod KR, Singh Patel, Pandey A.K. Modeling and Simulation of Brushless DC Motor Using PWM Control Technique. *International Journal of Engineering Research and Applications*, 2013, vol. 3, iss. 3, pp. 612-620.
11. Parai M.K., Misra D., Das B. CPLD Based Speed Controller of a DC Motor Operated Through Cellphone. *International Journal of Soft Computing and Engineering (IJSCE)*, 2012, vol. 2, iss. 4, pp. 190-193.
12. Utkin V.I., Guldner J., Shi J.X. *Sliding Mode Control in Electromechanical Systems*. London, Taylor and Francis Publ., 1999. 325 p.
13. Shayeghi H., Akbarimajd A., Mohammadian A., Shokri G. Speed and Current Controllers Design of BLDC Motor Using SNR Optimization Technique. *International Research Journal of Applied and Basic Sciences*, 2013, vol. 4 (1), pp. 99-106.
14. Kannan P., Natarajan S.K., Dash S.S. Design of fuzzy logic controller for online speed regulation of DC motor using PWM technique based on laboratory virtual instrument engineering workbench. *Journal of Computer Science*, 2013, vol. 9, iss. 8, pp. 990-997.
15. Vinod KR Singh Patel, Pandey A.K. Modeling and Performance Analysis of PID Controlled BLDC Motor and Different Schemes of PWM Controlled BLDC Motor. *International Journal of Scientific and Research Publication (IJSRP)*, 2013, vol. 3, iss. 4, pp. 1-14.
16. Shreiner R.T. *Sistemy podchinennogo regulirovaniya elektroprivodov*. Ch. 1. [Slave electrical drive control systems]. Ekaterinburg, USPPU Publ., 1997. 279 p.
17. Pankratov V.V. *Avtomaticheskoe upravlenie elektroprivodami*. Ch. 1. *Regulirovanie koordinat elektroprivoda postoyannogo toka* [Automatic control systems for electrical drives]. Novosibirsk, NSTU Publ., 2013. 200 p.
18. Pankratov V.V., Zima E.A. *Energooptimal'noe vektornoe upravlenie asinkhronnymi elektroprivodami* [Energy optimal vector control for astatic electrical drives]. Novosibirsk, NSTU Publ., 2005. 118 p.
19. Pankratov V.V., Nos O.V., Zima E.A. *Izbrannye razdely teorii avtomaticheskogo upravleniya* [Selected topics of the automatic control theory]. Novosibirsk, NSTU Publ., 2011. 222 p.
20. Tikhonov A.N. *Sistemy differentsial'nykh uravnenii, soderzhashchie malye parametry pri proizvodnykh* [Systems of differential equations with small parameters in the derivatives]. *Matematicheskii sbornik – Sbornik: Mathematics*. 1952, vol. 31 (73), no. 3, pp. 575-586.
21. Gerashchenko E.I., Gerashchenko S.M. *Metod razdeleniya dvizhenii, i optimizatsiya nelineinykh sistem* [Method of time-scale separation and optimization of nonlinear systems]. Moscow, Nauka Publ., 1975. 296 p.
22. Gordeev A.A., Yurkevich V.D., Zinov'ev G.S. Issledovanie sistemy upravleniya dvigatelem postoyannogo toka s mnogourovnevym preobrazovatelem napryazheniya [Research of DC motor control system with multi-level voltage converter]. *Upravlenie bol'shimi sistemami – Large-scale Systems Control*, 2012, iss. 39, pp. 138-154.
23. Yurkevich V.D. Sintez nelineinykh sistem s ShIM v kanale upravleniya na osnove metoda razdeleniya dvizhenii [Design of nonlinear control systems with pulse-width modulation via time-scale separation]. *Doklady Tomskogo gosudarstvennogo universiteta sistem upravleniia i radioelektroniki – Proceedings of Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics*, 2012, no. 1 (25), pt. 1, pp. 127-130.
24. Zinov'ev G.S., Vais Kh., Lopatkin N.N. Vysokovol'tnyi DC-DC konvertor dlya elektrovozov novoi volny [High-voltage convertor for new electric locomotives]. *Elektrotehnika – Russian Electrical Engineering*. 2009, no. 12, pp. 46-52.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ



Степанов Никита Анатольевич – родился в 1990 году, аспирант, кафедра автоматики, Новосибирский государственный технический университет. Область научных интересов: синтез систем управления, системы с ШИМ в канале управления (Адрес: 630073, Россия, Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20).

Stepanov Nikita Anatol'evich (b.1990) – M.Sc, Ph.D student, automation department, Novosibirsk State Technical University. His research interests are currently focused on control systems with pulse-width modulation. (Address: 20, Karl Marx Prospekt, Novosibirsk, 630073, Russia. Email: nikita.stepanov@mail@mail.ru).



Юркевич Валерий Дмитриевич – родился в 1951 году, д-р техн. наук, профессор, кафедра автоматики, Новосибирский государственный технический университет. Область научных интересов: теория систем управления и ее применения, метод разделения движений в задачах управления. (Адрес: 630073, Россия, Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20).

Yurkevich Valery Dmitrievich (b. 1951) – D.Sc, professor, automation department, Novosibirsk State Technical University. His areas of research are control systems and their applications, method of singular perturbations in control. (Address: 20, Karl Marx Prospekt., Novosibirsk, 630073, Russia. Email: yurkev@mail.ru).

*Статья поступила 10 сентября 2014 г.
Received September 10, 2014*

To Reference:

Stepanov N.A., Yurkevich V.D. Sintez sistemy stabilizatsii skorosti vrashcheniya dvigatelya postoyannogo toka s ShIM v kanale upravleniya na osnove metoda razdeleniya dvizhenii [Design of PWM speed control of the DC motor by the method of time-scale separation]. *Doklady Akademii Nauk Vysshei Shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian Higher School Academy of Sciences*, 2014, no. 2-3 (23-24), pp. 111-124.